



Bifurcations globales hydrodynamiques et magnetohydrodynamiques dans un écoulement de von Karman turbulent

Florent Ravelet

► To cite this version:

Florent Ravelet. Bifurcations globales hydrodynamiques et magnetohydrodynamiques dans un écoulement de von Karman turbulent. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Ecole Polytechnique X, 2005. Français. NNT : . tel-00011016

HAL Id: tel-00011016

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00011016>

Submitted on 17 Nov 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat
École doctorale de l'École Polytechnique
Filière Mécanique

présentée par
Florent Ravelet

**Bifurcations globales
hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques
dans un écoulement de von Kármán turbulent.**

Thèse soutenue publiquement le 22 septembre 2005 devant le jury composé de :

Paul Manneville :	président
François Daviaud :	directeur de thèse
Philippe Cardin :	rapporteur
Olivier Cadot :	rapporteur
Arnaud Chiffaudel :	responsable CEA
Frédéric Moisy :	examineur
Franck Plunian :	examineur

Groupe Instabilités et Turbulence
Service de Physique de l'Etat condensé
CEA Saclay

$$\partial L, \partial E$$

Remerciements

Après celui des cerises, voici donc venu le temps des remerciements.

Je tiens tout d'abord à remercier mes chefs bien aimés, Arnaud Chiffaudel et François Daviaud, dont j'ai pu apprécier tout au long de ces trois années les extraordinaires qualités, tant scientifiques et intellectuelles qu'humaines et spirituelles. Je tiens à rendre hommage à leur saisissante acuité psychologique.

Merci à Paul Manneville pour avoir accepté de présider le jury, ainsi qu'à Olivier Cadot et Philippe Cardin pour leurs rapports. Ce manuscrit dans sa forme définitive doit beaucoup également à Franck Plunian, Frédéric Moisy, Arnaud, François et Jacques Léorat.

Je remercie Jacques Hammann, puis Eric Vincent de m'avoir accueilli au Service de Physique de l'Etat Condensé. Je tiens également à remercier les secrétaires du laboratoire ainsi que le personnel de l'atelier et du magasin, pour leur disponibilité au quotidien. Notons au passage que de récentes études ont montré qu'au SPEC, le niveau de stress est minimal.

Maîtrise et Créativité, merci à Vincent Padilla, à Cécile Gasquet et à Patrick Méninger pour leur soutien technique et leur efficacité dans leurs domaines respectifs.

Les travaux rapportés ici ont été effectués au sein du Groupe Instabilités et Turbulence. Bérengère Dubrulle fut une compagne de bureau non pasteurisée dont la fraîcheur fut irremplaçable lors de la rédaction, après trois ans de gestation.

Merci à Soliman et à Olivier Dauchot. Ces p'tites balades dans les champs, c'était *du* bon temps.

Bon, les permanents, c'est fait, passons aux éphémères. Une pensée pour ceux dont les routes ont croisé et longé la mienne au laboratoire. Louis, dont je lis un verset chaque soir, Nicolas, Guillaume, Frédéric et Frédéric, puis Romain et Emmanuelle.

Une grande partie de ce travail est également le fruit de la collaboration VKS. Je tiens à remercier particulièrement Romain Volk, pour les échanges fructueux et les tournées au Portugal ou en Russie.

Merci à mes amis et à ma famille.

Il est maintenant venu l'heure de se consacrer à ces trois années.

Table des matières

Remerciements	i
Introduction Générale	1
I Etude expérimentale des propriétés hydrodynamiques de l'écoulement tourbillonnaire de von Kármán	9
1 Présentation du dispositif expérimental	11
1.1 Etude bibliographique de l'écoulement tourbillonnaire de von Kármán	11
1.1.1 1920-1970 : origines et travaux analytiques : la quête de solutions exactes des équations de Navier-Stokes	11
1.1.2 1930-1980 : le développement des techniques numériques	12
1.1.3 1980-2000 : études expérimentales et numériques d'instabilités dans l'écoulement tourbillonnaire de von Kármán avec forçage visqueux	13
1.1.4 1990-2000 : «The french washing machine»	14
1.2 Le montage VKE	15
1.2.1 Dimensions, évolutions	15
1.2.2 Adimensionnement	19
1.2.3 Paramètres géométriques	20
1.2.4 Symétries du montage	22
1.2.5 Paramètres de contrôle liés au forçage	23
1.2.6 Propriétés hydrodynamiques des fluides utilisés	25
1.2.7 Phénoménologie de l'écoulement moyen	28
1.3 Mesures effectuées et techniques afférentes	29
1.3.1 Mesure des champs de vitesse dans l'expérience VKE	29
1.3.2 Mesures de couple et de fréquence de rotation	34
1.3.3 Incertitudes expérimentales	37
2 Caractérisation des propriétés hydrodynamiques de l'écoulement contrarotatif.	39
2.1 Définition des grandeurs hydrodynamiques caractéristiques d'un écoulement . . .	40

2.2	Ecoulement contrarotatif entre disques lisses <i>vs.</i> écoulement entre disques munis de pales, à grand nombre de Reynolds ($Re \gtrsim 10^5$)	42
2.2.1	L'écoulement contrarotatif est pleinement turbulent dans les deux cas pour $Re \gtrsim 10^5$	42
2.2.2	La dépendance en Re de la dissipation est différente pour un forçage visqueux ou inertiel	43
2.2.3	Comparaison des champs de vitesse moyens	47
2.2.4	Conclusions	50
2.3	Caractérisation de l'écoulement contrarotatif forcé inertielllement à grand nombre de Reynolds en fonction de la forme du dispositif de forçage	51
2.3.1	Synthèse des grandeurs globales mesurées	51
2.3.2	Quantités locales dérivées des champs de vitesse moyens	53
2.3.3	Principaux effets de la courbure des pales	55
2.3.4	Principaux effets du rayon des turbines	55
2.3.5	Conclusions, liens avec l'optimisation de l'expérience VKS2	56
2.4	Turbulence, structures cohérentes et transport du moment cinétique	56
2.4.1	Rendement hydrodynamique et turbulence pleinement développée	57
2.4.2	Rôle des structures cohérentes de la couche de mélange dans le transport de moment cinétique	58
2.4.3	Effet de l'ajout d'un anneau en paroi	61
2.4.4	Conclusions sur l'écoulement forcé inertielllement à $Re \gtrsim 10^5$	62
2.5	Transition à la turbulence de l'écoulement de von Kármán forcé inertielllement	63
2.5.1	Etat de base et première instabilité	63
2.5.2	Cascade de bifurcations super-critique	66
2.5.3	Conclusions sur l'écoulement laminaire et la transition à la turbulence	70
2.6	Conclusions sur l'écoulement de von Kármán contrarotatif	71
3	Etude de «la bifurcation globale» de l'écoulement turbulent de von Kármán	73
3.1	Coexistence de trois régimes d'écoulement	73
3.1.1	Ecoulement produit par un seul disque en rotation	73
3.1.2	Deux disques en rotation : transitions entre états à une et deux cellules	76
3.1.3	La bifurcation globale : une brisure « statistique » de symétrie est possible	77
3.1.4	Contrôle en couple	81
3.1.5	Questions posées - plan du chapitre	84
3.2	Propriétés dynamiques et statistiques des différents régimes d'écoulement en $\theta = 0$	85
3.2.1	Etude de la puissance totale injectée et de ses fluctuations	86
3.2.2	Etude des fluctuations de pression dynamique	86
3.2.3	Intercorrélation des couples	89
3.2.4	Conclusions	91
3.3	L'état symétrique : étude de stabilité	91
3.3.1	Protocole de mesure du temps d'attente avant bifurcation	91
3.3.2	Statistique des temps d'attente avant bifurcation	93

3.3.3	Etude du temps caractéristique en fonction de f et θ : stabilité marginale de l'état symétrique	94
3.4	Les états bifurqués	95
3.4.1	Oscillations des états bifurqués	95
3.4.2	Transitions entre états bifurqués	97
3.4.3	Conclusions sur l'étude des états bifurqués	99
3.5	Modifications du cycle par des ailettes latérales	99
3.5.1	Evolution des cycles $\Delta K_p(\theta)$ et $K_p(\theta)$ en fonction de l'épaisseur des ailettes	100
3.5.2	Fluctuations des couples en fonction du type d'écoulement ; évolution avec la taille des ailettes	103
3.5.3	Stabilité de la branche centrale avec ailettes de 5mm	106
3.5.4	Conclusions sur l'effet des ailettes	107
3.6	Effet de la forme des turbines	107
3.6.1	Evolution de la nature des transitions	107
3.6.2	Evolution du taux de fluctuation des couples	113
3.7	Dynamique instationnaire et intermittente, pilotage en couple	115
3.7.1	Au delà des écoulements stationnaires en moyenne	115
3.7.2	Etats intermédiaires pour les turbines $TM60_2$ commandées en vitesse . .	116
3.7.3	Exploration de la «zone interdite» pour les turbines $TM60_2$ commandées en couple	117
3.8	Rôle du champ de vitesse moyen et du nombre de Reynolds	123
3.9	Discussion, modélisation	125
3.9.1	Nature des cycles observés et forme de l'écoulement moyen	125
3.9.2	Rôle du bruit, interprétation de la loi exponentielle	127
3.9.3	Description par une équation d'amplitude	130
4	Conclusion de la première partie	133
 II Etude numérique et expérimentale de l'instabilité dynamo pour l'écoulement de von Kármán		135
1	Introduction au problème de l'effet dynamo	137
1.1	Contexte astrophysique et géophysique	137
1.2	La géodynamo	139
1.3	L'effet dynamo par l'exemple : la dynamo homopolaire de Bullard (1955)	140
1.3.1	Effet d'amplification d'un champ appliqué, nombre de Reynolds magnétique	140
1.3.2	Analyse de stabilité linéaire du montage	141
1.3.3	Saturation non linéaire de la dynamo de Bullard	141
1.4	Magnétohydrodynamique et effet dynamo	142
1.4.1	Equations de la magnétohydrodynamique	142
1.4.2	Simplification du problème : la dynamo cinématique	145
1.4.3	Principaux résultats théoriques portant sur l'effet dynamo cinématique . .	146

1.5	Dispositifs expérimentaux de mise en évidence de l'effet dynamo	149
1.5.1	Dynamos solides	149
1.5.2	Dynamos fluides « contraintes »	150
1.5.3	Dynamos fluides « homogènes »	152
2	Etude de l'effet dynamo cinématique du champ de vitesse moyenné dans le temps pour un écoulement de von Kármán contrarotatif / optimisation de l'expérience VKS2	155
2.1	Objectifs de l'optimisation - résumé des résultats forts	155
2.2	Introduction	157
2.3	Experimental and numerical tools	158
2.3.1	What can be done numerically	158
2.3.2	Experimental measurements	159
2.3.3	Kinematic dynamo simulations	161
2.4	Optimization of the VKS experiment	162
2.4.1	Optimization process	162
2.4.2	Impeller tunable parameters.	162
2.4.3	Global quantities and scaling relations	162
2.4.4	Influence of the poloidal/toroidal ratio Γ	164
2.4.5	Effects of the impeller radius R	166
2.4.6	Search for the optimal blade curvature	168
2.4.7	Optimal configuration to be tested in the VKS2 sodium experiment	170
2.4.8	Role of flow helicity vs. Poloidal/Toroidal ratio	171
2.5	Impact of a conducting layer on the neutral mode and the energy balance for the VKS2 optimized velocity field	174
2.5.1	Neutral mode for $w = 0$	174
2.5.2	Effects of the conducting layer	176
2.5.3	Energy balance	177
2.5.4	Neutral mode structure	180
2.5.5	Dynamo threshold reduction factor	182
2.6	Conjectures about dynamo mechanisms	183
2.6.1	Axial ω -effect	183
2.6.2	α -effect, helicity effect	183
2.6.3	Is an " α " ω mechanism relevant?	183
2.6.4	Radial ω -effect, boundary layers and static shell	184
2.6.5	A shear and shell dynamo?	185
2.7	Conclusion	185
2.8	Compléments à l'article, limitations de notre démarche	187
3	Premiers Résultats de l'expérience VKS2	191
3.1	Présentation du dispositif expérimental VKS2	191
3.2	Régimes de fonctionnement atteints	193

3.2.1	Mesures de puissance électrique sur les moteurs	193
3.2.2	Mesures de puissance thermique évacuée en régime permanent	194
3.2.3	Conclusions sur le bon fonctionnement de l'expérience	196
3.3	Réponse à un champ appliqué transverse	196
3.3.1	Protocole expérimental	196
3.3.2	Résultats expérimentaux	198
3.4	Conclusions sur les premiers résultats de l'expérience VKS2	206
4	Conclusion de la seconde partie	209
	 Synthèse des conclusions, perspectives	 210
	 Annexes	 213
A	Notion de loi de comportement, viscosité d'un fluide newtonien	215
B	Biais LDV	217
C	LDV dans les pales — Validation du protocole de reconstruction du champ de vitesse	219
D	Compléments sur l'écoulement contrarotatif de von Kármán	223
E	Compléments sur l'étude de la bifurcation globale	229
E.1	Synthèse quantitative de l'évolution des cycles d'hystérésis avec la taille des ailettes et la courbure des pales	229
E.2	Anneau et grille	232
F	Description et tests du code de dynamo cinématique	235
F.1	Description du code de dynamo cinématique	235
F.2	Bilan d'énergies	235
G	Etude d'un système forçant la convection thermique dans la couche conductrice de VKS2	239
G.1	Objectifs	239
G.2	Les différentes configurations	241
G.2.1	Première configuration	241
G.2.2	Deuxième configuration	242
G.2.3	Troisième configuration	243
G.2.4	Quatrième configuration	244
	 Bibliographie	 245
		257

Résumé	258
---------------	------------

Introduction générale

Nous présentons dans ce mémoire de thèse un ensemble de résultats expérimentaux et numériques portant sur des bifurcations susceptibles d'affecter un écoulement pleinement turbulent. L'ensemble de ce travail s'inscrit dans un contexte hydrodynamique à travers l'étude de l'écoulement de von Kármán et magnétohydrodynamique à travers l'étude de l'effet dynamo, responsable de la croissance du champ magnétique dans un fluide conducteur en écoulement. Nous revenons au cours du premier chapitre de ce manuscrit sur quelques notions fondamentales d'hydrodynamique, aussi présentons nous tout d'abord dans cette introduction générale la notion de bifurcation, en se plaçant du point de vue de l'étude des systèmes dynamiques. Nous introduisons alors la notion de transition à la turbulence, en distinguant deux cas, et en insistant sur la notion de brisure de symétrie. Après un bref rappel sur les questions ouvertes posées par la turbulence, nous abordons enfin la question des bifurcations en régime turbulent, dont l'effet dynamo nous fournira un exemple.

Bifurcations, brisures de symétrie et transition à la turbulence

Ce paragraphe est très fortement inspiré de l'ouvrage de Paul Manneville (1991).

Transition par cascade de bifurcations super-critique

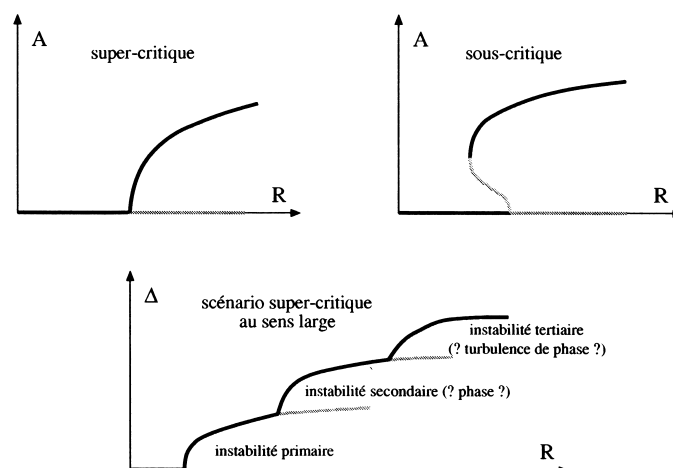


FIG. 1: Schéma d'une bifurcation super-critique, d'une bifurcation sous-critique, et d'un scénario de transition super-critique vers le chaos spatio-temporel. R est le paramètre de contrôle, et A un paramètre d'ordre. Figure extraite de la thèse de Sabine Bottin (1998).

Lorsqu'on se donne un état de base connu et simple pour un système dynamique, on peut alors faire une analyse locale de stabilité linéaire. Dans le cas où une perturbation infinitésimale est instable à partir d'une valeur critique du paramètre de contrôle —généralement un nombre de Reynolds dans un cas hydrodynamique— on se trouve alors en présence d'une instabilité super-critique. Cette bifurcation s'accompagne très souvent d'une brisure de symétrie. En effectuant une analyse faiblement nonlinéaire, on identifie alors un paramètre d'ordre au sens de la théorie de Landau des transitions de phase. Pour ce paramètre d'ordre, nul dans l'état de base, on écrit une équation de Ginzburg-Landau —généralement pour l'amplitude du mode instable dans le cas d'une analyse en modes normaux (figure 1).

A mesure que le paramètre de contrôle augmente, on observe ensuite généralement une cascade de bifurcations s'accompagnant d'une augmentation du désordre, menant au chaos spatio-temporel très rapidement. Ce scénario de transition est alors celui d'une cascade de bifurcations super-critiques, où le chaos est généré par interactions nonlinéaires d'un faible nombre de modes —scénario «à la Ruelle-Takens»—, ou encore par une suite infinie de fréquences incommensurables, l'imprédictibilité venant alors des phases nouvelles introduites à chaque bifurcation qui sont des fonctions inconnues des conditions initiales —scénario «à la Landau»— (Manneville, 1991). Les deux exemples les plus simples sont la formation des rouleaux de convection pour la convection thermique de Rayleigh-Bénard ou des rouleaux dans l'écoulement de Couette-Taylor entre cylindres coaxiaux corotatifs par une première bifurcation super-critique. Les rouleaux de Taylor deviennent ondulés, puis ondulés-modulés (voir par exemple l'ouvrage de van Dyke (1982) pour les visualisations de ces états), et l'écoulement devient enfin «turbulent», *i.e.* :

- imprédictible à long terme (propriété partagée avec un système chaotique) ;
- mélangeant les quantités transportées *beaucoup* plus rapidement que les simples processus de diffusion moléculaire ;
- mettant en jeu des structures de toutes tailles et des fluctuations à petites échelles spatiales et temporelles.¹

Transition sous-critique

Lorsque l'état de base est linéairement stable quelque soit la valeur du paramètre de contrôle, comme cela est par exemple le cas pour l'écoulement de Poiseuille cylindrique ou l'écoulement de Couette plan, cet état peut alors être instable vis-à-vis de perturbations d'amplitudes finies. on est alors en présence d'une bifurcation sous-critique, illustrée en haut à droite de la figure 1. L'analyse en modes normaux n'est alors plus possible, et il faut recourir à une analyse sur des variables globales, telle que l'énergie du système (Dauchot & Manneville, 1997).

L'écoulement peut alors subir une transition directe vers la turbulence. Dans le cas de l'écoulement de Couette plan, pour de faibles valeurs du paramètre de contrôle, on observe alors des zones turbulentes, nommées “spots” entourés de régions laminaires (figure 2). On peut alors par l'étude statistique de la dynamique temporelle de ces spots définir un seuil pour cette transition sous-critique vers la turbulence, comme l'ont fait Daviaud *et al.* (1992), définissant le paramètre d'ordre comme la fraction turbulente de l'écoulement.

Exemples de transitions à la turbulence

La transition à la turbulence, que ce soit par un procédé globalement super-critique ou par une transition sous-critique directe donnant lieu à de l'intermittence² spatio-temporelle a été détaillée

¹Ceci n'est pas une définition rigoureuse, mais un ensemble de caractéristiques communément admises pour qualifier un écoulement de «turbulent» (Lesieur, 1990; Manneville, 1991; Frisch, 1995).

²à ne pas confondre avec l'intermittence des petites échelles de la turbulence, voir note 4

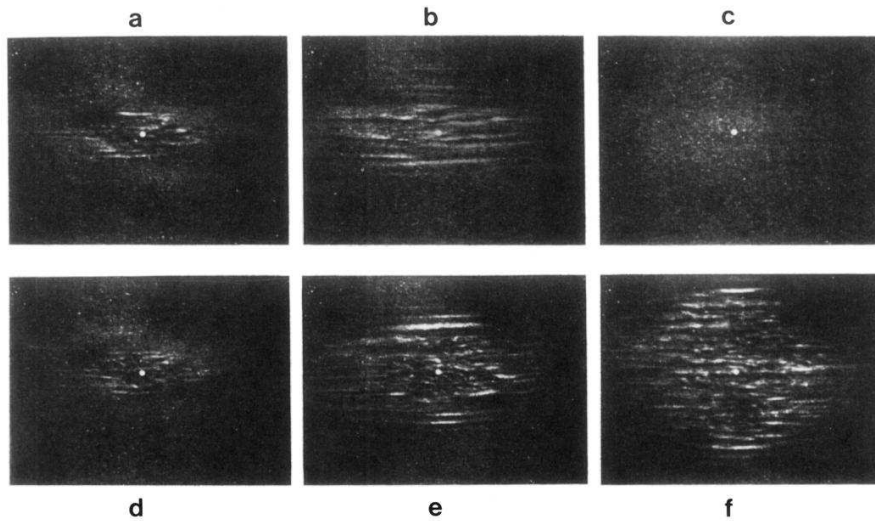


FIG. 2. Evolution of a turbulent spot after a perturbation; the time interval between photographs is 5 sec. (a),(b),(c) $R=350$; (d),(e),(f) $R=380$.

FIG. 2: Figure extraite de l'article de Daviaud et al. (1992), présentant l'évolution temporelle d'un spot turbulent créé par une perturbation contrôlée dans l'écoulement de Couette plan.

et explorée en détails dans maints systèmes, notamment par Le Gal (1992) pour un écoulement sur un disque, par Prigent *et al.* (2002) pour l'écoulement de Couette-Taylor contrarotatif, ou par Garnier *et al.* (2003a,b) dans la convection de Bénard-Marangoni.

La description et la modélisation de la *transition* à la turbulence est donc une branche de la physique à part entière, faisant intervenir des éléments d'hydrodynamique, de physique non-linéaire et du chaos. Etablir un lien avec la turbulence *développée*, où les propriétés de mélange très important et de mise en jeu d'un continuum d'échelles spatiales sont bien établies, et qui fait plutôt appel à des notions de physique statistique, est encore une question ouverte (Cros *et al.*, 2003).

Écoulement de von Kármán et turbulence

Nous étudions pour notre part l'écoulement produit dans un cylindre fermé entre deux turbines coaxiales et contrarotatives. Cet écoulement appartient à la classe des écoulements de von Kármán. Nous revenons lors du premier chapitre de la partie hydrodynamique sur cette classe d'écoulement, qui permet d'atteindre facilement des nombres de Reynolds très élevés dans un faible volume avec des fluides usuels. Les nombres de Reynolds accessibles sont comparables à ceux atteints dans les plus grandes souffleries (Castaing *et al.*, 1990). Par des instabilités de cisaillement du type Kelvin-Helmholtz, cet écoulement peut devenir turbulent. En utilisant des fluides de faible viscosité, on peut atteindre des valeurs très importantes de nombres de Reynolds, et la turbulence est particulièrement bien développée (Zocchi *et al.*, 1994). De plus, afin d'augmenter l'efficacité de l'entraînement, on a recours à des pales montées sur les turbines; l'entraînement se fait alors de manière *inertielle*, ce qui conduit à des régimes de turbulence très efficaces (Cadot *et al.*, 1997).

Dans la première partie de ce manuscrit, nous nous intéressons d'une part à la transition vers la turbulence et d'autre part aux régimes de turbulence pleinement développée. Nous donnons dans cette introduction quelques clés des approches de la turbulence développée, après être revenus sur l'importance des symétries et de leur brisure.

Turbulence développée et restauration statistique des symétries

Un exemple de symétrie brisée lors de la transition vers la turbulence, et restaurée au sens statistique

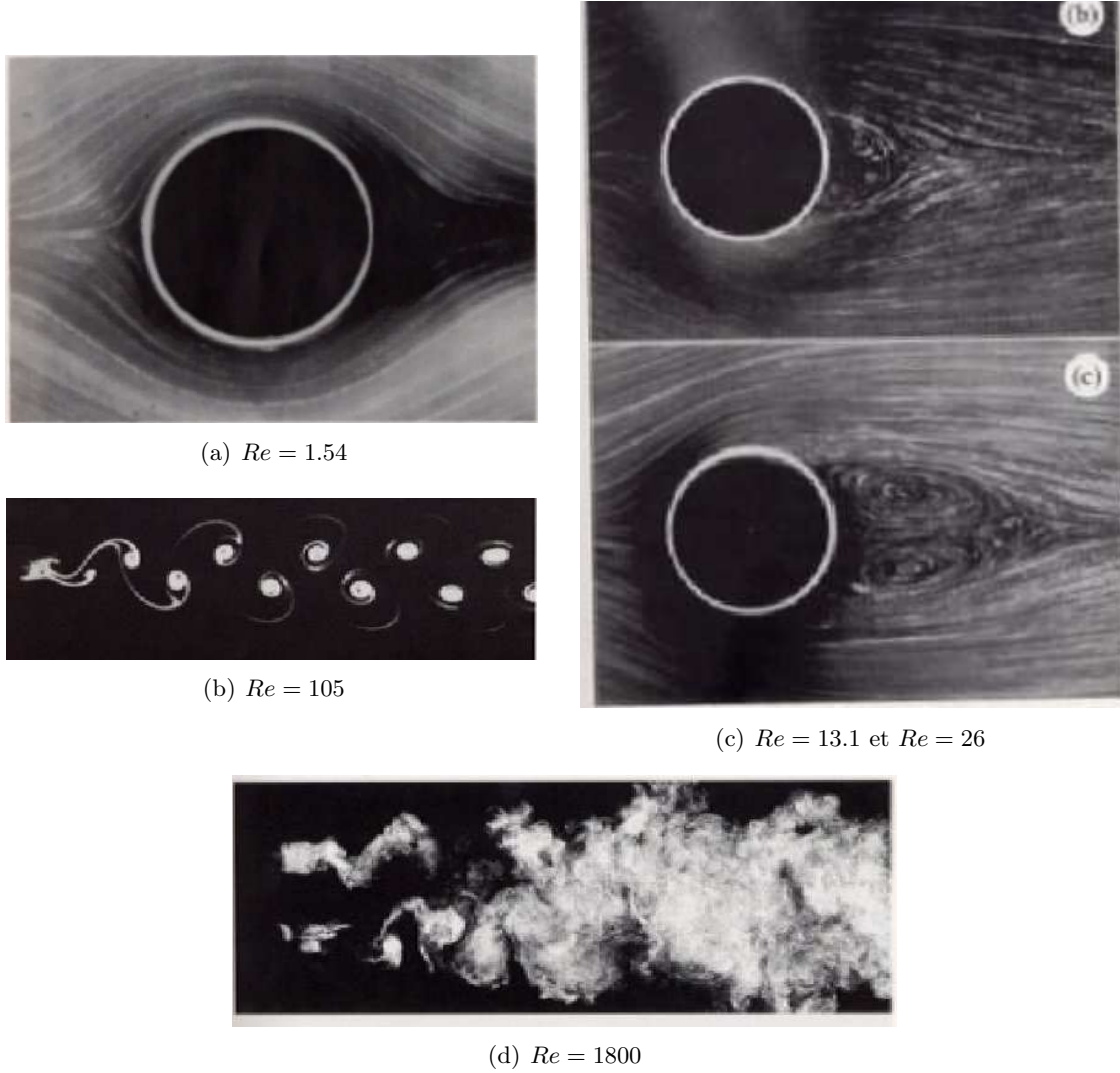


FIG. 3: Photographies de l'écoulement dans le sillage d'un cylindre, extraites de l'ouvrage de van Dyke (1982).

Nous avons insisté lors du paragraphe traitant des bifurcations sur la notion de brisure de symétrie accompagnant une bifurcation. Nous nous plaçons dans un cas classique, et présentons ici la séquence de brisures de symétrie sur la route vers la turbulence dans le sillage d'un cylindre, en illustrant notre propos par la figure 3.

Les équations et les conditions aux limites de ce problème sont invariantes par translation dans le temps et par symétrie miroir haut/bas. Pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds, ces deux symétries sont respectées (figures 3 (a) et (c)) : l'écoulement est stationnaire et symétrique-miroir. Pour $Re \simeq 40.1$, la symétrie par translation dans le temps ainsi que la symétrie miroir sont brisées, et sont remplacées par un comportement périodique, donnant naissance à l'allée

de Bénard-von Kármán (figure 3 (b)). A grande valeur du nombre de Reynolds, l'écoulement devient turbulent. Loin des bords, on observe alors généralement que l'hypothèse ergodique est bien vérifiée : l'écoulement visite alors toute la zone de l'espace des phases qui lui est accessible. Si un état est solution du problème, les états obtenus par symétrie à partir de celui-ci sont également solutions. Donc, on s'attend à ce que les symétries brisées du problème soient rétablies au sens statistique *des moyennes d'ensemble*. Dans la réalité, la turbulence s'accompagne bien souvent de décorrélation et d'un oubli des conditions initiales très rapides. L'écoulement moyenné dans le temps rétablit alors les symétries du problème, comme c'est le cas pour la symétrie miroir dans le cas de l'écoulement derrière un cylindre. Notons que bien souvent, cette différence entre moyenne sur un ensemble de réalisations indépendantes d'une même expérience et moyenne temporelle est oubliée en turbulence, à cause justement de l'«oubli» rapide des conditions initiales. Nous présentons à ce sujet dans la première partie de ce manuscrit (chapitre 3) un contre-exemple : un écoulement de von Kármán très fortement turbulent peut garder indéfiniment la «mémoire» de son histoire (Ravelet *et al.*, 2004).

Approches théoriques, expérimentales et numériques de la turbulence développée

Nous renvoyons le lecteur intéressé par les quelques aspects développés ci-après aux ouvrages de Lesieur (1990) et Frisch (1995), aux introductions des thèses de Simand (2002); Marié (2003); Leprovost (2004), et à l'article de portée générale de Dubrulle & Laval (2005).

La turbulence développée est un problème fondamental de la physique classique qui reste coriace. L'approche statistique initiée par Kolmogorov (1991a,b) donne des résultats satisfaisants. On utilise souvent l'image de la «cascade de Richardson» pour expliquer la multitude d'échelles spatiales mises en jeu : l'énergie cinétique est donnée par le système de forçage aux structures tourbillonnaires de grande taille qui sont essentiellement non visqueuses et ne peuvent donc dissiper cette énergie; ces structures de grande taille vont donc se déstabiliser et se fragmenter en structures «filles» plus petites à qui elles vont transférer cette énergie cinétique et ainsi de suite jusqu'à atteindre des structures de taille suffisamment petites pour que l'énergie puisse se dissiper directement par les effets visqueux. On appelle «gamme inertielle» l'étendue des échelles de ces structures non dissipatives. Lorsque le nombre de Reynolds tend vers l'infini, en moyenne sur un ensemble de réalisations, le spectre de puissance spatial se comporte comme $k^{-5/3}$ (k étant le nombre d'onde), et le taux de dissipation massique se conserve à travers les échelles. Les exposants des fonctions de structures ont en outre une variation linéaire avec l'ordre considéré. La pierre d'achoppement de la théorie de Kolmogorov (1991a,b) est son caractère homogène, isotrope et statistique au sens des moyennes d'ensemble, qui impose souvent le recours à une hypothèse ergodique ainsi que son aspect spatial. Or, si les techniques expérimentales ont une très bonne résolution temporelle, elles ont une mauvaise résolution spatiale en règle générale. Les études expérimentales ont ainsi bien souvent dû recourir à «l'hypothèse de Taylor», qui ne s'avère pas toujours applicable, en particulier pour l'écoulement de von Kármán contrarotatif où il n'y a pas de vitesse moyenne mais des structures cohérentes très fluctuantes (Pinton & Labbé, 1994). Le développement de la Vélocimétrie par Imagerie de Particules (PIV) hautement résolue en espace et en temps ou du suivi de particule est prometteur. A cause du très grand nombre d'échelles mises en jeu³, la simulation numérique directe ne permet pas encore, et ne permettra sans doute jamais de traiter un problème réaliste (avec des bords) de manière complète. Il faut alors recourir à des modèles. De grands progrès ont été faits dans la caractérisation des petites échelles de la turbulence au cours des deux dernières décennies. Ces travaux ont montré de

³Le nombre d'échelles spatiales pertinentes du système croît en première approximation comme $Re^{9/4}$ (Rieutord, 1997).

sérieux écarts à la théorie de Kolmogorov, en particulier en ce qui concerne l'«intermittence»⁴ des petites échelles de la turbulence (Castaing *et al.*, 1990; Tabeling *et al.*, 1996; Moisy *et al.*, 1999, 2001). Gageons que ces progrès permettront une meilleure modélisation des petites échelles de la turbulence dans le cadre des simulations numériques.

On ne sait en revanche toujours pas prédire la valeur de quantités globales comme la puissance moyenne dissipée dans un écoulement turbulent. Ces quantités d'intérêt pratique peuvent de plus être très fluctuantes et avoir des statistiques non triviales. De nombreuses équipes se sont penchées sur ce problème au cours des dernières années (Labbé *et al.*, 1996a; Cadot *et al.*, 1997; Aumaître, 1999; Pinton & Holdsworth, 1999; Leprovost *et al.*, 2004). Enfin, il ne faut pas oublier la présence éventuelle de structures tourbillonnaires cohérentes à grande échelle, dont on sait le rôle fondamental qu'elles jouent en turbulence bidimensionnelle (Farge *et al.*, 1999), et dont on a montré récemment le rôle prépondérant dans les mécanismes de transport d'énergie dans l'écoulement de von Kármán (Leprovost *et al.*, 2004; Marié *et al.*, 2004a).

A titre d'exemple des progrès effectués en termes de paramétrisation des petites échelles dans les simulations numériques, on peut citer la “Large Eddy Simulation” (Lesieur, 1990), qui repose sur une paramétrisation des échelles sous-maille. Laval *et al.* (2001) se basent sur la “Rapid Distorsion Theory”, modélisent les petites échelles par un bruit couplé aux grandes échelles de l'écoulement dans une approche «à la Langevin» (Dubrulle & Laval, 2005), et montrent qu'il est possible ainsi de reproduire l'intermittence à petite échelle. Nous verrons au cours de ce manuscrit apparaître la place primordiale des fluctuations cohérentes à grande échelle dans notre écoulement fermé de von Kármán. Nous en viendrons ainsi à nous interroger sur ce qu'il convient d'appeler un écoulement «très» turbulent, et sur la définition de quantités globales renseignant sur l'écart entre le champ de vitesse instantané et sa moyenne temporelle.

Bifurcations en présence de bruit

Comportements et bifurcations à grande échelle d'un écoulement turbulent

La stabilité des écoulements turbulents reste encore un problème ouvert, car incompatible avec les théories et analyses homogènes isotropes ergodiques qui font peu de cas des écoulements à grande échelle. On connaît pourtant des exemples concrets où un écoulement turbulent subit des instabilités, et transite entre des états moyens différents. Nous citerons en exemple la spirale turbulente dans l'écoulement de Couette-Taylor contrarotatif (Prigent *et al.*, 2002), où on obtient un régime de turbulence modulée à grande échelle pour une certaine gamme de paramètres. Nous pouvons également songer aux renversements de l'écoulement moyen dans la convection turbulente de Rayleigh-Bénard (Sreenivasan *et al.*, 2002), ou aux forces s'exerçant sur un cylindre dans un écoulement très turbulent (Schewe, 1983). Nous nous interrogeons ainsi de manière plus générale sur la dynamique très lente des écoulements turbulents, et sur la présence persistante de solutions *différentes en moyenne* pour un écoulement turbulent.

L'ajout d'un bruit multiplicatif sur un système dynamique peut également être à l'origine de bifurcations vers de nouveaux états comme dans le cas de l'instabilité de Faraday (Residori *et al.*, 2002), ou bien pour un oscillateur de Duffing (Mallick & Marcq, 2003a,b). Les outils d'analyse issus de l'étude des systèmes dynamiques de basse dimensionnalité nous seront-ils du moindre secours dans une situation où l'état de base —turbulent— n'est jamais réalisé instantanément ? Dans une approche «à la Langevin», voir par exemple Dubrulle & Laval (2005), l'effet des fluctuations d'origine turbulente pourrait toutefois être considéré comme un bruit multiplicatif sur

⁴L'acception du mot intermittence est ici une déviation à la théorie de Kolmogorov (1991a,b) des exposants des fonctions de structures d'ordre élevé.

cet état.

Instabilité dans un milieu turbulent : effet dynamo à petit nombre de Prandtl magnétique

La Terre, comme la plupart des objets astrophysiques possède un champ magnétique propre dont l'origine repose sans doute sur l'effet dynamo, c'est-à-dire une instabilité du champ magnétique due aux mouvements d'un fluide conducteur, en l'occurrence le fer liquide dont est composé le noyau terrestre.

Or, les métaux liquides possèdent de manière générale un nombre de Prandtl magnétique très faible, ce nombre mesurant la séparation des échelles de dissipation visqueuse et des échelles de dissipation ohmique. Ceci implique que les nombres de Reynolds sont très importants, et donc que les écoulements mis en jeu sont *a priori* turbulents. Depuis les résultats positifs des deux expériences de dynamo fluide (Gailitis *et al.*, 2000; Stieglitz & Müller, 2001), quelques équipes cherchent à reproduire un effet dynamo dans une expérience de laboratoire, avec des géométries d'écoulement beaucoup moins contraintes, pour l'instant sans succès.

En collaboration avec les ENS de Lyon et de Paris, nous avons ainsi construit le dispositif expérimental VKS2, où nous essayons d'engendrer un champ magnétique dans un écoulement turbulent de von Kármán de sodium liquide. La deuxième partie du manuscrit traite du problème de la dynamo, et de l'expérience VKS2. Nous avons décidé dans un premier temps de nous assurer qu'un effet dynamo dû à la partie moyenne du champ de vitesse est possible dans l'expérience. Cette étude est l'objet du deuxième chapitre de la seconde partie. Les premiers résultats de l'expérience sont traités au troisième chapitre. Les problèmes soulevés sont d'ordre très général, notamment l'aspect instabilité en présence de bruit (Leprovost & Dubrulle, 2005). On ne sait encore rien des mécanismes de saturation de l'instabilité dynamo pour un écoulement turbulent, si celle-ci se produit : sur quelles échelles du champ de vitesse la rétroaction des forces de Laplace agit-elle ? Sur la partie moyenne, sur les fluctuations lentes à grande échelle ou bien sur les fluctuations turbulentes à petite échelle ?

Première partie

Etude expérimentale des propriétés hydrodynamiques de l'écoulement tourbillonnaire de von Kármán

Chapitre 1

Présentation du dispositif expérimental

Les résultats présentés dans cette première partie ont été obtenus en utilisant le dispositif expérimental « von Kármán eau » désigné ci-après par le sigle « VKE ». Il s'agit d'un montage existant lors de mon arrivée au laboratoire, utilisé précédemment par Louis Marié au cours de sa thèse (2003), et modifié au cours de ma thèse.

Nous commencerons par une revue succincte de la classe d'écoulement dite de von Kármán, puis nous décrirons précisément notre montage, en insistant sur ses évolutions. Nous détaillerons enfin l'ensemble des techniques relatives aux mesures hydrodynamiques effectuées.

1.1 Etude bibliographique de l'écoulement tourbillonnaire de von Kármán

Les écoulements engendrés par des disques en rotation ont des implications tant géophysiques et fondamentales qu'industrielles, par exemple pour le disque dur d'un ordinateur, et plus généralement pour tout ce qu'on regroupe sous le terme de turbomachines.

Cette classe d'écoulement a donc suscité un nombre élevé de travaux, dont nous avons choisi une présentation historique au cours du 20^e siècle. Nous nous focaliserons sur les études à visée fondamentale, et nous diviserons notre revue en quatre périodes ou grandes catégories.

1.1.1 1920-1970 : origines et travaux analytiques : la quête de solutions exactes des équations de Navier-Stokes

Theodore von Kármán (1921) pose le problème original de l'écoulement engendré pour un fluide visqueux incompressible au dessus d'un disque lisse infini en rotation, le fluide étant au repos loin du disque. La quête de solutions exactes des équations de Navier-Stokes est alors un sujet brûlant. Se basant sur un principe de similitude, considérant des solutions stationnaires axisymétriques, et supposant enfin que la vitesse axiale est indépendante de la coordonnée radiale, von Kármán réduit le jeu d'équation de Navier-Stokes à deux équations différentielles ordinaires non linéaires. Si on note Ω_f la vitesse de rotation du fluide loin du disque, et Ω_d la vitesse de ce dernier, en résumé, von Kármán (1921) se place dans le cas $(\Omega_f = 0; \Omega_d \neq 0)$.

Puis Bödewadt (1940) s'intéresse au problème complémentaire d'un fluide en rotation uniforme à l'infini freiné par un disque à l'arrêt $(\Omega_f \neq 0; \Omega_d = 0)$. On désigne maintenant la couche limite correspondante du nom de «couche de Bödewadt», la couche limite dans le cas du disque en rotation étant souvent appelée «couche de Kármán». Enfin, la couche limite qui se développe dans le cas d'un disque infini en rotation surmonté d'un fluide lui aussi en rotation uniforme à

un taux voisin ($\Omega_f \sim \Omega_d \neq 0$) se nomme «couche d'Ekman», en hommage aux travaux d'Ekman (1905).

Batchelor (1951) généralise le problème au cas de deux disques coaxiaux, toujours de rayons infinis, mais séparés d'une distance d arbitraire, et tournant à des vitesses angulaires différentes. Il introduit ainsi un nombre de Reynolds Re basé sur d et sur la vitesse d'un disque. Le rapport des vitesses de rotation s est le deuxième paramètre adimensionnel du problème. Sauf mention contraire, cette notation historique s du rapport des vitesses a été reprise par tous les auteurs cités dans la suite. Batchelor ne résoud pas les équations, mais donne des arguments qualitatifs sur la forme des écoulements à haut nombre de Reynolds.

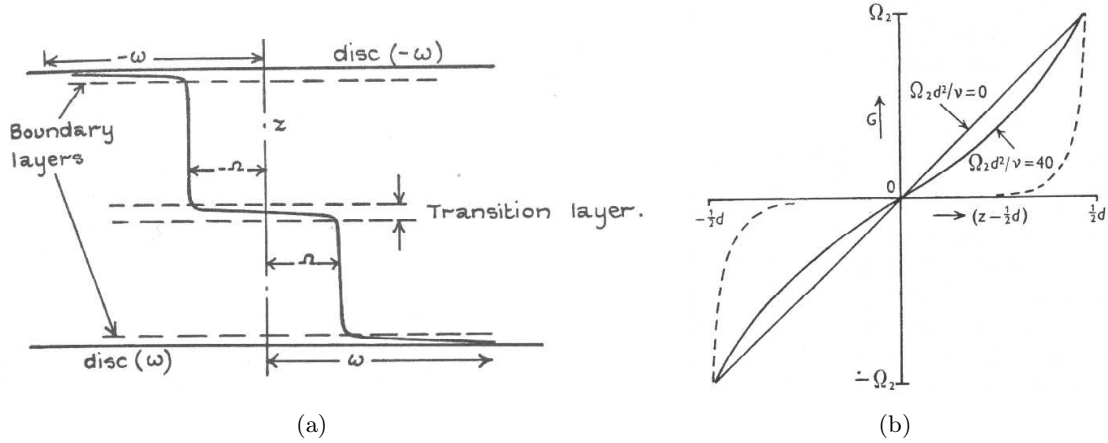


FIG. 1.1: Controverse dans le cas de deux disques en contrarotation exacte ($s = -1$) pour $Re \rightarrow \infty$. (a) : profil axial de rotation proposé par Batchelor (1951). (b) : profil proposé par Stewartson (1953). en pointillés : $Re \rightarrow \infty$.

Une controverse éclate entre Batchelor (1951), et Stewartson (1953) portant sur la situation attendue lorsque $Re \rightarrow \infty$. Nous illustrons ceci dans le cas de la contrarotation exacte ($s = -1$). Le premier prévoit un profil axial de rotation consistant en deux couches limites près de chaque disque, et deux zones en contrarotation dans le volume de l'écoulement, séparées par une zone de transition (voir partie gauche de la Fig. 1.1). Stewartson, se basant sur des développements en puissance du nombre de Reynolds et sur des observations expérimentales frustrées, prévoit quant-à lui une absence de rotation dans le volume de l'écoulement, la vitesse angulaire étant entièrement confinée dans des couches limites sur chaque disque (partie droite de la Fig. 1.1). Nous reviendrons sur ce point au chapitre 3 de cette première partie consacré à l'étude d'une bifurcation globale de notre écoulement. Le rôle des conditions aux limites est un point clé pour l'obtention de solutions du type Batchelor ou Stewartson.

1.1.2 1930-1980 : le développement des techniques numériques

La simplicité (apparente) du problème en fit l'objet d'études numériques abondantes, notamment dans les années 60 et 70. Nous en avons sélectionné quelques-unes. Les auteurs des références (Cochran, 1934; Mellor *et al.*, 1968; Nguyen *et al.*, 1975) résolvent numériquement le jeu d'équation différentielles ordinaires, dans le cas stationnaire et axisymétrique. Les résultats montrent une richesse extrême de comportements, et mettent notamment en évidence la multiplicité des solutions à haut Re . Notons également que la plupart de ces travaux visant à tester

les hypothèses d'auto-similarité n'entretiennent que peu de lien avec des expériences. Toutefois, on trouvera dans Mellor *et al.* (1968) et Nguyen *et al.* (1975) des comparaisons entre calculs numériques et expériences pour des disques très larges devant la distance qui les sépare et à $s = 0$. Les résultats à $Re = 100$ coïncident assez bien avec une des branches calculées numériquement.

Dans ces études numériques, les disques sont toujours de rayon infini. Dans le cas de disques finis, il faut renoncer à l'hypothèse auto-similaire, et les auteurs des références (Dijkstra & van Heijst, 1983; Harriott & Brown, 1984) se confrontent aux équations aux dérivées partielles de Navier-Stokes. De plus, le rapport d'aspect — défini comme le rapport entre l'espace entre les disques d et leur rayon R — devient un paramètre supplémentaire. De même, astreindre l'écoulement à être contenu dans un cylindre ou laisser ouverte la zone entre les disques va modifier fortement les solutions. Les travaux de Dijkstra & van Heijst (1983) ont pour cadre un rapport d'aspect très aplati ($d \ll R$), ceux de Harriott & Brown (1984) un rapport d'aspect unitaire. Les deux se placent en géométrie fermée. En se restreignant aux solutions stationnaires axisymétriques, cette dernière référence fait état de solutions multiples coexistant en contrarotation ($s = -1$) pour $Re > 200$.

C'est dans une revue de 1987 que ce type d'écoulement dans un cylindre entre deux disques finis coaxiaux prend le nom d'écoulement tourbillonnaire de von Kármán (Zandbergen & Dijkstra, 1987). L'existence de 18 solutions différentes pour certains domaines dans l'espace des paramètres $\{s; Re\}$ y est rapportée !

Trouver des solutions aux équations de Navier-Stokes et mettre en évidence leur non-unicité à grand Re est un premier problème. L'étude de leur stabilité et leur pertinence vis-à-vis d'écoulements réels en est un autre en soi. Une des premières études numériques intégrant la dépendance temporelle est celle de Pearson (1965). Pearson considère le cas de deux disques infinis et se restreint à des écoulements axisymétriques. Il conserve aussi l'hypothèse selon laquelle la vitesse axiale est indépendante de la coordonnée radiale. Dans le cas $s = 0$, pour un $Re = 1000$, après un transitoire, l'écoulement converge vers une solution stationnaire stable.

1.1.3 1980-2000 : études expérimentales et numériques d'instabilités dans l'écoulement tourbillonnaire de von Kármán avec forçage visqueux

Vers le début des années 1990, les simulations directes non-axisymétriques deviennent possibles, et permettent l'étude des instabilités susceptibles d'affecter l'écoulement tourbillonnaire de von Kármán. On trouvera dans la bibliographie des références Nore *et al.* (2003, 2004) une revue des travaux numériques récents consacrés à ce sujet. Nous reviendrons par la suite au chapitre 2 sur l'étude de Nore *et al.* qui a un rapport direct avec nos travaux. Pour l'instant, focalisons-nous sur les études expérimentales des instabilités.

Les expériences regroupées dans ce paragraphe ont pour trait commun l'écoulement dans un cylindre fermé, entraîné par la rotation des disques supérieurs et inférieurs. Le forçage se fait alors au travers des couches limites de Kármán et de Bödewadt (*resp.* sur un disque en rotation ou à l'arrêt). Nous distinguerons alors naturellement deux grandes catégories d'expériences, selon le rapport d'aspect du cylindre :

- Les expériences en rapport d'aspect très aplati, type « boîte de camembert », où ces couches limites jouent un rôle fondamental. Parmi celles-ci, citons les travaux de Schouveiler *et al.* (2001) consacrés à l'étude d'ondes non linéaires dans la configuration « rotor-stator » ($s = 0$), et ceux de Gauthier *et al.* (2002); Moisy *et al.* (2003, 2004) qui explorent les instabilités en corotation et en contrarotation. Dans son mémoire de thèse, Schouveiler (1998) présente une excellente revue des diverses instabilités des couches limites de Kármán, d'Ekman et de Bödewadt.

- Les expériences en rapport d’aspect plus allongé, type « canette de soda ». Les travaux d’Escudier (1984) dans le cas rotor-stator sont à l’origine de nombreuses études en relation avec l’éclatement tourbillonnaire (« vortex breakdown »). De très nombreux auteurs se sont penchés sur le sujet (Sørensen & Christensen, 1995; Spohn *et al.*, 1998; Shtern & Hussain, 1999; Husain *et al.*, 2003).

Dans la suite, nous nous concentrerons sur les expériences de rapports d’aspects unitaires. Le cas de la contrarotation parfaite $s = -1$ a été étudié expérimentalement par F. Moisy, C. Nore et L. Quartier pour des nombres de Reynolds compris entre 140 et 600 (Nore *et al.*, 2005), ces travaux ayant été motivés par l’étude numérique précédemment citée (Nore *et al.*, 2003). Pour une petite plage de valeurs du nombre de Reynolds, ces auteurs ont ainsi pu mettre expérimentalement en évidence des cycles pseudo-hétéroclines, où l’écoulement oscille brutalement entre deux états différents.

1.1.4 1990-2000 : «The french washing machine»

Tous les écoulements décrits jusqu’à maintenant avaient en commun le mode de forçage : un forçage visqueux par les couches limites sur des parois lisses. Au cours de la décennie 90, l’étude de la turbulence pleinement développée est un sujet très vivace, notamment expérimentalement. Ainsi, sous l’impulsion de Y. Couder de l’ENS-Paris et de S. Fauve de l’ENS-Lyon, une autre branche pour l’écoulement tourbillonnaire de von Kármán se dégage (Douady *et al.*, 1991; Fauve *et al.*, 1993). Il s’agit toujours de l’écoulement produit dans un cylindre de rapport d’aspect unitaire, mais le fluide est entraîné maintenant de manière **inertielle** au moyen de disques munis de pales. On dispose ainsi d’un écoulement fermé, tenant sur une table, et permettant d’atteindre comme nous le verrons au chapitre 2 des nombres de Reynolds de l’ordre de 10^6 là où les souffleries les plus « lourdes » atteignent des nombres de Reynolds de 10^7 (Castaing *et al.*, 1990). A titre anecdotique, cette configuration est connue dans la communauté sous l’appellation de « french washing machine ». Notre montage VKE appartient à cette catégorie.

L’écoulement pleinement turbulent, inertiellement forcé, de von Kármán a ainsi permis la mise en évidence et l’étude de filaments de vorticités intenses et très intermittents (Douady *et al.*, 1991), connectés à des événements de basse pression rares et intenses. L’étude des fluctuations de pression est l’objet des travaux de Fauve *et al.* (1993) et Cadot *et al.* (1995).

Le caractère confiné de cet écoulement conduit à s’interroger sur la validité de l’hypothèse de Taylor —hypothèse de « turbulence gelée » qui permet de faire le lien entre des mesures faites dans le domaine temporel et les propriétés statistiques spatiales de la turbulence— (Pinton & Labbé, 1994).

De nombreuses études ont aussi porté sur la caractérisation des petites échelles de la turbulence : mesure des fonctions de structures d’ordre élevé, mise en évidence de l’intermittence et des écarts à la théorie de Kolmogorov (1991b; 1991a). Voir par exemple Zocchi *et al.* (1994); Tabeling *et al.* (1996); Moisy *et al.* (1999, 2001).

La statistique de grandeurs globales comme la puissance injectée a également été étudiée (Labbé *et al.*, 1996a; Pinton & Holdsworth, 1999; Titon, 2002; Titon & Cadot, 2003b), en liaison avec le développement d’une physique statistique hors d’équilibre pour décrire la turbulence, et modélisée en terme de processus stochastiques (Leprovost *et al.*, 2004).

Récemment, les études du point de vue lagrangien de la turbulence ont été rendues possibles par l’emploi de techniques expérimentales pointues (Mordant *et al.*, 2001; La Porta *et al.*, 2001). Ces travaux montrent des distributions d’accélération très intermittentes, des corrélations à longue portée pour la norme des accélérations, leur direction étant elle très vite « oubliée ».

Enfin, des expériences de magnétohydrodynamique utilisant un fluide conducteur, le gallium en l'occurrence pour l'expérience VKG (Odier *et al.*, 1998), et le sodium liquide pour l'expérience VKS première génération (Bourgoin *et al.*, 2002; Marié *et al.*, 2002; Pétrélis *et al.*, 2003) ont été menées. Le but de l'expérience VKS est d'observer expérimentalement un effet dynamo dans un écoulement non contraint et pleinement turbulent (voir la deuxième partie du présent mémoire). La première version de l'expérience se situant en dessous du seuil de l'instabilité n'a pu engendrer de dynamo, mais a permis l'étude des mécanismes d'induction dans un écoulement à haut nombre de Reynolds magnétique. A cette occasion, les grandes échelles, *i.e.* la partie moyenne de l'écoulement, ont été l'objet d'études systématiques et mesurées dans cet écoulement pour la première fois, à notre connaissance, pendant les travaux de thèse de Louis Marié (Marié *et al.*, 2003).

Conclusion de l'étude bibliographique

Après cette revue historique, nous pouvons conclure que notre dispositif expérimental n'a plus grand chose à voir avec le problème original posé par von Kármán. Néanmoins, l'étude des premières références fait ressortir l'extrême variété de comportements qu'est susceptible d'adopter l'écoulement. De plus, on note également l'absence totale de simulations numériques de l'écoulement lorsque le forçage est inertiel. En outre, tous les dispositifs type VKE cités plus haut se placent d'ores-et-déjà dans des régimes de turbulence développée. Enfin, si les petites échelles de la turbulence ont été très explorées, la caractérisation des propriétés hydrodynamiques à grande échelle de l'écoulement, et en particulier leur dépendance vis-à-vis de la forme du système d'entraînement fait défaut, notamment dans l'optique de l'expérience VKS2, où les effets d'induction par le champ moyen sont très importants.

Cette caractérisation, l'étude de l'influence d'un entraînement par couche limite ou par inertie sur des quantités globales hydrodynamiques caractérisant l'écoulement, et l'étude à bas nombre de Reynolds font ainsi l'objet du chapitre 2 de cette première partie du présent mémoire.

1.2 Le montage VKE

1.2.1 Dimensions, évolutions

Notre dispositif expérimental a été décrit précisément dans la thèse de Louis Marié (2003). Nous rappelons ici ses dimensions principales avant de nous consacrer aux évolutions du montage.

Le montage expérimental VKE, dont on trouvera un schéma en figure 1.2 et une photographie en figure 1.3, se compose d'une cuve en plexiglas cylindrique d'axe z vertical, de diamètre intérieur $200mm$, de diamètre extérieur $220mm$ et de hauteur $500mm$, fixée à un châssis. On note R_c le rayon intérieur de la cuve cylindrique, qui vaut donc $R_c = 100mm$. On étudie l'écoulement créé entre deux turbines coaxiales. Le rapport d'aspect de la zone d'écoulement, défini comme le rapport entre la distance H séparant les turbines et le rayon de la cuve R_c peut être varié. Nous avons conservé une distance fixe et égale à $H = 1.8R_c = 180mm$. Le rapport d'aspect de l'écoulement est ainsi le même pour l'expérience en eau et pour l'expérience en sodium VKS2, alors que l'expérience VKS1 avait un rapport d'aspect différent égal à $H/R_c = 1.95$ ¹. La turbine du haut est notée 1, celle du bas 2. Les turbines sont mises en rotation par l'intermédiaire de courroies au moyen de deux moteurs indépendants, dont on notera les fréquences de rotation f_1 et f_2 . Le sens de rotation positif pour chaque turbine est par convention le sens trigonométrique vu depuis l'espace entre les turbines (voir figure 1.2 (a)). Donc, dans le référentiel du laboratoire,

¹voir deuxième partie du manuscrit pour tout ce qui concerne les expériences en sodium

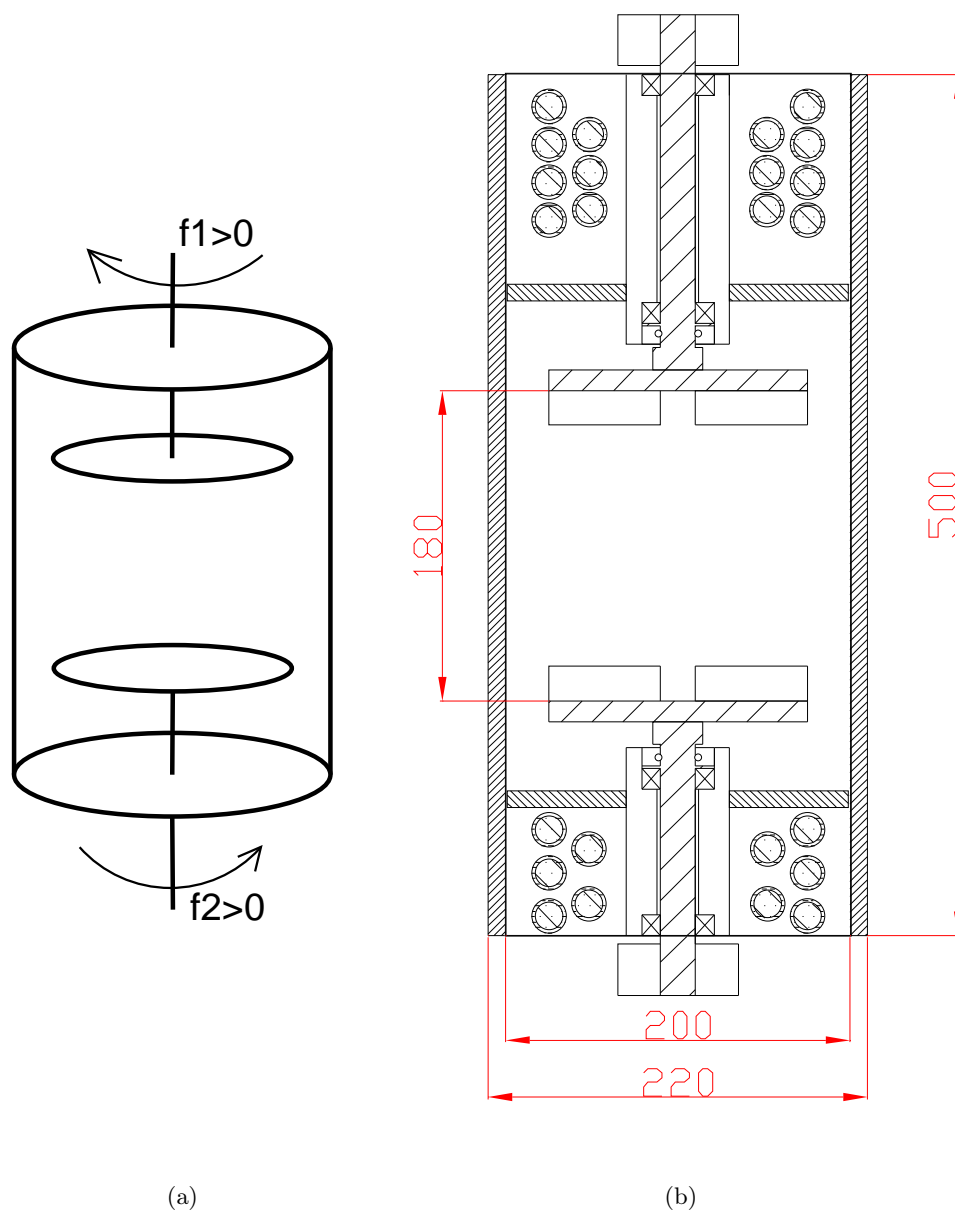


FIG. 1.2: (a) Schéma naïf de l'expérience VKE. Par convention, l'arbre du haut est noté 1, et celui du bas 2. Le sens de rotation est compté positivement lorsqu'on regarde la turbine depuis la face interne tourner dans le sens trigonométrique : en contrarotation, les deux signes sont égaux. (b) Schéma à l'échelle de l'intérieur de la cuve cylindrique dans l'expérience VKE. Le dispositif est un cylindre vertical de hauteur 500mm et de diamètre 200mm. La zone « utile » de l'écoulement est située entre les faces internes des deux turbines, séparées de 180mm. Nous avons représenté les cages à roulements de diamètre 60mm avec les roulements (petits carrés avec des croix), l'arbre en hachures larges et le joint à lèvres faisant étanchéité (petits cercles au niveau du passage d'arbre dans les cages à roulements), les plaques en plexiglas de diamètre intérieur 60mm et de diamètre extérieur 198mm servant à isoler la partie utile de l'écoulement ainsi que les serpentins de cuivre permettant la régulation thermique (en coupe).

si on note \vec{e}_z le vecteur vertical dirigé vers le haut, lorsque $f_1 > 0$, la turbine 1 tourne dans le sens des aiguilles d'une montre autour de \vec{e}_z , et lorsque $f_2 > 0$, la turbine 2 tourne dans le sens contraire des aiguilles d'une montre autour de \vec{e}_z . Cette convention a été choisie car nous nous sommes principalement intéressés aux situations de contrarotation, où les deux signes de f_1 et f_2 sont donc égaux. Précisons que dans la suite, nous utiliserons des coordonnées cylindriques $\{r; \theta; z\}$, et que l'origine du repère sera prise sur l'axe du cylindre à équidistance des deux turbines.



FIG. 1.3: Photographie du dispositif expérimental : les turbines sont peintes en noir. On distingue également les plaques de plexiglas de part et d'autre des turbines, ainsi que les serpentins de cuivre permettant la régulation thermique. En haut, sur la platine en aluminium, un tuyau est relié à un vase d'expansion suspendu au plafond. La courroie relie la poulie de la cage à roulements au moteur, enchâssé dans la cage en tissu de cuivre visible en haut à droite. Le fil vert relie un capteur de pression piézoélectrique monté en paroi à un amplificateur de charges. Le passage de capteur sert également aux mesures de températures par thermorésistance de platine (Pt100). Un thermomètre à alcool monté dans un doigt de gant et situé sur la platine supérieure permet un contrôle de la température.

Amélioration de la symétrie du dispositif expérimental

Les disques des turbines d'entraînement sont montés sur deux arbres maintenus par des roulements à billes dans deux cages à roulements. Initialement, les diamètres des cages à roulement

étaient de 54mm pour celle du haut et de 60mm pour celle du bas. Afin d'améliorer la symétrie du montage, nous avons installé un cylindre en plexiglas de diamètre intérieur 54mm et de diamètre extérieur 60mm autour de la cage à roulement du haut.

De même, afin de réduire l'influence de la zone de fluide située de part et d'autre des turbines, deux plaques en plexiglas de diamètre intérieur 60mm , de diamètre extérieur 198mm et d'épaisseur 10mm ont été installées. La distance entre le dos d'une turbine et la face la plus proche du disque en plexiglas est de 40mm pour l'ensemble turbine/plaque en plexiglas du bas et du haut. Le dispositif expérimental jouit donc maintenant d'une meilleure symétrie (voir figure 1.2 (b)). Ces plaques en plexiglas nuisent à l'échange thermique entre le fluide en écoulement et celui circulant dans les serpentins de cuivre, lorsque le nombre de Reynolds de l'écoulement est faible. Nous les avons donc ôtées lors des études à très faible nombre de Reynolds en glycérol (voir paragraphe 1.2.6 page 25).

Réduction du bruit électromagnétique des moteurs

Les turbines sont actionnées par deux moteurs brush-less indépendants reliés à deux variateurs capables de réguler en vitesse ou en couple. Nous avons principalement utilisé la régulation en vitesse. La puissance de chaque moteur est de 1.8kW , pour un couple maximal de 11.5N.m .

Ce type de moteurs permet une grande souplesse d'utilisation et une qualité de régulation excellente. Malheureusement, ils sont alimentés par des alimentations à découpage : les variateurs pratiquent la Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI) pour envoyer une tension sinusoïdale de fréquence variable aux moteurs. Le schéma de principe de la MLI est rappelé en figure 1.4. Ce procédé est à l'origine d'un très fort bruit de rayonnement susceptible d'affecter la qualité des mesures effectuées, non seulement pour nos expériences, mais également dans tout le bâtiment.

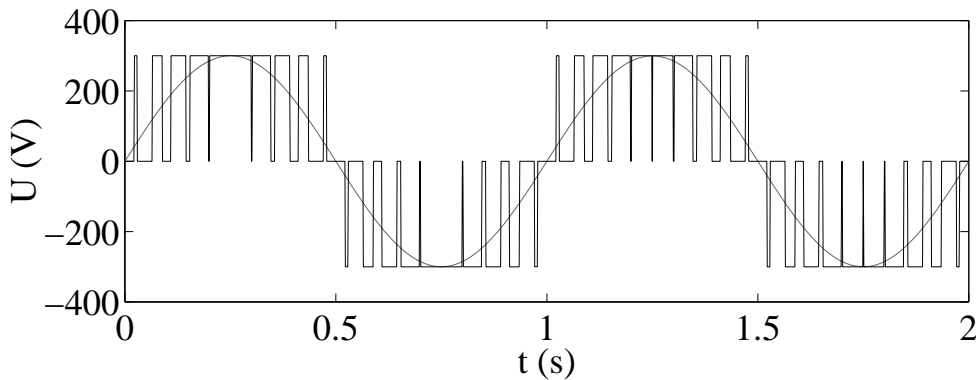


FIG. 1.4: Schéma de principe de la Modulation de Largeur d'Impulsion. L'alimentation à découpage envoie un signal haché à très haute fréquence (de l'ordre de 10kHz), et des ponts de transistors dans les variateurs ouvrent et ferment le circuit pour générer des impulsions de largeur variable. Le signal effectif vu par les moteurs est la sinusoïde qui résulte d'un filtrage basse fréquence. La tension crête à crête est de l'ordre de 400V . Ce processus génère énormément de bruit électromagnétique.

Une première étape dans la limitation de ce bruit avait été menée durant la thèse de Louis Marié (2003). Nous avons depuis utilisé des câbles blindés pour les lignes de puissance entre variateurs et moteurs. De plus, des filtres sinusoïdaux de marque Schaffner, modèle FN5010-8-99 ont été installés sur les lignes de puissance. Ce sont des filtres passe-bas LC triphasés adaptés à un courant de 8A avec $L = 7.2\text{mH}$ et $C = 1.5\text{ }\mu\text{F}$. Les moteurs sont enfin enfermés dans deux

cages de Faraday en cuivre visibles à droite sur la figure 1.3. Ceci a permis de réduire le bruit émis, notamment dans le sous-sol du laboratoire. Nous y reviendrons au paragraphe 1.3.2 page 34.

Contrôle de la température

Si la température n'est pas un paramètre critique dans le cadre d'expériences avec l'eau à très grand nombre de Reynolds, en revanche elle le devient lorsqu'on utilise par exemple du glycérol, et que l'on souhaite contrôler la viscosité de ce dernier. La cuve est donc munie de deux serpentins de cuivre aux deux extrémités du cylindre. Une circulation d'eau reliée à un bain thermostaté permet ainsi la régulation thermique de la manip. La température est systématiquement mesurée à l'aide d'un thermomètre à alcool ou au moyen de sondes à résistances de platine Pt100 reliées au système d'acquisition (voir figure 1.3).

Et enfin, afin d'éviter la présence de bulles d'air dans l'écoulement, un vase d'expansion a été suspendu au plafond.

1.2.2 Adimensionnement

Les équations de Navier-Stokes décrivent l'évolution de la vitesse \vec{v} (en $m.s^{-1}$) d'un fluide newtonien en écoulement incompressible :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla}(P) + \vec{f} + \nu \Delta \vec{v} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 \quad (1.2)$$

Nous reviendrons sur la démarche menant à ces équations en annexe A page 215. On a noté la viscosité cinématique ν (en $m^2.s^{-1}$), la masse volumique ρ (en $kg.m^{-3}$), la pression P (en $kg.m^{-1}.s^{-2}$) et les champs de forces massiques \vec{f} (en $m.s^{-2}$). En plus de ces équations descriptives, un problème bien posé consiste aussi en la donnée de conditions aux limites (présence de parois, d'un gradient de pression imposé par exemple).

Ces deux équations sont invariantes par la transformation d'échelle à deux paramètres $\Lambda > 0$ et $\lambda > 0$ suivante (Laguës & Lesne, 2003) :

$$\begin{aligned} r &\rightarrow \lambda r & P &\rightarrow \lambda^{2+d} \Lambda^{-2} P \\ t &\rightarrow \Lambda t & \rho &\rightarrow \lambda^{-d} \rho \\ v &\rightarrow \lambda \Lambda^{-1} v & \vec{f} &\rightarrow \lambda \Lambda^{-2} \vec{f} \\ \nu &\rightarrow \lambda^2 \Lambda^{-1} \nu \end{aligned} \quad (1.3)$$

Si on prend pour dimensions typiques du système une longueur L (taille du récipient par exemple) et une vitesse V (vitesse en bord de disque par exemple), et que l'on choisit $\lambda = 1/L$ et $\Lambda = V/L$, on se ramène à des variables sans dimension. On fait alors apparaître le nombre sans dimension $\lambda^2 \Lambda \nu = \nu/VL$, qui est l'inverse d'un nombre de Reynolds $Re = \frac{VL}{\nu}$. Ce nombre, qui compare les effets d'advection aux effets de diffusion de la quantité de mouvement est donc le seul paramètre du problème, avec la géométrie et les conditions aux limites. La mécanique des fluides se conforme donc à des lois de similitude.

Nous allons par conséquent adimensionner toutes nos valeurs expérimentales afin de pouvoir user facilement de ces transformations d'échelle. Il nous faudra ainsi choisir une échelle de longueur \mathcal{L} , de temps \mathcal{T} et de masse \mathcal{M} (nous n'aurons pas besoin ici d'échelles d'intensité électrique

ou lumineuse, ni de température), et nous détaillons dans cette section les choix retenus pour l'adimensionnement des diverses grandeurs utilisées.

- Nous adimensionnerons toutes nos longueurs par R_c , rayon intérieur de la cuve ;
- pour l'échelle de temps, nous avons choisi de nous baser sur la fréquence de rotation des turbines. L'échelle de temps est ainsi prise comme l'inverse de $f = \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{2}}$. Notons que lorsque $f_1 = f_2$, on a $f = f_1 = f_2$;
- enfin, l'échelle naturelle de masse est basée sur la masse volumique ρ du fluide utilisé.

Dans la suite, tous les résultats sont présentés sous forme adimensionnelle résultant du choix d'échelles caractéristiques suivant :

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= R_c \\ \mathcal{T} &= \left(\frac{f_1^2 + f_2^2}{2}\right)^{-1/2} \\ \mathcal{M} &= \rho R_c^3\end{aligned}$$

1.2.3 Paramètres géométriques

On se propose de faire varier l'écoulement obtenu en fonction de plusieurs paramètres. Nous commençons par décrire dans cette section les paramètres d'ordre géométrique.

Notre écoulement est produit entre deux turbines (disques munis de pales), dans un cylindre de rayon fixé R_c égal à 1. Le premier paramètre à préciser est la distance qui sépare nos turbines. Nous avons choisi de mesurer cette distance entre les faces intérieures des disques et de la nommer H . Elle est fixée et vaut 1.80 ± 0.01 . Le rapport d'aspect de l'expérience VKE est ainsi $\frac{H}{R_c} = 1.80$.

Dessin des turbines

Les turbines sont des disques de rayon R , munies de 8 ou 16 pales de design assez simple. En effet les pales sont des arcs de cercles tangents à un rayon au centre du disque. La courbure est caractérisée par l'angle de sortie α . On le définit comme étant l'angle entre le rayon sur lequel s'appuie la pale et la tangente à la pale en bout de turbine (voir figure 1.5).

Nous avons des pales droites d'angle de sortie 0° et des pales courbes d'angle de sortie allant jusqu'à 72° . Lorsque les pales sont courbées, les deux sens de rotation possibles ne sont plus équivalents. Nous avons donc deux turbines différentes pour une même courbure. Nous les distinguons par le signe de l'angle α . Le sens positif correspond au sens trigonométrique sur la figure 1.5. Lorsque la turbine tourne dans le sens positif, on s'attend à un profil radial de rotation plus faible que la rotation solide, tandis qu'en tournant dans le sens négatif, le fluide en bout de pale est continuellement accéléré vers l'extérieur, à la manière d'une pelote basque. Cet effet est en compétition avec la centrifugation, et la puissance consommée pour entraîner le fluide dans le sens négatif est bien supérieure à celle à fournir pour tourner dans le sens positif.

La hauteur des pales h a également été variée, entre 0 (disques lisses) et $0.2R_c$. La figure 1.6 est une photographie des turbines utilisées dans l'expérience VKS2, sur laquelle on peut mieux appréhender la forme en volume.

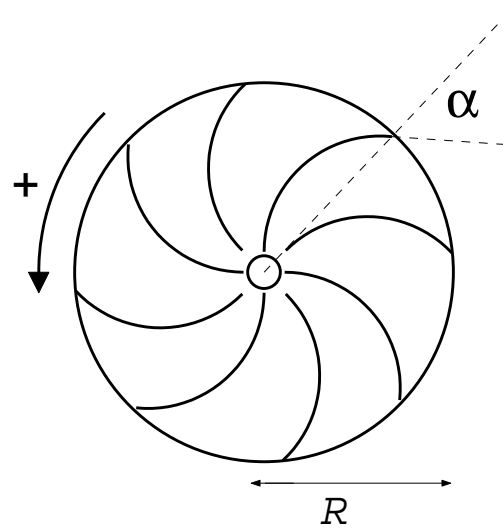


FIG. 1.5: Forme et paramètres des turbines et des pales : rayon R , angle de sortie α et sens de rotation.



FIG. 1.6: Photographie des turbines utilisées dans l'expérience VKS2 (TM73, voir tableau 1.1 pour leurs caractéristiques).

Turbine	Rayon R (adim.)	hauteur de pales h (adim.)	angle α (°)	nombre de pales
$TM90_2$	0.5	0.2	0	8
$TM70_{0.5}$	0.75	0.05	0	8
$TM70_1$	0.75	0.1	0	8
$TM70_2$	0.75	0.2	0	8
$TM71_2$	0.75	0.2	14	8
$TM73_2$	0.75	0.2	24	8
$TM74_2$	0.75	0.2	34	8
<i>Lisse</i>	0.925	0	0	0
$TM80_1$	0.925	0.1	0	8
$TM80_2$	0.925	0.2	0	8
$TM83_2$	0.925	0.2	30	8
$TM86_2$	0.925	0.2	57	8
$TM87_2$	0.925	0.2	72	8
$TM60_1$	0.925	0.1	72	16
$TM60_2$	0.925	0.2	72	16

TAB. 1.1: Caractéristiques des turbines utilisées.

Les différentes turbines réalisées sont désignées par les initiales « TM » (comme turbines métalliques) suivies d'un numéro de série. Nous récapitulons dans le tableau 1.1 les caractéristiques de ces turbines.

Les ailettes ou « baffles »

Le cylindre peut être muni de quatre ailettes parallélépipédiques verticales placées régulièrement le long de la direction orthoradiale. On peut ainsi jouer sur les conditions aux limites sur le cylindre. Leur hauteur est de 1.25 et elles sont placées à équidistance des deux turbines afin de ne pas briser la symétrie par retournement sur laquelle nous revenons dans la section suivante. Leur largeur est de 0.1 et est constante dans notre étude. En revanche leur épaisseur, c'est-à-dire leur extension dans la direction radiale du cylindre peut varier, et ce point a fait l'objet de l'un de nos axes d'étude lors de l'étude de la bifurcation globale de l'écoulement (voir chapitre 3 page 73). Nous avons utilisé des ailettes d'épaisseur 0.02, 0.05, 0.075 et 0.1).

1.2.4 Symétries du montage

La résolution d'un problème de physique commence par la donnée d'équations descriptives et de conditions aux limites. L'analyse des invariances par symétrie des équations et du montage nous fournira donc de précieux renseignements. En effet, tout étudiant en physique aura noté l'importance des symétries dans la simplification des problèmes d'électromagnétisme par exemple (Jackson, 2001). Comme nous le verrons au chapitre 2 de la seconde partie, page 155, les symétries présentes conditionnent aussi fortement les divers types de bifurcations possibles (Knobloch, 1996). Nous analysons donc ici les symétries du montage VKE.

Symétrie par retournement \mathcal{R}_π

Considérons le retournement— rotation d'angle π — autour de tout axe radial passant par le milieu de la cuve. On notera cette opération de symétrie \mathcal{R}_π . Cette opération renvoie la turbine 1 sur la turbine 2 et réciproquement. De plus, si les deux turbines du haut (*resp.* du bas) tournent

à la fréquence f_1 (*resp.* f_2), on se retrouve après l'action de \mathcal{R}_π avec un montage équivalent où la turbine du haut tourne cette fois à la fréquence f_2 . (On peut vérifier la cohérence de cette proposition avec le choix de convention pour le sens de rotation en retournant par exemple la figure 1.2).

Dans le cas de turbines lisses, le montage expérimental est laissé invariant par \mathcal{R}_π , qu'il soit en configuration « cuve lisse » ou avec ailettes, puisque nous avons pris grand soin de mettre les baffles à équidistance des deux turbines. Lorsque les turbines sont munies de pales courbées, le montage n'est plus invariant par retournement autour de tout axe radial du plan équatorial au sens strict, mais on pourra toujours choisir un axe particulier autour duquel l'invariance par retournement est vérifiée. Nous utiliserons donc \mathcal{R}_π sans préciser d'axe.

Enfin, nous utilisons un fluide en écoulement incompressible, les gradients de température sont faibles, et le fluide est enfermé dans une cuve (absence de surface libre). Nous pouvons donc affirmer que la gravité n'a aucun rôle à jouer dans la dynamique de notre écoulement. La force de pesanteur agissant sur la particule fluide est en effet équilibrée par un gradient de pression hydrostatique. Donc, les équations de Navier-Stokes gouvernant la dynamique du fluide sont également invariantes par \mathcal{R}_π dans ce cas (voir équation 1.1, avec $\vec{f} = \vec{0}$).

En conséquence, d'un résultat de mesure fait dans une certaine configuration expérimentale, on en déduira par l'opération \mathcal{R}_π le résultat que l'on devrait mesurer si on applique l'opération \mathcal{R}_π à cette configuration expérimentale. Ceci est par exemple une façon de tester la qualité des mesures et/ou de diagnostiquer un défaut de symétrie du montage, et nous a été très utile au cours de cette thèse.

Axisymétrie

Seul le montage en cuve lisse et avec disques lisses est axisymétrique au sens strict. Le montage en cuve lisse avec pales n'est lui plus axisymétrique. Nous considérerons néanmoins que l'écoulement **moyen** est axisymétrique, et cela se vérifie expérimentalement à la fois pour la solution laminaire de base et à très grand nombre de Reynolds. Nous reviendrons sur ces points lors du chapitre 2. Par conséquent, lors des mesures de l'écoulement moyen, nous considérons que des mesures dans un seul plan méridien suffisent.

Le montage avec ailettes n'est lui clairement plus axisymétrique, et il faudrait donc étudier l'écoulement sur un secteur angulaire d'angle $\frac{\pi}{2}$. Pour des raisons pratiques (utilisation d'un système de Vélocimétrie Laser Doppler une composante et cylindre fixe) nous n'avons pas effectué de mesures de vitesses dans cette configuration.

1.2.5 Paramètres de contrôle liés au forçage

Commande en vitesse

Les paramètres de contrôle expérimentaux que nous imposons sont les fréquences de rotation f_1 et f_2 des moteurs 1 et 2 dans le cadre d'une régulation en vitesse. Afin d'avoir des résultats plus aisément manipulables nous avons introduit un changement de coordonnées dans le plan des paramètres.

Le premier paramètre que nous avons déjà défini est la fréquence $f = \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{2}}$ qui sert d'échelle de temps et renseigne sur l'intensité du forçage.

Le deuxième paramètre est une sorte d'angle θ dans ce plan $\{f_1; f_2\}$, défini par $\theta = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1}$ et qui renseigne sur la dissymétrie de forçage.

Ce changement de variable a le défaut de ne pas être bijectif. En revanche, dans les cas où f_1

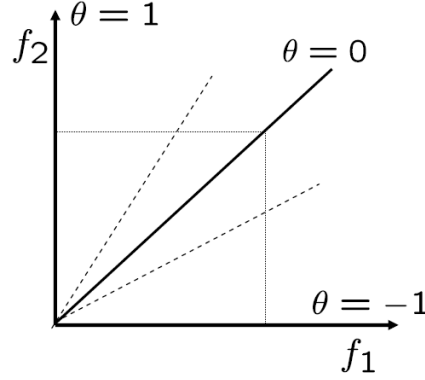


FIG. 1.7: Lignes remarquables dans le plan des paramètres $\{f_1; f_2\}$. $\theta = -1$ correspond au cas où $f_2 = 0$. $\theta = 1$ correspond au cas où $f_1 = 0$. $\theta = 0$ correspond au cas où $f_1 = f_2$. Et enfin les lignes pointillées correspondent à $\theta = \pm 0.13$.

et f_2 sont de même signe, *i.e.* en contrarotation, il donne un résultat univoque compris entre -1 et 1 . $\theta = 0$ constitue ainsi le cas de contrarotation exacte où $f_1 = f_2$ (voir également figure 1.7). Nous utilisons dans la suite les valeurs absolues des fréquences de rotation et préciserons donc à chaque fois que cela est nécessaire si la turbine tourne face concave (sens $-$) ou face convexe des pales en avant (sens $+$).

Notons enfin que ce choix nous démarque de l'utilisation usuelle du rapport $s = f_2/f_1$ des fréquences de rotation (voir l'étude bibliographique de l'écoulement de von Kármán page 11). En effet, le défaut de ce paramètre est de ne pas être symétrique en $f_1 \rightarrow f_2$ et de diverger lorsque $f_1 \rightarrow 0$. Notre choix du paramètre θ respecte quant-à-lui la symétrie $\theta \rightarrow -\theta$ lorsque $f_1 \rightarrow f_2$, en précisant que f_1 et f_2 sont du même signe (voir figure 1.7).

Commande en couple

Nos variateurs sont également capables d'imposer le couple fourni par les moteurs. Nous noterons C_1 et C_2 les couples imposés en $N.m$ sur les moteurs 1 et 2. Nous utiliserons le même changement de variables. L'intensité du forçage sera notée $C = \sqrt{\frac{C_1^2 + C_2^2}{2}}$, et la différence relative des couples qui traduit la dissymétrie de la consigne sera notée $\gamma = \frac{C_2 - C_1}{C_1 + C_2}$.

Pour $\gamma = 0$, les couples imposés sur les deux moteurs sont égaux. La consigne est alors \mathcal{R}_π symétrique, *i.e.* invariante par échange des deux turbines. Nous nous attendons donc à obtenir un écoulement où les deux turbines tournent en moyenne à la même vitesse, *i.e.* $\theta = 0$.

Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que la consigne $\gamma = \pm 1$ ne correspond pas à une situation $\theta = \pm 1$ où une seule des deux turbines serait en rotation. En effet, si nous imposons un couple nul sur une des deux turbines, l'autre ayant une consigne non nulle, nous fabriquons en quelque sorte un engrenage fluide et la turbine qui n'offre aucune résistance à l'écoulement sera entraînée en corotation. Nous reviendrons au chapitre 3 page 81 sur la façon dont nous adapterons le déséquilibre relatif des couples afin d'obtenir un écoulement à un seul disque $\theta = \pm 1$.

1.2.6 Propriétés hydrodynamiques des fluides utilisés

Nous rappelons en annexe A page 215 la loi de comportement reliant contraintes et déformations et ce que l'on entend par viscosité pour un fluide newtonien.

Viscosité des fluides utilisés dans l'expérience VKE

Livrons nous tout d'abord à un rapide calcul d'ordre de grandeur du nombre de Reynolds pour notre montage, lorsque le fluide utilisé est de l'eau. Nous avons défini le nombre de Reynolds de la manière suivante : $Re = 2\pi R_c^2 f \nu^{-1}$, résultant de notre choix caractéristique de longueur et de temps. Le facteur 2π trouve sa justification dans l'ordre de grandeur de la vitesse en bord de disque. Pour des raisons pratiques liées à la puissance disponible pour l'entraînement et à la nécessité d'avoir des signaux de vitesse ou de couple à mesurer assez grands, les fréquences de rotation des turbines seront comprises entre 1 et $20Hz$. Le rayon de la cuve est de 100 mm, l'ordre de grandeur de la viscosité de l'eau à $20^\circ C$ est de $10^{-6} m^2.s^{-1}$, et donc les nombres de Reynolds accessibles en eau sont dans la gamme :

$$6.3 \times 10^4 < Re < 1.3 \times 10^6$$

Nous nous situons donc d'emblée dans un régime à grand nombre de Reynolds, a priori très turbulent dans notre situation (présence de fort gradients de vitesse en contrarotation).

Lorsque le fluide de travail est de l'eau, les régimes à faible nombre de Reynolds ne sont donc pas accessibles à moins d'utiliser un autre dispositif expérimental. Afin d'étudier les régimes laminaires, *i.e.* à environ $Re = 100$, nous avons joué sur la viscosité du fluide employé, l'objectif étant de trouver un fluide dont la viscosité est de trois ordres de grandeur supérieure à celle de l'eau à température ambiante. Notre choix s'est porté sur le glycérol, dont la densité est proche de celle de l'eau. Nous reproduisons en figure 1.9 un tableau donnant la viscosité et la densité de solutions aqueuses de glycérol, tiré du Handbook (Hodgman, 1947). Nous avons utilisé du glycérol pur à 99%.

La viscosité du glycérol évolue très rapidement avec la température ; la variation est typiquement de 7% pour 1 degré. Nous sommes en mesure de réguler cette dernière dans l'expérience au moyen d'une circulation d'eau dans les serpentins de cuivre. Nous nous sommes restreints à une gamme de 15 à $30^\circ C$. A $15^\circ C$, nous couvrons ainsi la gamme $50 < Re < 900$ et à $30^\circ C$, $140 < Re < 2700$. Nous voyons ainsi qu'il n'est pas possible d'obtenir un recouvrement des plages de Re accessibles avec de l'eau et du glycérol à 99%. Nous avons donc utilisé des dilutions intermédiaires, dont la *concentration-cible* est de 93, 86, 80, et 74% en masse de glycérol.

Une erreur de 1% sur la concentration du glycérol conduit à une erreur de 10% sur la viscosité. Nous avons donc prélevé des échantillons des fluides utilisés périodiquement et avons effectué des mesures de viscosité dynamique. Ces mesures ont été effectuées au Laboratoire des Matériaux et des Structures du Génie Civil, de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, avec un viscosimètre contrôlé en température utilisant la géométrie de fond de Couette.

Pour chaque échantillon, nous avons effectué une rampe de vitesse avec retour pour plusieurs températures allant de 15 à $35^\circ C$. Le résultat de cette mesure pour la concentration 99% est présenté en figure 1.8 (a). Nous avons ensuite ajusté les données par plusieurs lois. Nous avons finalement retenu la loi en polynôme d'ordre 2. Ces mesures ont été faites pour les différentes concentrations, et les résultats sont rassemblés sur la figure 1.8 (b). En comparant les viscosités mesurées aux données cibles prises dans le Handbook (Hodgman, 1947), nous pouvons voir que la solution 93% est en réalité un tout petit peu plus concentrée en glycérol, de l'ordre de 0.5%, et que la 86% est elle un peu plus diluée d'environ 1%. Nous avons utilisé pour la présentation

des résultats de ce mémoire les ajustements issus des mesures effectuées sur les échantillons.

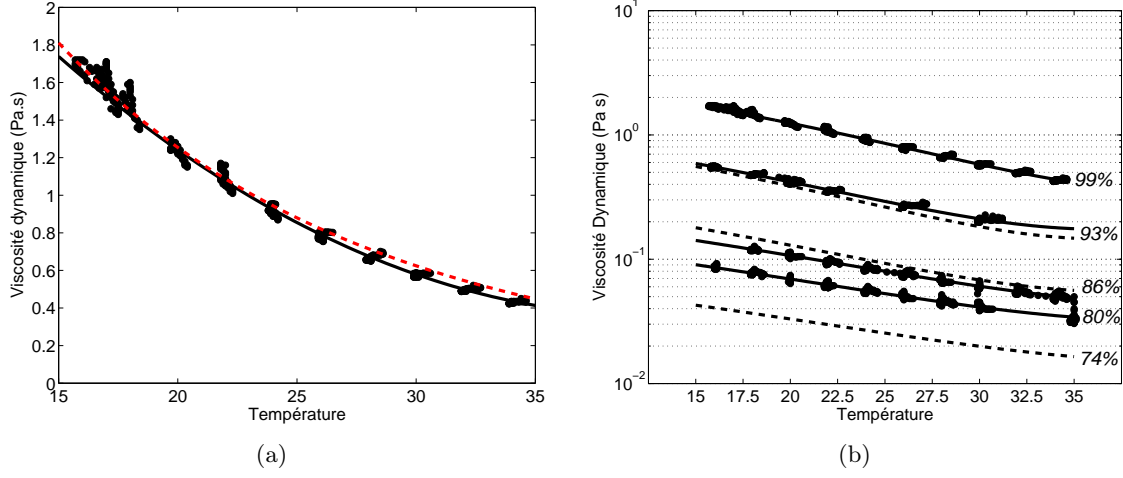


FIG. 1.8: (a) Mesure de la viscosité dynamique (Pa.s) fonction de la température (en degrés C) pour un échantillon de glycérol pur à 99%. Chaque paquet de points correspond à une rampe en vitesse à une température donnée. Les données sont ajustées par deux lois : une loi exponentielle en tirets rouges ($\mu = 8.191 \times 10^{-10} \exp(6200/T)$, avec T la température absolue. Le coefficient de régression R^2 vaut 0.9845), et un polynôme d'ordre 2 en traits pleins noirs ($\mu = 0.0022 t^2 - 0.1768 t + 3.893$, avec t la température en °C. R^2 vaut 0.9910). (b) Même mesure pour plusieurs concentrations. Paquets de points et ajustements polynomiaux d'ordre 2 en traits pleins : échantillons de concentration-cible de 99%, 93%, 86% et 81% en masse de glycérol. Traits tirets : deux ajustements sur les données du Handbook (Hodgman, 1947) pour les concentrations de 93% et 86%. Cela nous permet d'apprécier la concentration réelle en masse de glycérol dans les échantillons prélevés. Nous avons enfin utilisé une concentration cible de 74%, mais n'avons pas effectué la mesure de contrôle.

VISCOSITY OF AQUEOUS GLYCEROL SOLUTIONS FOR CALIBRATION

From the data of M. L. Sheely, Indust. and Eng. Chem., **24**, 1060, (1932)

Sp. gr. 25°/25°C	% Glyc- erol	Viscosity			Sp. gr. 25°/25°C	% Glyc- erol	Viscosity		
		20°	25°	30°			20°	25°	30°
1.00000	0	1.005	0.893	0.800	1.12720	50	6.050	5.041	4.247
1.00235	1	1.029	0.912	0.817	1.12995	51	6.396	5.319	4.467
1.00475	2	1.055	0.935	0.836	1.13265	52	6.764	5.597	4.709
1.00710	3	1.083	0.959	0.856	1.13540	53	7.158	5.910	4.957
1.00950	4	1.112	0.984	0.877	1.13815	54	7.562	6.230	5.210
1.01185	5	1.143	1.010	0.900	1.14090	55	7.997	6.582	5.494
1.01425	6	1.175	1.037	0.924	1.14365	56	8.482	6.963	5.816
1.01660	7	1.207	1.064	0.948	1.14640	57	9.018	7.394	6.148
1.01900	8	1.239	1.092	0.972	1.14915	58	9.586	7.830	6.495
1.02135	9	1.274	1.121	0.997	1.15185	59	10.25	8.312	6.870
1.02370	10	1.311	1.153	1.024	1.15460	60	10.96	8.823	7.312
1.02620	11	1.350	1.186	1.052	1.15735	61	11.71	9.428	7.740
1.02865	12	1.390	1.221	1.082	1.16010	62	12.52	10.11	8.260
1.03110	13	1.431	1.256	1.112	1.16285	63	13.43	10.83	8.812
1.03360	14	1.473	1.292	1.143	1.16560	64	14.42	11.57	9.386
1.03605	15	1.517	1.331	1.174	1.16835	65	15.54	12.36	10.02
1.03850	16	1.565	1.370	1.207	1.17110	66	16.73	13.22	10.68
1.04100	17	1.614	1.411	1.244	1.17385	67	17.96	14.18	11.45
1.04345	18	1.664	1.453	1.281	1.17660	68	19.40	15.33	12.33
1.04590	19	1.715	1.495	1.320	1.17935	69	21.07	16.62	13.27
1.04840	20	1.769	1.542	1.360	1.18210	70	22.94	17.96	14.32
1.05095	21	1.829	1.592	1.403	1.18480	71	25.17	19.53	15.56
1.05350	22	1.892	1.644	1.447	1.18755	72	27.56	21.29	16.88
1.05605	23	1.957	1.699	1.494	1.19025	73	30.21	23.28	18.34
1.05860	24	2.025	1.754	1.541	1.19295	74	33.04	25.46	19.93
1.06115	25	2.095	1.810	1.590	1.19565	75	36.46	27.73	21.68
1.06370	26	2.167	1.870	1.641	1.19840	76	40.19	30.56	23.60
1.06625	27	2.242	1.934	1.695	1.20110	77	44.53	33.58	25.90
1.06880	28	2.324	2.008	1.752	1.20380	78	49.57	37.18	28.68
1.07135	29	2.410	2.082	1.812	1.20655	79	55.47	41.16	31.62
1.07395	30	2.501	2.157	1.876	1.20925	80	62.0	45.86	34.92
1.07660	31	2.597	2.235	1.942	1.21190	81	69.3	51.02	38.56
1.07925	32	2.700	2.318	2.012	1.21455	82	77.9	56.90	42.92
1.08190	33	2.809	2.407	2.088	1.21720	83	87.9	64.2	47.90
1.08455	34	2.921	2.502	2.167	1.21990	84	99.6	72.2	53.63
1.08715	35	3.040	2.600	2.249	1.22255	85	112.9	81.5	60.05
1.08980	36	3.169	2.706	2.335	1.22520	86	129.6	92.6	68.1
1.09245	37	3.300	2.817	2.427	1.22790	87	150.4	106.1	77.5
1.09510	38	3.440	2.932	2.523	1.23055	88	174.5	122.6	88.8
1.09775	39	3.593	3.052	2.624	1.23320	89	201.4	141.8	101.1
1.10040	40	3.750	3.181	2.731	1.23585	90	234.6	163.6	115.3
1.10310	41	3.917	3.319	2.845	1.23850	91	278.4	189.3	134.4
1.10575	42	4.106	3.466	2.966	1.24115	92	328.4	221.8	156.5
1.10845	43	4.307	3.624	3.094	1.24380	93	387.7	262.9	182.8
1.11115	44	4.509	3.787	3.231	1.24645	94	457.7	308.7	212.0
1.11380	45	4.715	3.967	3.380	1.24910	95	545	366.0	248.8
1.11650	46	4.952	4.165	3.540	1.25165	96	661	435.0	296.7
1.11915	47	5.206	4.367	3.706	1.25425	97	805	522.9	354.0
1.12185	48	5.465	4.571	3.873	1.25685	98	974	629	424.0
1.12450	49	5.730	4.787	4.051	1.25945	99	1197	775	511.0
1.12720	50	6.050	5.041	4.247	1.26201	100	1499	945	624

1749

FIG. 1.9: Extrait du Handbook (Hodgman, 1947), donnant la viscosité dynamique μ en centiPoises (i.e. en 10^{-3}Pa.s) de solutions glycérol/eau en fonction du pourcentage massique de glycérol à trois températures différentes. Connaissant également la densité de ces mélanges, il est possible d'en déduire la viscosité cinématique.

1.2.7 Phénoménologie de l'écoulement moyen

Nous décrivons dans ce paragraphe la forme des champs de vitesse moyens à laquelle on s'attend dans l'expérience VKE, où le fluide est mis en mouvement par deux turbines munies de pales.

Tout d'abord, une telle turbine va entraîner le fluide situé près d'elle en rotation, créant une composante de vitesse *toroïdale* dirigée selon \vec{e}_θ . Le fluide pesant compris entre les pales peut en outre être expulsé radialement par centrifugation. Pour garantir l'incompressibilité, chacune des turbines pompe le fluide selon l'axe \vec{e}_z au niveau du centre. On retrouve en fait le principe de la pompe centrifuge. Le fluide éjecté recircule ensuite le long des parois du cylindre. Le champ de vitesse résultant de la combinaison de ces derniers mouvements et formant des cellules de recirculation dans le plan (r, z) est qualifié de *poloïdal*. Ces deux champs sont représentés en code couleur sur la figure (1.10 (a)). Nous verrons aux chapitres 2 et 3 comment les mesures de champ de vitesse moyen confirment ou infirment cette image.

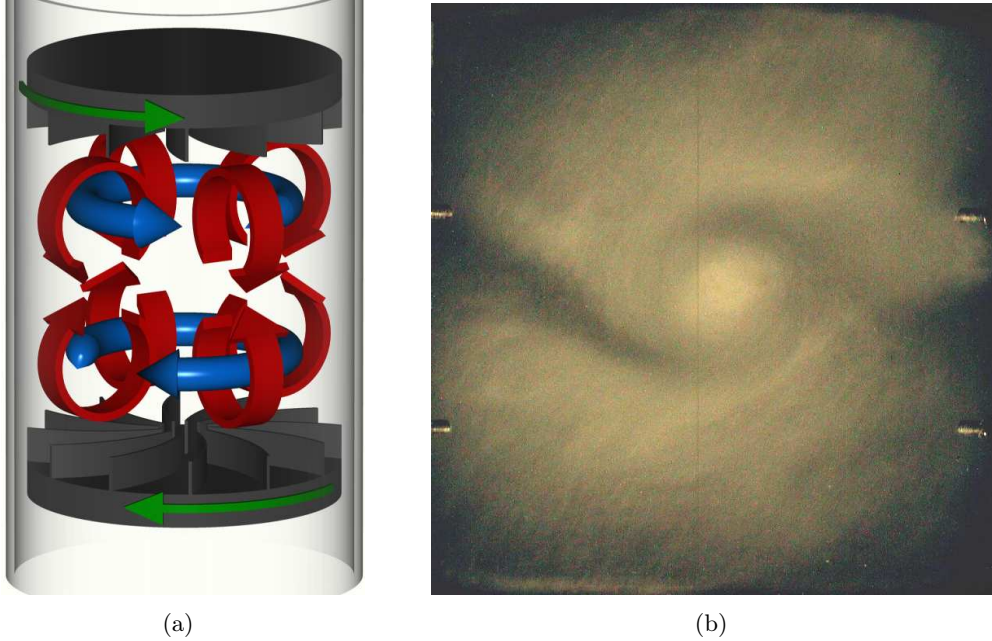


FIG. 1.10: (a) : Phénoménologie du champ de vitesse moyen dans l'expérience VKE. Nous avons représenté une situation de contrarotation exacte $\theta = 0$. En bleu : partie toroïdale, en rouge : cellules de recirculation poloïdales enroulées sur un tore. (b) : Visualisation des tourbillons de la couche de cisaillement. Le cylindre est vertical. L'écoulement est ensemencé de bulles. Les turbines tournent en contrarotation à 15 Hz, et le temps de pose est de 1/20^e de s.

Lorsque les moteurs actionnant les turbines tournent en contrarotation, les parties toroïdales de l'écoulement sont de sens opposés : on a donc un fort cisaillement selon \vec{e}_z . On s'attend alors à voir se développer des instabilités de type « Kelvin-Helmholtz » se traduisant par un enroulement de la couche de cisaillement sous forme de vortex. Dans un fluide de faible viscosité, on a une couche de mélange très turbulente dès les basses fréquences de rotation, avec effectivement des structures cohérentes à la dynamique très complexe. Sur la figure 1.10 (b), on voit une photographie mettant en évidence ces structures tourbillonnaires.

1.3 Mesures effectuées et techniques afférentes

Au cours de cette thèse, nous avons effectué dans le dispositif expérimental VKE des mesures locales de vitesse du fluide, ainsi que des mesures globales (*i.e.* intégrées sur le volume) des couples consommés par les moteurs. Nous détaillons ici les techniques de mesures mises en oeuvre.

1.3.1 Mesure des champs de vitesse dans l'expérience VKE

Afin de caractériser de manière quantitative les propriétés du champ de vitesse dans l'expérience VKE, nous avons effectué des mesures par vélocimétrie laser Doppler (LDV). L'avantage principal de cette technique est qu'elle est non intrusive, contrairement à une mesure par fil chaud. On accède de plus au signe de la composante de vitesse mesurée. Par contre, il faut introduire des particules micrométriques dont la concentration est un paramètre crucial et dont on espère qu'elles suivent bien l'écoulement. De plus, le taux d'échantillonnage des mesures n'est a priori pas constant, et la fréquence moyenne d'acquisition d'au maximum $1kHz$ est bien en deçà d'une mesure au fil chaud. Le dispositif utilisé mesure une composante de vitesse à la fois en un point de l'écoulement. Dans le paragraphe suivant, nous rappelons le principe de la LDV.

Principe de la vélocimétrie laser Doppler

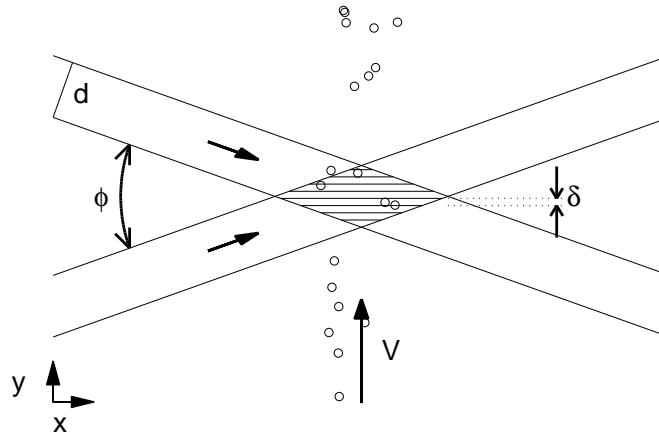


FIG. 1.11: Principe de la vélocimétrie Laser Doppler différentielle (LDV). Deux faisceaux laser de diamètre d se croisent selon un angle ϕ et forment des franges d'interférence d'interfrange δ et orientées selon l'axe x . La composante de vitesse mesurée est la composante perpendiculaire aux franges (selon y). Pour effectuer la mesure, l'écoulement estensemencé de particules micrométriques réfléchissantes.

Le principe de la LDV est souvent décrit de la manière suivante, illustrée par la figure 1.11 : un unique faisceau laser est tout d'abord scindé en deux faisceaux. L'un d'eux passe dans une cellule de Bragg, où sa fréquence est décalée de $f_d \simeq 40MHz$. Un appareillage optique fait converger les deux faisceaux au point où l'on veut effectuer la mesure, avec un angle de pincement ϕ . Au point de rencontre, des franges d'interférences se créent, et le décalage en fréquence introduit un défilement des franges. On note l'interfrange δ , liée à la longueur d'onde du laser λ et à l'angle de pincement par la relation :

$$\delta = \frac{\lambda}{2\sin(\phi/2)}$$

L'écoulement est alorsensemencé avec des particules réfléchissantes, suffisamment grandes

pour être détectées, et suffisamment petites pour se comporter de manière passive dans l'écoulement. Supposons tout d'abord que nos franges sont fixes. Lorsqu'une particule traverse les franges d'interférence, un photomultiplicateur placé sur l'axe x récupère la lumière qu'elle ré-émet en scintillant. La fréquence des scintillements f_s renseigne alors sur la norme de la vitesse des particules **normale** aux franges $|V|$: $f_s = \frac{|V|}{\delta}$. On suppose dans la suite que les particules suivent exactement l'écoulement (particules petites et isodensité).

Nous utilisons un dispositif commercial DANTEC. Le laser est un laser Helium-Néon "Flow-lite" de longueur d'onde 632.8 nm, et de demi angle de pincement 6.7° : l'interfrange δ est donc de l'ordre de grandeur du micron ($\delta \simeq 2.7\mu\text{m}$). Les deux rayons ont un diamètre de 1 mm et forment donc un ellipsoïde qui définit le volume de mesure d'une dimension de 1.0 mm selon x , et de 0.13 mm selon y (voir figure 1.11 pour l'orientation). On a donc environ 50 franges d'interférences dans le volume de mesure. Le signal issu du photomultiplicateur est analysé par un "Burst Spectrum Analyser 57N20 Enhanced" de marque DANTEC, piloté par ordinateur. Nous ensemençons l'écoulement avec des microsphères de verre creuses, de diamètre compris entre 10 et $30\mu\text{m}$, et ont une densité de 1.4.

On peut également mener un calcul basé sur l'effet Doppler sans avoir à évoquer les franges d'interférence (Buchhave *et al.*, 1979). On commence par considérer la fréquence Doppler que voit une particule à la traversée d'un faisceau laser à cause de son mouvement. On calcule ensuite la fréquence de la lumière diffusée dans la direction d'observation (axe des x sur la figure). L'utilisation de deux faisceaux trouve une première justification pratique dans le calcul des ordres de grandeurs du décalage Doppler δf dû à la vitesse d'une particule qui traverse un faisceau : on trouve en effet un $\delta f \simeq 10^6 \text{ Hz}$, très faible devant la fréquence optique $f_i \simeq 10^{14} \text{ Hz}$, et donc quasiment impossible à mesurer. De plus, il est difficile de sonder précisément un point de l'écoulement. En utilisant un deuxième faisceau venant du même laser dans la deuxième direction, et en plaçant le détecteur de manière adéquate, le calcul des deux effets Doppler conduit exactement à la même formule liant la fréquence de la lumière diffusée aux fréquences de la lumière incidente et à la vitesse normale des particules :

$$f_s = f_i \times 2\sin(\phi/2) \times \frac{|V|}{c}$$

avec f_i la fréquence du laser et c la vitesse de la lumière. Cette fois-ci, le signal diffusé ne contient plus que le décalage Doppler δf . Le nom complet de la technique est donc Vélométrie Laser Doppler Différentiel.

Ce dispositif ne permet pas de mesurer le signe de la vitesse. L'utilisation de deux faisceaux légèrement décalés en fréquence, qui introduit le défilement des franges à la vitesse f_d permet de lever cette ambiguïté, car à présent on a la relation suivante entre fréquence du scintillement, fréquence de défilement et composante normale signée de la vitesse : $f_s = f_d + \frac{V}{\delta}$. Notons que $f_d \simeq 40 \text{ MHz}$ est légèrement supérieure à l'ordre de grandeur de la fréquence Doppler à mesurer (quelques MHz), on n'a donc pas de problème à mesurer le décalage Doppler.

En regardant ainsi passer de nombreuses particules (de l'ordre d'une centaine de milliers), on peut déterminer la densité de probabilité d'une composante de la vitesse en un point.

Méthodes d'acquisition, biais possibles des mesures par LDV

La mesure de vitesse par LDV est susceptible d'être affectée par des biais inhérents à la méthode. On devra en tenir compte, notamment si on souhaite tirer des informations sur les densités spectrales.

Tout d'abord, une première source de bruit est due aux variations d'indice optique du fluide

sous les effets de variations de densité et de température ; nous travaillons néanmoins dans des fluides incompressibles et dans des gammes de température où ces quantités varient peu. Une autre source de bruit peut venir du fait que les signaux lumineux captés sont amplifiés avant d'être traités. En outre, on peut imaginer des défauts dans l'appareillage optique, ... Nous avons effectué des mesures précises dans un cas laminaire, où la vitesse est constante au cours du temps, afin de nous assurer du faible niveau de bruit dû au système d'acquisition.

D'autres biais plus ennuyeux sont possibles notamment dans le cas des écoulements turbulents. En effet, on ne mesure un signal qu'au passage des particules ensemençant l'écoulement. Le système d'acquisition peut fonctionner selon trois modes distincts : en «burst mode», en «continuous mode», ou en «dead time mode».

Le premier mode consiste à prendre en compte tous les paquets de particules (ou «bursts») qui traversent le volume de mesure. Le taux d'acquisition n'est dans ce cas pas régulier, et dépend fortement de l'ensemencement. Notre système d'acquisition nous permet de mesurer jusqu'à 190000 points de mesures, limités à deux minutes. Nous essayons donc d'adapter l'ensemencement afin d'avoir un taux moyen d'acquisition d'environ 1 kHz. Cela correspond à une distance moyenne entre deux particules de l'ordre du millimètre pour une vitesse moyenne de l'ordre du mètre par seconde, distance supérieure à la dimension du volume de mesure. On peut donc raisonnablement penser qu'à chaque point mesuré, il n'y a pas plus d'une particule dans le volume de mesure.

Dans ce cas, les données peuvent être biaisées vers les hautes vitesses dans la mesure où il passe plus de particules rapides en une seconde que de particules lentes. Le moyen le plus classique de corriger ce biais est de pondérer les vitesses par le temps de résidence («transit time») dans le volume de mesure (McLaughlin & Tiederman, 1973).

Notre système DANTEC propose pour pallier à ce problème le mode «continuous», qui pondère directement les vitesses mesurées par le temps de séjour. Ces deux modes d'acquisition ne permettent pas d'avoir un échantillonnage régulier et maîtrisé du signal de vitesse, ce qui rend caduque toute analyse du spectre de puissance.

Enfin, le dernier mode d'acquisition («dead time») consiste à imposer un interval de temps fixe entre deux acquisitions. On arrive ainsi, en sur-ensemencant l'écoulement à imposer un taux d'acquisition régulier. La contrepartie d'une telle pratique est que le fluide devient alors très opaque. En pratique, on n'a plus de signal au delà de 20 mm à l'intérieur du cylindre. Dans la suite, nous nous sommes intéressés aux valeurs moyennes de la vitesse. Nous avons donc utilisé le mode «continuous». Lors de mesures plus précises de fluctuations et de spectres, nous avons utilisé le mode «dead time».

Nous avons rassemblé en annexe B page 217 des tests comparant les résultats obtenus avec ces trois modes d'acquisition sur une mesure de vitesse effectuée dans les mêmes conditions.

Mise en pratique d'une mesure par LDV dans le dispositif VKE

Nous avons effectué des mesures de vélocimétrie dans de l'eau et du glycérol. Ces fluides sont contenus dans une cuve cylindrique en plexiglas, et le laser est lui disposé à l'extérieur, dans de l'air. Autant de matériaux différents et de géométries que nos faisceaux laser ont à traverser. Cela justifie quelques précautions et calculs d'optique.

Les indices de réfractions pour les milieux envisagés sont reportés dans le tableau 1.2.

Afin de réduire les effets de réfractions, nous avons disposé une contre-cuve parallélépipédique remplie d'eau autour de la cuve cylindrique. Cette cuve a une épaisseur de 10mm et est située à 15mm de la cuve cylindrique (l'espace libre entre les deux cuves, rempli d'eau est de 15mm). Cécile Gasquet a développé un programme permettant de calculer le chemin optique des faisceaux

Milieu	Indice optique
Air	1
Eau	1.331
Plexiglas	1.493
Glycérol pur	1.4729

TAB. 1.2: Tableau récapitulant les indices optiques des milieux utilisés.

lasers, et d'apporter un facteur de calibration correctif pour la conversion entre fréquence Doppler et vitesse dû à la variation d'indice optique et d'angle de pincement.

Mesure de vitesses sur une grille

Avec notre cuve cylindrique, on ne peut mesurer que les composantes selon e_θ et e_z du champ de vitesse. La composante moyenne selon e_r est reconstruite numériquement à partir de la mesure de v_z moyen en appliquant une hypothèse d'axisymétrie et d'incompressibilité.

En coordonnées cylindriques l'incompressibilité s'écrit en effet :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Comme l'écoulement moyen est supposé axisymétrique, le terme en v_θ se simplifie. On voit que v_r s'exprime simplement comme :

$$v_r(r, z) = -\frac{1}{r} \int_0^r r' \frac{\partial v_z(r', z)}{\partial z} dr'$$

Ou, en introduisant de manière classique la fonction de courant $\psi(r, z)$, telle que

$$(v_r, 0, v_z) = \vec{\nabla} \times (\psi \vec{e}_\theta)$$

on obtient :

$$v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi(r, z))}{\partial r},$$

et

$$v_r = -\frac{\partial\psi(r, z)}{\partial z}$$

d'où

$$\psi(r, z) = \frac{1}{r} \int_0^r r' v_z(r', z) dr' \quad (1.4)$$

Pour établir une carte du champ de vitesse moyen, nous allons mesurer les vitesses v_θ et v_z sur une grille, en faisant deux passes. Nous disposons en effet d'une traverse microcontrôle pilotable qui nous permet de sonder un point précis du volume de fluide étudié. De manière pratique, l'erreur entre la position souhaitée et la position réellement sondée demeure faible mais croît à mesure qu'on se rapproche de l'axe du cylindre.

En tirant partie de l'axisymétrie du champ de vitesse moyen, notre grille de mesure consiste en un plan s'étendant d'une turbine à l'autre en z , et de l'axe du cylindre à la paroi en r .

Le champ de vitesse radial v_r est ensuite calculé numériquement à partir du champ v_z par une méthode de différences finies d'ordre 2 implémentée sous Matlab.

La taille typique de la grille de mesure est de 11 points en r par 17 points en z (ce qui représente tout de même 3 heures par grille pour la mesure d'une composante de vitesse, à raison de une minute d'acquisition par point de grille.)

Problèmes de reconstruction des champs de vitesse

Nous sommes confrontés à plusieurs problèmes lors de cette mesure des champs de vitesse. Tout d'abord, outre les problèmes de bruits expérimentaux, les mesures de champ dans les zones balayées par les pales sont parfois impossibles à effectuer, notamment pour les turbines aux pales les plus courbées. En effet, ces zones sont inaccessibles au laser. Nous ne pouvons donc a priori pas mesurer v_θ sur les lignes d'altitudes comprises entre $z = \pm 0.9$ et $z = \pm 0.7$. Pour la composante v_z , la situation est pire, car les faisceaux sont dans ce cas dans un plan vertical. Nous nous limitons alors à $z = \pm 0.6$ (voir figure 1.12).

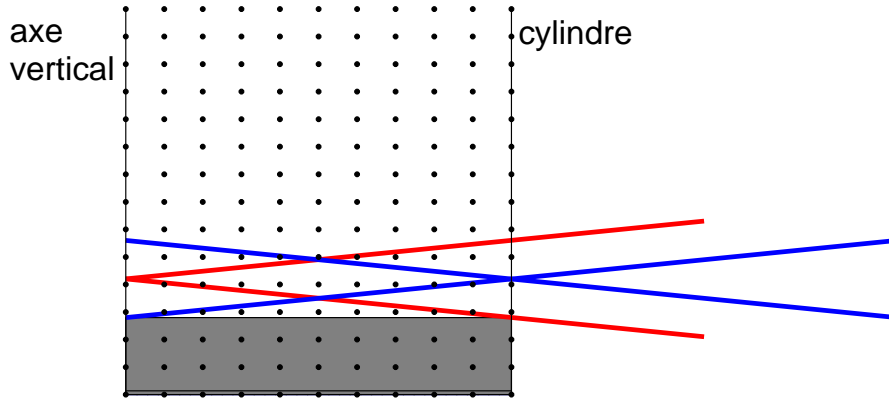


FIG. 1.12: Grille de mesure typique pour cartographier le champ de vitesse. 11 points entre $r = 0$ et $r = 0.99$, 17 points entre $z = 0.9$ et $z = -0.9$. La zone grisée représente la zone balayée par les pales de la turbine du bas. Les traits bleus et rouges figurent les rayons laser de la LDV, lors d'une mesure de la composante axiale de la vitesse, sur la dernière ligne encore accessible aux faisceaux.

Pour calculer v_r à partir de v_z , il va falloir refermer les lignes de courant. Nous devons donc compléter v_z sur tout le domaine d'écoulement. Nous avons choisi d'imposer des valeurs nulles aux altitudes $z = -0.9$ et $z = 0.9$ pour v_z (respectivement au niveau des disques bas et haut), ce qui correspond au comportement physique réaliste : les disques sont imperméables. Le raccord entre le domaine de calcul et le domaine de mesure a été choisi linéaire. Pour compléter le profil axial de v_θ au niveau des pales, il n'y a rien d'évident : lorsque la mesure est impossible, on reprend simplement les valeurs de même coordonnée r , juste au-dessus des pales. J'ai étudié au cours de mon stage de DEA (2002) d'autres possibilités, résumées en annexe C page 219). La conclusion de ce travail est qu'il est possible de mesurer v_θ dans les turbines, pour toutes les turbines à l'exclusion des TM60. De plus, nous mettons en évidence une modulation de la vitesse à la fréquence de passage des pales ; cette modulation est très localisée et ne s'observe qu'au niveau des pales.

D'autre part, au niveau de la paroi, on est en présence d'une couche limite sur laquelle les

vitesses s'annulent dont une estimation grossière de l'épaisseur caractéristique δ est :

$$\delta \sim R_c.Re^{-1/2} \quad (1.5)$$

Or, à grand nombre de Reynolds ($Re \approx 10^5$), on estime l'épaisseur de la couche limite à $\delta \approx 10^{-4}m$. En pratique, on ne peut pas mesurer le champ sur une épaisseur aussi petite avec le dispositif de vélocimétrie laser, sachant que l'extension du domaine de mesure est d'ordre millimétrique. On l'a vérifié sur les mesures VKE : le champ de vitesse à la paroi mesuré par le laser n'est pas nul. Nous avons donc simplement utilisé des conditions aux limites imperméables aux parois, et mesuré la vitesse à 1 mm de la paroi cylindrique. Lors du calcul, afin de respecter l'incompressibilité, nous imposons que ψ s'annule à la paroi.

Grandeurs globales hydrodynamiques

Nous calculons à partir de ces champs des vitesses moyennées dans le temps un certain nombre de grandeurs globales, caractérisant la topologie du champ de vitesse, son intensité, et l'efficacité de l'entraînement. La définition de ces grandeurs est présentée en section 2.1 page 40.

1.3.2 Mesures de couple et de fréquence de rotation

Mesures logiques sur les variateurs

Les moteurs sont commandés par deux variateurs munis de sorties logiques donnant les couples fournis par les moteurs (proportionnels à l'intensité du courant délivré). Cette mesure est stockée dans une mémoire tampon pouvant contenir 1000 échantillons sur un temps que l'on peut choisir. Les données recueillies ont été étalonnées par calorimétrie, en comparant l'échauffement du fluide contenu dans le dispositif sous l'action des moteurs, puis sous l'action d'une résistance chauffante calibrée. Les variateurs sont aussi capables d'enregistrer de manière similaire la fréquence de rotation des moteurs, grâce à des codeurs optiques montés sur les arbres des moteurs. Le principal défaut de cette méthode directe réside dans la taille limitée du tampon, dans le temps de transfert de l'ordre de 15 secondes entre variateurs et ordinateur, et dans le fait que les mesures sur les deux variateurs ne sont pas synchronisées. Or, nous avons éprouvé le besoin d'acquérir de manière synchrone les couples sur les deux moteurs, et ce sur des temps très longs, notamment lors des études systématiques sur les statistiques de transition (chapitre 3 page 73).

Mesures analogiques sur les variateurs

Contrairement aux travaux de Louis Marié durant sa thèse (2003), nous avons donc utilisé en majorité les sorties analogiques des variateurs, qui fournissent des tensions proportionnelles aux fréquences de rotation et aux couples délivrés. Ces sorties analogiques sont très bruitées, ce qui avait jusqu'alors limité leur utilisation. Nous avons tracé sur la figure 1.13 (a) un extrait de une seconde d'un signal de couple sur la sortie 1. Les deux moteurs sont à l'arrêt, le signal est acquis pendant 600s à 2kHz. Les filtres sinusoïdaux Schaffner ne sont pas installés (voir 1.2.1 page 18). La plage de variation sur les sorties est de $\pm 1V$: grossièrement, 1V correspond à 10N.m. On remarque qu'effectivement, la sortie est très bruitée : on note des variations à l'oeil jusqu'à 50mV du signal. Si maintenant on calcule des quantités plus exactes, on trouve une déviation standard de 23mV. Nous avons également calculé la fonction de densité de probabilité (PDF) pour ce signal, et l'avons tracée en figure 1.13 (d). On détecte des événements très intenses, jusqu'à $\pm 200mV$. Si maintenant on s'intéresse au spectre de puissance (figure 1.13 (g)), on note des pics très importants, notamment vers 200Hz et 700Hz. Si on acquiert à plus haute fréquence, on aura toujours des pics très importants aux hautes fréquences, dont l'origine est probablement

liée à l'alimentation à découpage.

Nous avons ensuite installé des filtres sinusoïdaux sur les lignes de puissance. Nous avons tracé en figure 1.13 (b-e-h) une seconde de signal sur la sortie analogique correspondant au couple du moteur 1 lorsque les moteurs sont à l'arrêt, la PDF ainsi que le spectre de puissance. Nous avons toujours un niveau de bruit fort (déviations standard de $22mV$), mais avec des événements intenses beaucoup plus rares, les valeurs maximales détectables sont de -50 et $100mV$, ce qui correspond grossièrement à $1N.m$. Le spectre du bruit a toujours des pics marqués, et cette situation n'est pas satisfaisante.

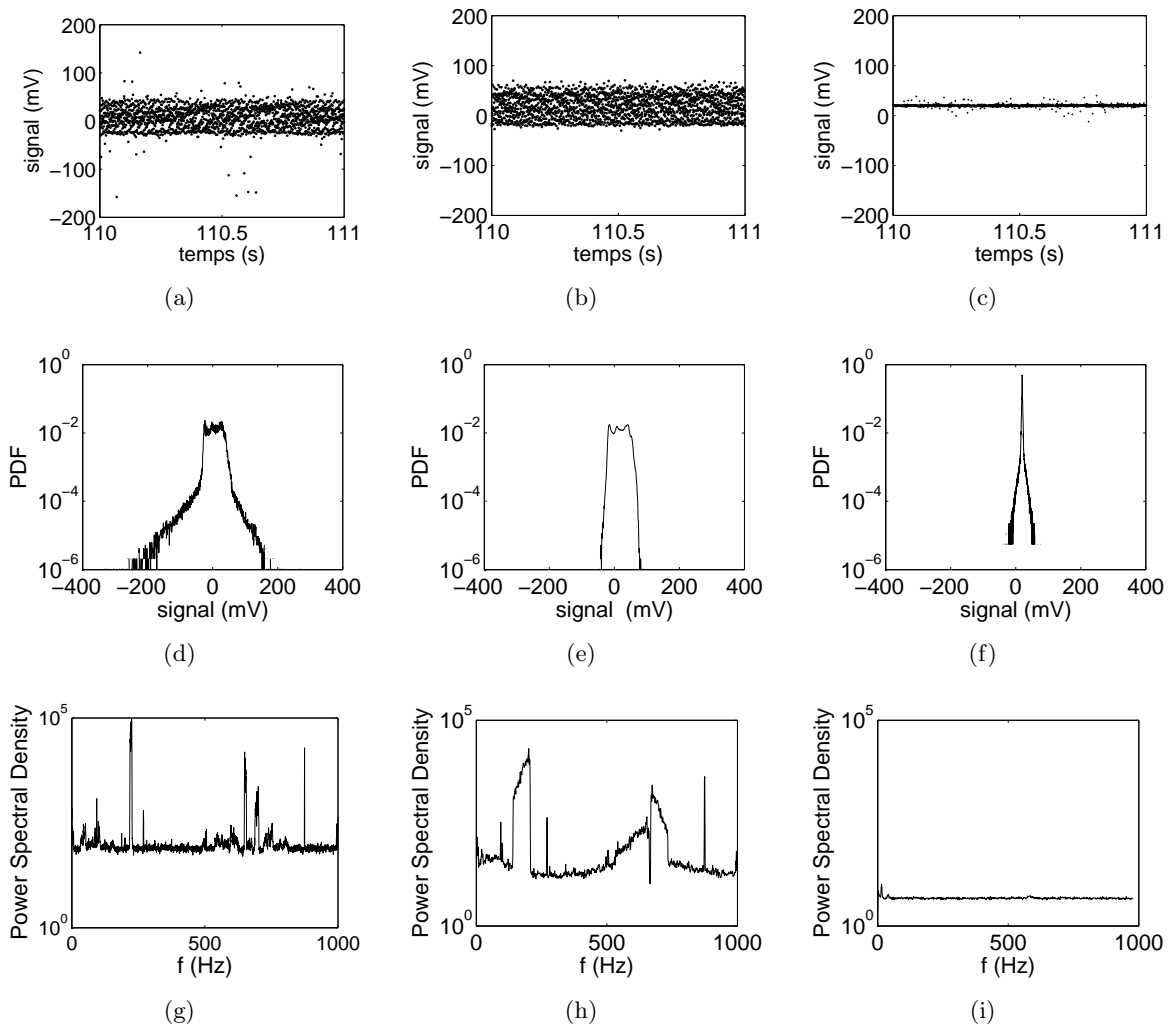


FIG. 1.13: Acquisitions de zéros sur la sortie analogique de couple pour le moteur 1. Moteurs régulés en vitesse à $0Hz$. 600s d'acquisition à $2kHz$. (a-d-g) : une seconde de signal, fonction densité de probabilité (PDF) et spectre de puissance dans le cas non filtré. (b-e-h) : mêmes tracés dans le cas où les lignes de puissance sont munies des filtres Schaffner FN5010-8-99. (c-f-i) : mêmes tracés dans le cas où les lignes de puissance sont munies des filtres Schaffner et où le signal de la sortie analogique est filtré passe-bas à $10Hz$ avec le filtre actif d'ordre 4.

Nous avons donc finalement choisi de filtrer passe-bas les signaux. Nous avons construit un filtre actif de type “Sallen and Key” sur ces sorties. Nous fournissons sa structure en figure 1.14. Sur chaque sortie, nous avons *deux structures en cascade*, donc un filtrage passe-bas d’ordre 4 ($-80dB$ par décade) à environ $10Hz$. Nous avons choisi cette valeur car nous avons fait tourner les turbines majoritairement en dessous de cette fréquence. Ces filtres réduisent notablement le bruit sur les sorties (figure 1.13 (c-f-i)). Le bruit devient alors blanc, de faible niveau (déviations standard de $2mV$), et les événements maximaux sont réduits à $\pm 30mV$. Nous pouvons ainsi mesurer les valeurs moyennes avec une très bonne précision, et les variations lentes des couples et vitesses. Par contre, nous n’aurons pas accès aux hautes fréquences de variation des couples fournis par les turbines.

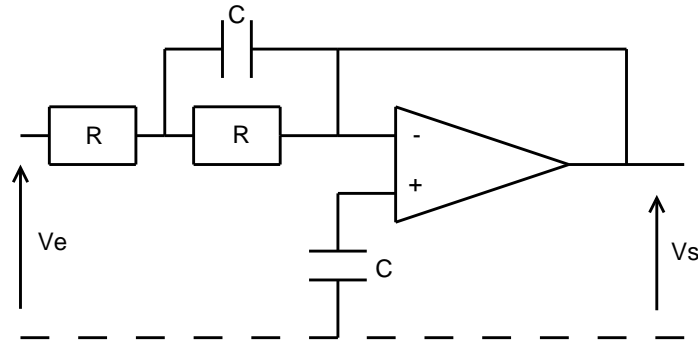


FIG. 1.14: Schéma du filtre actif de Sallen and Key. C’est un filtre passe-bas d’ordre 2 dont la fréquence de coupure est donnée par : $f_{lp} = (2\pi RC)^{-1}$. Nous avons utilisé deux filtres en cascade pour chaque voie, avec $R = 15k\Omega$, $C = 1\mu F$, et donc $f_{lp} \simeq 10Hz$.

Nous avons étalonné les sorties analogiques pour le couple et la vitesse en nous référant aux mesures fournies par la sortie logique des variateurs. Les résultats sont présentés en figure 1.15. On remarque que les valeurs lues s’ajustent de manière linéaire avec une très bonne précision, y compris dans les faibles valeurs. Pour les couples, on a bien, grossièrement $100mV$ pour $1N.m$, et pour les fréquences de rotation, $1mV$ pour 1 tour par minute (noté par la suite rpm)². Sachant que le bruit sur les sorties a été réduit à $2mV$ (figure 1.13), nous pouvons donc mesurer des vitesses de rotation précises à $\pm 2rpm$ près, et des couples précis à $0.02N.m$. Toutes les valeurs de couples et de fréquences de rotation rapportées dans ce travail de thèse ont été obtenues par cette méthode.

Estimation des couples de frottements

Afin de déterminer la partie du couple consommé par les moteurs servant à entretenir l’écoulement par le truchement des turbines, il faut dans un premier temps savoir quel couple est consommé par frottement dans le jeu de roulements et par le système d’entraînement. Nous mesurons donc le couple à vide (sans turbine) pour chaque moteur. Ces couples parasites sont de l’ordre de $0.2 N.m$, ce qui nous donne une idée de la borne inférieure des couples que l’on peut mesurer. Cette valeur est bien supérieure à la précision de la mesure. Le couple maximal que peuvent délivrer chaque moteur est quant-à lui de $11.5 N.m$. Pour tous les résultats de mesure de couple présentés par la suite, nous aurons retranché aux valeurs moyennes le couple statique tiré de cette mesure.

² $1Hz = 60rpm$

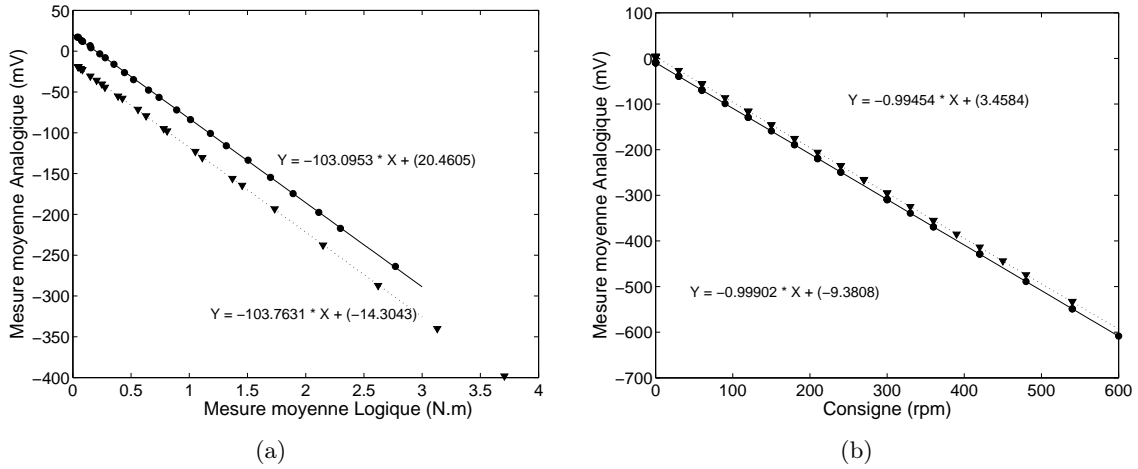


FIG. 1.15: Etalonnage des sorties analogiques de couple (a) et de vitesse de rotation des turbines (b). (●) : moteur 1, ▽ : moteur 2. Les sorties sont filtrées passe-bas au moyen du filtre actif avant d'être acquises.

1.3.3 Incertitudes expérimentales

Régulation en vitesse

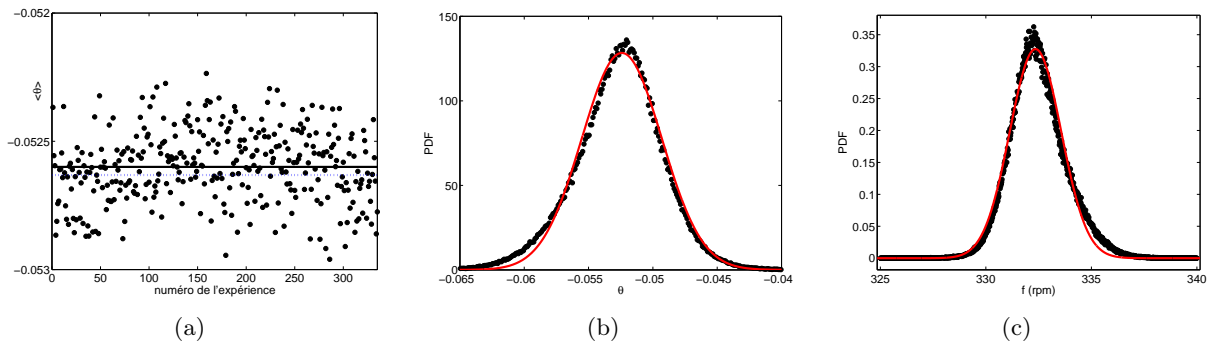


FIG. 1.16: (a) : moyennes du paramètre θ obtenues lors de 335 mesures indépendantes de 1200s (pour une consigne $f = 5.55\text{Hz}$ avec turbines TM60₂ et ailettes de 5mm). Nous avons également représenté en pointillés bleus la consigne $\theta = -0.0526$ et en trait noir épais, la moyenne du nuage de point ($\theta = -0.0524$). (b) : PDF des différentes valeurs prises par θ lors de cette campagne. Un ajustement gaussien donne un écart type de 0.0031 et une moyenne de -0.0524 pour un $R^2 = 0.9943$. (c) PDF des différentes valeurs prises par f (en rpm) lors de cette campagne. Un ajustement gaussien donne un écart type de 1.2rpm et une moyenne de 332.4rpm pour un $R^2 = 0.9960$.

Lors des études portant sur la bifurcation globale (chapitre 3 page 73) notamment, nous avons eu besoin de faire varier le paramètre θ de manière assez précise, et de nous assurer de la qualité de la régulation en vitesse. Dans la mesure où notre système d'acquisition nous permet d'enregistrer les vitesses de rotation des deux turbines f_1 et f_2 de manière synchrone, nous pouvons ainsi vérifier la qualité de la régulation à la fois sur l'intensité du forçage $f = \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{2}}$ et sur sa dissymétrie $\theta = \frac{f_2 - f_1}{f_2 + f_1}$. Nous avons donc choisi une série de mesures effectuées pour le

jeu de paramètre suivants : $f1 = 350$ tours par minutes (rpm) et $f2 = 315$ tours par minutes, turbines $TM60_2$ et ailettes de $5mm$. Nous avons effectué 335 mesures de 1200s acquises à $30Hz$. La consigne correspond à $\theta = -0.0526$ et $f = 333rpm = 5.55Hz$. Si l'on considère que notre mesure de vitesse est juste à $\pm 2rpm$ et que la régulation est parfaite, on aura au pire $-0.0586 < \theta_{mesure} < -0.0466$ et $331 < f_{mesure} < 335rpm$.

Sur la figure 1.16, nous avons reporté la valeur moyenne de θ mesurée pour chaque run (a), la PDF de θ pour tous les runs (b), et la PDF de f pour tous les runs (c). La valeur moyenne de θ effectivement mesurée est de -0.0524 , dans la barre d'erreur due au bruit de mesure. La déviation standard pour θ est de 0.0034 , soit une erreur relative de 6%. Dans la suite, nous considérerons que la régulation de vitesse est excellente, et qu'elle assure une valeur de θ constante à ± 0.0034 près dans la plage proche de $\theta = 0$.

Concernant l'intensité du forçage f , la valeur moyenne mesurée est de $332.4rpm$, et la déviation standard de $1.2rpm$. Ces valeurs sont à nouveau inférieures aux bruits inhérents à la mesure.

Nombre de Reynolds, viscosité et température

Le dispositif de régulation thermique employé nous permet de maintenir une température constante à $1K$ près. Lorsque le fluide de travail utilisé est de l'eau, la régulation thermique est efficace dans tous les cas de figures. Par contre, pour les études à faible nombre de Reynolds, nous avons dû ôter les plaques de plexiglas (voir Fig. 1.3) car les échelles visqueuses étaient supérieures à l'espacement entre les plaques et la cuve cylindrique et gênaient l'échange thermique.

La température est mesurée grâce à une sonde à résistance de platine $Pt100$ montée en paroi à égale distance des deux turbines.

L'estimation du nombre de Reynolds intégral $Re = 2\pi R_c^2 f \nu^{-1}$ repose entièrement sur la connaissance de la viscosité du fluide employé, dans la mesure où la qualité de la régulation en vitesse est très bonne. De nos études de la variation de la viscosité en fonction de la température, et de la variation de la viscosité des mélanges eau/glycérol en fonction de la concentration, nous estimons que le nombre de Reynolds de notre écoulement est précis à 10% près.

Chapitre 2

Caractérisation des propriétés hydrodynamiques de l'écoulement contrarotatif.

Si les équations de Navier-Stokes (Eqs. 1.1) qui régissent la dynamique des fluides en écoulement s'écrivent d'une manière universelle sous leur forme locale, les caractéristiques des écoulements obtenus, comme par exemple la puissance moyenne dissipée, vont en revanche dépendre très fortement du mode de forçage à l'origine de l'écoulement. De manière similaire, le caractère ouvert ou fermé de l'écoulement peut introduire des différences notables en termes de nature des instabilités susceptibles de l'affecter. On peut en particulier observer des instabilités absolues ou convectives dans le cas d'écoulements ouverts. La nature des conditions aux limites a donc une influence prépondérante dans la plupart des problèmes hydrodynamiques.

Dans notre cas, la mise en mouvement se fait par le biais des parois, et correspond à la donnée des conditions aux limites sur les frontières du domaine. Nous distinguerons deux grandes classes de forçage. Le premier est un forçage «visqueux», où les parois lisses sont animées d'un mouvement tangentiel au fluide. Le mouvement est communiqué au fluide par diffusion de la quantité de mouvement à travers des couches limites —la viscosité cinématique étant le coefficient de diffusion de la quantité de mouvement (voir annexe A). L'autre classe de forçage sera qualifié d'«inertiel» et correspond à des cas où le fluide est mis en mouvement au moyen de surfaces perpendiculaires au mouvement. Dans ce cas, on communique de la quantité de mouvement directement à un volume de fluide, et cette quantité de mouvement se transporte elle-même de manière convective. L'efficacité —en particulier— de ces deux modes de forçage change fortement, et mène à des dépendances différentes en nombre de Reynolds pour la puissance dissipée dans l'écoulement (Cadot *et al.*, 1997).

De même, si certaines propriétés statistiques de la turbulence sont bien établies, comme par exemple l'obtention de spectres d'énergie spatiaux pour les fluctuations d'une composante de vitesse pour une turbulence homogène et isotrope en $k^{-5/3}$ (Lesieur, 1990; Frisch, 1995), on ne sait toujours pas prédire de manière quantitative ne serait-ce que la valeur moyenne de quantités comme l'énergie cinétique d'un écoulement turbulent.

Dans le cadre de l'expérience VKS2, nous avons mené une étude systématique des effets d'un forçage visqueux (disques lisses) ou inertiel (turbines munies de pales) et de la forme du système d'entraînement sur les champs des vitesses moyennées dans le temps et sur diverses grandeurs globales hydrodynamiques définies en section 2.1, pour des écoulements de von Kármán très

turbulents. Nous nous limitons dans ce chapitre à la contrarotation exacte des deux turbines. Les caractéristiques et différences principales des écoulements visqueux et inertiels sont rapportés en section 2.2. Nous avons alors pu vérifier que les grandeurs étudiées sont indépendantes de la valeur précise du nombre de Reynolds, pour un forçage inertiel et dans la gamme étudiée qui s'étend de $Re \gtrsim 10^5$ à $Re \lesssim 2 \times 10^6$. Ceci nous permet d'extrapoler les mesures effectuées dans l'expérience VKE à l'expérience VKS2, pour laquelle nous avons choisi d'utiliser des turbines munies de pales.

Nous avons ainsi pu identifier les effets de la courbure des pales, du diamètre des turbines et de la hauteur des pales sur ces grandeurs globales et sur la topologie du champ des vitesses moyennes, pour l'écoulement turbulent forcé inertielllement. Nous présentons les résultats de la campagne systématique en section 2.3.

Nous discutons alors l'ensemble des résultats obtenus, et les interprétons à la lumière des travaux de Marié *et al.* (2004a) en section 2.4. Nous établissons ainsi un lien entre l'écoulement moyen et les structures cohérentes à grande échelle de la couche de cisaillement. Après avoir ainsi bien caractérisé l'écoulement turbulent de von Kármán forcé inertielllement, nous avons alors étudié la manière dont l'écoulement de von Kármán enclos entre deux turbines munies de pales transite vers la turbulence, en variant la valeur du nombre de Reynolds pour deux turbines très différentes, depuis les régimes laminares où le forçage s'avère visqueux ($Re \simeq 100$) jusqu'aux régimes pleinement turbulents. Cette étude est l'objet de la section 2.5.

2.1 Définition des grandeurs hydrodynamiques caractéristiques d'un écoulement

Pour chacun des champs de vitesses moyens mesurés par LDV, nous nous sommes intéressés aux grandeurs hydrodynamiques suivantes :

- Moyenne du champ poloïdal $\langle P \rangle$:

Il s'agit de la moyenne dans le volume de la cuve du module de la composante poloïdale de la vitesse. On utilise l'axisymétrie du problème pour s'affranchir de l'intégrale en θ .

$$\langle P \rangle = \frac{\int_0^H \int_0^{R_c} \sqrt{(v_r^2 + v_z^2)} r dr dz}{\int_0^H \int_0^{R_c} r dr dz}$$

- Moyenne du champ toroïdal $\langle T \rangle$:

$$\langle T \rangle = \frac{\int_0^H \int_0^{R_c} |v_\theta| r dr dz}{\int_0^H \int_0^{R_c} r dr dz}$$

- Rapport « poloidal sur toroidal » :

$$\Gamma = \frac{\langle P \rangle}{\langle T \rangle}$$

- Valeur moyenne du débit de pompage $\langle pump \rangle$:

Par incompressibilité du champ de vitesse moyen, nous avons conservation du débit passant à travers chaque disque d'altitude z constante. Si l'on regarde attentivement les coupes en z de la composante axiale V_z de l'écoulement, on observe que les turbines pompent le fluide au cœur du cylindre, et que celui-ci recircule à la périphérie. A chaque altitude z , il existe donc un rayon particulier pour lequel v_z s'annule et change de signe. Nous le notons $r_{pompage}(z)$. Ceci est illustré par la figure 2.1 (a).

Le débit de pompage à chaque altitude est alors le débit vertical entre $r = 0$ et $r = r_{pompage}$:

$$pump(z) = \int_0^{r_{pompage}(z)} r \, dr \, v_z$$

Nous avons tracé en figure 2.1 (b) l'évolution en z de $pump(z)$ et du débit total à travers chaque disque d'altitude z , cette dernière quantité étant sensée être identiquement nulle. La déviation standard de cette quantité, qui définit les barres d'erreur tracées sur la courbe $pump(z)$ nous renseigne ainsi sur la qualité de la mesure.

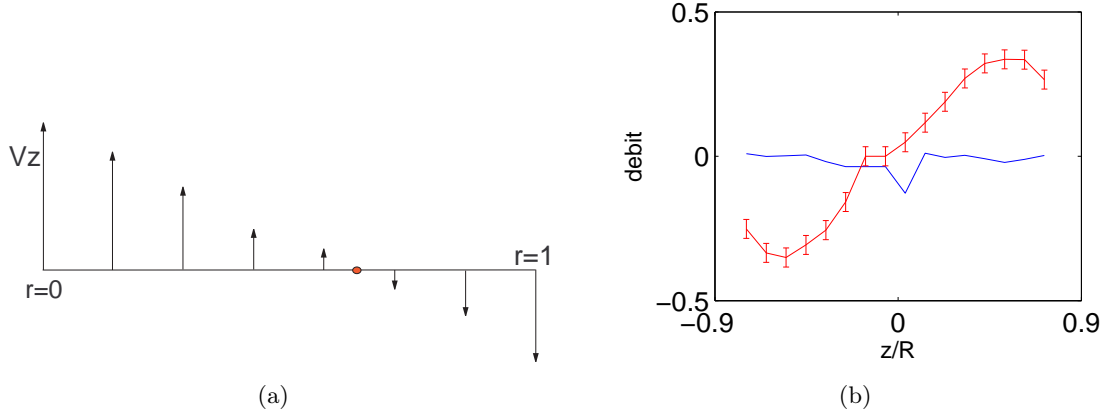


FIG. 2.1: (a) Définition du rayon de pompage. Nous sommes à un certain z . La coordonnée du point rouge est le rayon de pompage associé. (b) Débit vertical, et débit de pompage (courbe avec barres d'erreurs) en fonction de z . Les barres d'erreur correspondent à la déviation standard du débit vertical. Turbines TM73₂ en contrarotation à $6Hz$, champ non lissé, non symétrisé.

Le débit moyen de pompage est alors l'intégrale selon l'axe du cylindre des débits à chaque altitude :

$$\langle pump \rangle = \frac{\int_{-0.9}^{0.9} |pump(z)| dz}{\int_{-0.9}^{0.9} dz}$$

Il s'agit donc d'une autre mesure de l'intensité de la partie poloïdale du champ de vitesse, basée uniquement sur une composante *mesurée*.

- Facteur de vitesse \mathcal{V} :

Il s'agit du maximum du module de la vitesse mesurée, présentée sous forme adimensionnelle. Cette valeur sera utilisée pour calculer les nombres de Reynolds magnétiques R_m (seconde partie du manuscrit). Ci-dessous, R_c désigne le rayon de la cuve et f la fréquence de rotation des turbines en contrarotation.

$$\mathcal{V} = \frac{\max(|\mathbf{v}|)}{2 \pi R_c f}$$

- Maximum de la vitesse toroïdale \mathcal{V}_θ .
- Préfacteur de couple K_p :

Par analyse dimensionnelle nous pouvons définir un préfacteur pour le couple délivré par un moteur T . Dans la suite, ρ désigne la masse volumique du fluide, et $\Omega = 2\pi f$, avec f défini comme au chapitre 1 page 23.

$$T = K_p \rho R_c^5 \Omega^2$$

La puissance P s'écrit $P = T \cdot \Omega$, et on a donc $P = K_p \rho R_c^5 \Omega^3$. Le préfacteur de couple va dépendre de la géométrie des turbines, du nombre de Reynolds de l'écoulement, du paramètre de symétrie de la consigne θ et du rapport d'aspect H/R_c .

- Vitesse quadratique moyenne $\langle V^2 \rangle$:

$$\langle V^2 \rangle = \frac{\int_0^H \int_0^{R_c} (v_r^2 + v_z^2 + v_\theta^2) r \, dr \, dz}{\int_0^H \int_0^{R_c} r \, dr \, dz}$$

- Rendements hydrodynamiques : nous avons défini deux nombres sans dimension que nous avons nommé le *MaDo* (basé sur la vitesse maximale) et le *MaDer* (basé sur la vitesse quadratique moyenne) :

Nous nous sommes intéressé en même temps aux capacités d'entraînement des turbines. Nous avons ainsi défini le nombre de *MaDo*, qui permet de comparer la vitesse d'entraînement du fluide à puissance égale pour les différentes turbines. Le *MaDo* est défini à partir du facteur de vitesse \mathcal{V} et du facteur de puissance K_p . Plus le nombre de *MaDo* est élevé, plus la turbine entraîne rapidement le fluide pour un moindre coût. Il s'agit en quelque sorte du « rendement hydrodynamique » du système cuve/turbines :

$$MaDo = \frac{\mathcal{V}}{K_p^{1/3}}$$

Ce nombre de *MaDo* nous est utile dans la seconde partie du manuscrit, puisque nos nombres de Reynolds magnétiques intègrent le facteur de vitesse \mathcal{V} afin de conserver une cohérence avec le code numérique de Jacques Léorat (1994) que nous utilisons. Nous le retrouverons notamment au chapitre 2 page 155. Dans la première partie où nous nous concentrons sur les propriétés purement hydrodynamiques de l'écoulement, nous utilisons un nombre construit dans la même optique de « rendement hydrodynamique », mais sur la vitesse quadratique moyenne. Nous le nommons le *MaDer* :

$$MaDer = \frac{\langle V^2 \rangle^{1/2}}{K_p^{1/3}}$$

Il donne une mesure de la quantité d'énergie cinétique stockée par l'écoulement moyen relativement au taux d'énergie injectée dans le fluide au moyen du système d'entraînement.

2.2 Ecoulement contrarotatif entre disques lisses *vs.* écoulement entre disques munis de pales, à grand nombre de Reynolds ($Re \gtrsim 10^5$)

Nous comparons ici les écoulements obtenus entre disques lisses et disques munis de pales droites de hauteur $h = 0.2$. Dans les deux cas, il s'agit de disques de rayon 0.925.

2.2.1 L'écoulement contrarotatif est pleinement turbulent dans les deux cas pour $Re \gtrsim 10^5$

Nous allons tout d'abord nous intéresser au caractère turbulent des écoulements de von Kármán en géométrie fermée, lorsque le fluide utilisé est de l'eau. Le nombre de Reynolds est alors au minimum de l'ordre de 10^5 . Lorsque dans la suite nous parlerons de « grand nombre de Reynolds », nous désignerons ainsi la situation $Re \gtrsim 10^5$.

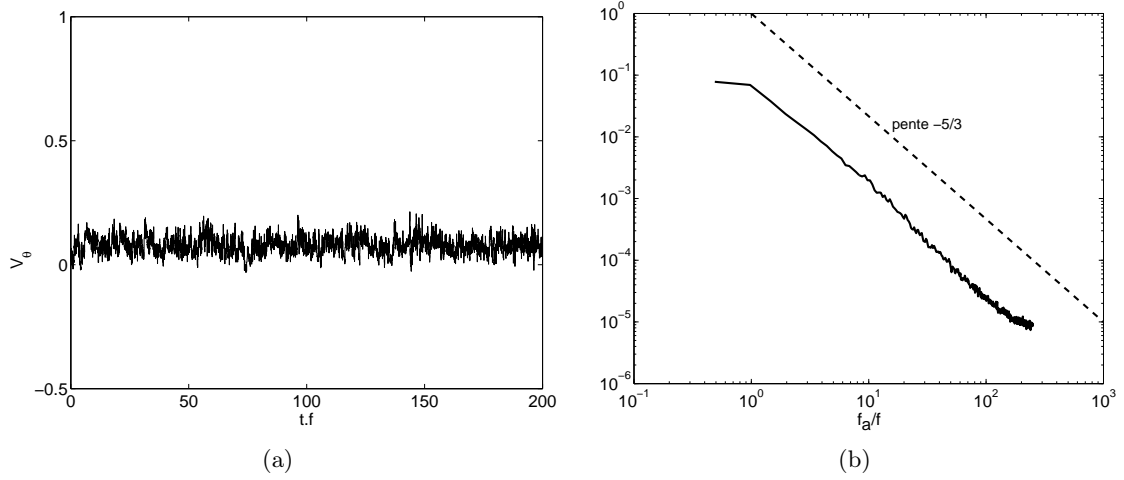


FIG. 2.2: (a) Signal temporel typique de vitesse azimuthale. (b) Spectre de puissance correspondant. Turbines lisses en contrarotation à 10Hz ($Re = 7.8 \times 10^5$). Mesure en $r = 0.9$, $z = 0.5$.

Nous présentons ainsi deux signaux temporels de vitesse mesurée en un point de l'écoulement, pour des disques lisses en figure 2.2, et pour des disques munis de pales en figure 2.3.

Dans le cas des disques lisses, il s'agit d'une mesure de la composante V_θ , obtenue à $f = 10\text{Hz}$, soit $Re \simeq 8 \times 10^5$. L'unité de vitesse vaut donc environ 6.3m.s^{-1} . La moyenne temporelle de la vitesse est de 0.09, et la déviation standard est de 0.03. Le spectre de puissance du signal, tracé en figure 2.2 (b) nous montre que l'écoulement met en jeu une multitude d'échelles temporelles. Nous avons tracé en traits discontinus une loi en $f^{-5/3}$ afin de guider l'œil. Le spectre de puissance semble ainsi décroître avec cette loi de puissance, pour $f \gtrsim 10\text{Hz}$. Nous pouvons conclure que l'écoulement obtenu est pleinement turbulent.

Dans le cas des turbines munies de pales, le signal présenté en figure 2.3 (a) concerne la composante V_z , mesurée en $r = 0.6$ et $z = 0.4$, en contrarotation à 3Hz , soit $Re \simeq 2 \times 10^5$. La moyenne temporelle de la vitesse est dans ce cas de 0.17, et la déviation standard est de 0.18. Le spectre de puissance du signal (figure 2.3 (b)) nous indique là aussi que l'écoulement est turbulent. Le rapport plus élevé des fluctuations de vitesse relativement à leur moyenne nous conduit à qualifier cet écoulement de «très fortement turbulent». Nous observons aussi la présence d'énergie à des fréquences inférieures à la fréquence d'injection. Cette contribution sera prépondérante à l'énergie totale, et est imputable aux structures cohérentes de la couche de cisaillement, qui ont une dynamique temporelle lente, et sont beaucoup plus développées dans le cas de l'écoulement entre disques munis de pales. Nous nous concentrons dans la suite sur les valeurs moyennées dans le temps des vitesses, et des couples nécessaires à maintenir l'écoulement.

2.2.2 La dépendance en Re de la dissipation est différente pour un forçage visqueux ou inertiel

À très grand nombre de Reynolds, les effets de la viscosité sont parfaitement négligeables, sauf éventuellement près des parois, dans les couches limites où l'on a de forts gradients de vitesse. En première approximation, si l'on néglige complètement la viscosité, les termes inertiels étant quadratiques en vitesse, et les couples étant adimensionnés par le carré de la vitesse, on n'a alors aucune dépendance en Re des coefficients K_p définis en section 2.1.

On peut également considérer ce problème à la lumière des arguments de Kolmogorov (1991a,b). Loin des bords, sous des hypothèses d'homogénéité et d'isotropie, le taux de dissipation massique

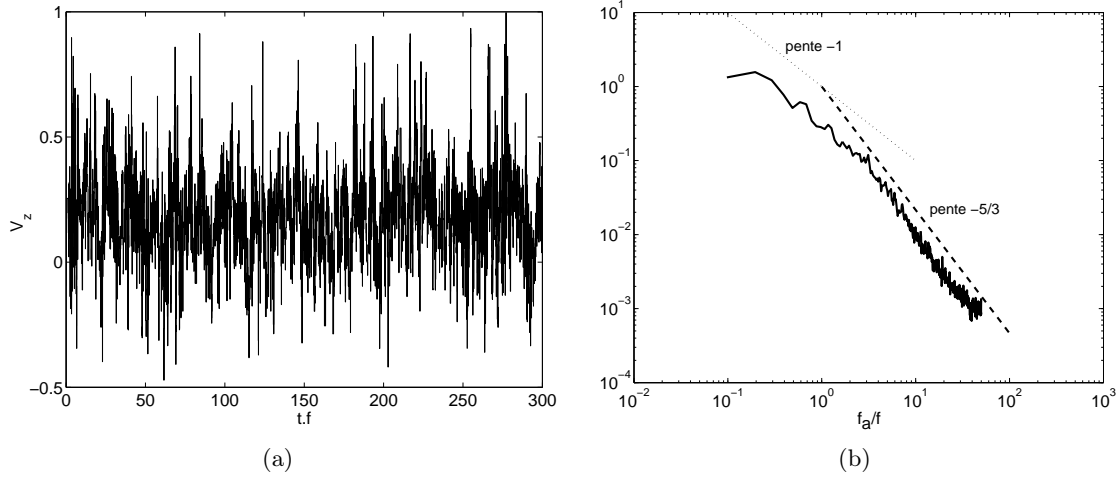


FIG. 2.3: (a) Signal temporel typique de vitesse axiale. (b) Spectre de puissance correspondant. Turbines munies de pales en contrarotation à $3Hz$ ($Re = 1.9 \times 10^5$). Point de mesure en $r = 0.6$, $z = 0.4$.

ϵ est constant et se comporte comme u^3/l . Près des bords, au contraire, l'épaisseur des couches limites évoluant avec le nombre de Reynolds, la dissipation va dépendre du nombre de Reynolds. La dissipation totale étant la somme de ces deux contributions, leur importance relative va ainsi conduire à deux régimes différents de dépendance en Re .

Forçage inertiel

Nous vérifions expérimentalement que les champs de vitesse adimensionnels, et les préfacteurs de couple K_p sont, dans le cas d'un entrainement inertiel, indépendants du nombre de Reynolds, pour $Re \gtrsim 10^5$. Nous mesurons donc la dépendance en fonction de f des couples fournis par les turbines $TM80_2$ munies de pales droites dans la plage $Re \simeq 0.8 \times 10^5$ à $Re \simeq 1.1 \times 10^6$. Le résultat est représenté en figure 2.4.

Le coefficient K_p est bien indépendant de Re dans la mesure où l'ajustement de la dépendance des couples en fonction de la fréquence par une loi en $K_p \times f^2 + b$ est excellent. Le coefficient de régression vaut $R^2 = 0.999$, et on obtient ainsi une valeur de $K_p = 0.111$; le coefficient $b \simeq 0.5$ correspond dimensionnellement à $0.2N.m$ et est imputable aux couples de frottements statiques. La symétrie de l'expérience est remarquable, les deux séries de points et les deux ajustements étant indiscernables.

Toutes les valeurs de K_p reportées dans le tableau 2.1 page 51 —tableau dans lequel nous avons également reporté les valeurs des grandeurs hydrodynamiques mesurées pour l'ensemble des turbines testées— ont été calculées ainsi par ajustement non-linéaire des couples mesurés à différentes vitesses de rotation.

On peut ainsi négliger complètement les effets de la viscosité dans le cas d'un forçage inertiel, et cela au moins dès $Re \gtrsim 10^5$. La dissipation en volume d'origine turbulente domine complètement la dissipation dans les couches limites dans ce cas, dissipation dans les couches limites dont nous donnons un ordre de grandeur ci-dessous en étudiant le cas des disques lisses.

Forçage visqueux

Dans le cas d'un forçage visqueux à travers les couches limites, les couples nécessaires à maintenir les turbines en rotation sont extrêmement faibles. En effet, pour $f = 25Hz$, qui est

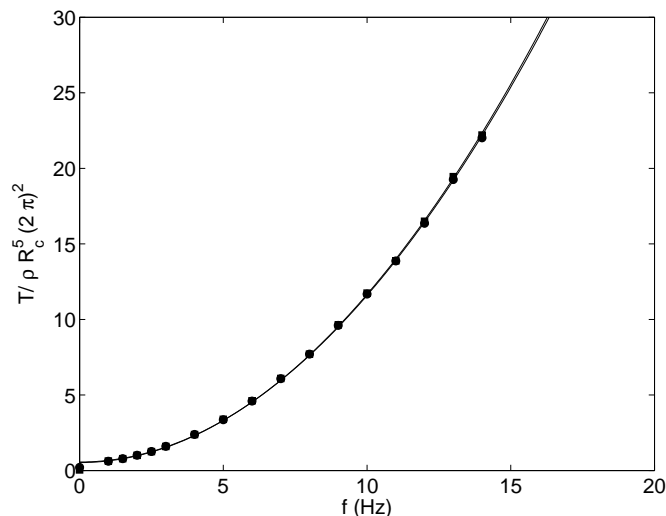


FIG. 2.4: Couples moyens sur le moteur 1 T_1 (●) et sur le moteur 2 T_2 (■), divisés par $\rho(2\pi)^2 R_c^5$ en fonction de f . Turbines $TM80_2$ en contrarotation. Entre $1 \leq f \leq 14\text{Hz}$, Re varie de $Re \simeq 0.8 \times 10^5$ à $Re \simeq 1.1 \times 10^6$. Lignes continues : ajustements non-linéaires en $K_p \times f^2 + b$.

la vitesse maximale de rotation possible, nous mesurons des couples de l'ordre du $N.m$. Or, nous estimons l'ordre de grandeur à partir duquel les mesures sont fiables à $0.2N.m$. Nous avons donc effectué deux séries de mesures identiques pour deux températures très différentes, afin d'augmenter la plage de nombres de Reynolds. La première a été faite à 18°C , où la viscosité cinématique de l'eau vaut $1.0 \times 10^{-6} m^2.s^{-1}$, et l'autre à 50°C , où elle vaut $0.5 \times 10^{-6} m^2.s^{-1}$. On a ainsi des Re allant de 4.3×10^5 à 2.8×10^6 . Nous présentons les résultats, avec des barres d'erreur verticales correspondants à une incertitude dimensionnelle de $\pm 0.05N.m$ sur la mesure du couple en figure 2.5.

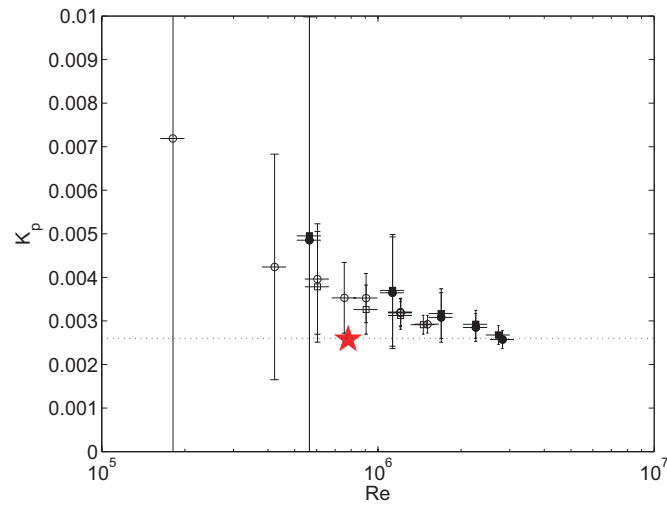


FIG. 2.5: K_{p1} en fonction de Re , pour des disques lisses en contrarotation exacte. Le nombre de Reynolds est connu à 10% près, et les barres d'erreurs verticales correspondent à une incertitude de 0.1 N.m sur la valeur dimensionnelle du couple mesuré. (\circ) : série de mesure en sens positif, à 18 °C. (\bullet) : série de mesure en sens positif, à 50 °C. (\square) : série de mesure en sens négatif, à 18 °C. (\blacksquare) : série de mesure en sens négatif, à 50 °C. ★ et pointillés : point estimé à partir de la mesure de LDV, et des arguments développés en section 2.4.

Les mesures effectuées à 18 °C sont repérées par des symboles ouverts, tandis que les mesures effectuées à 50 °C sont repérées par des symboles fermés. Dimensionnellement, à vitesse de rotation égale, les couples délivrés par les moteurs pour entrainer de l'eau plus froide donc plus visqueuse sont systématiquement plus élevés que ceux fournis pour l'entraînement d'un fluide deux fois moins visqueux. Donc, le coefficient K_p diminue lorsque le nombre de Reynolds augmente. Nous remarquons en revanche que les deux séries de mesure ne se recollent pas parfaitement dans le diagramme 2.5 dont l'échelle linéaire en ordonnées accentue cet écart qui demeure faible.

D'après Cadot *et al.* (1997), pour un écoulement de von Kármán, le taux de dissipation, *i.e.* K_p décroît comme $Re^{-1/4}$. Une telle loi n'est pas incompatible avec nos mesures. Nous ne faisons pas d'ajustement par une loi de puissance sur une si faible gamme, d'autant plus que l'exposant local est susceptible d'évoluer de façon logarithmique avec le nombre de Reynolds, comme cela a été montré pour un écoulement de Taylor-Couette par Lathrop *et al.* (1992). Cette variation est néanmoins significative, par rapport à la variation mesurée pour un entraînement inertiel, inférieure à $Re^{-0.04}$ (voir sens de rotation positif en figure 2.17 page 64).

Nous avons estimé le préfacteur K_p à partir des données de LDV, de la manière expliquée en section 2.4. Ce point, pour $Re \simeq 8 \times 10^5$ est représenté par le symbole (★) dans la figure 2.5. Cette estimation est cohérente, et nous permet de penser que la contribution due aux parois du cylindre est faible.

En conclusion, pour les disques lisses, au moins tant que $Re \lesssim 3 \times 10^6$, la dissipation due aux couches limites est encore supérieure à la dissipation turbulente ϵ . Cette dernière est donc très faible. Dans un écoulement forcé inertielllement, au contraire, elle domine et masque toute dépendance en Re . Ces deux mesures de K_p nous donnent ainsi une idée sur la différence du taux de dissipation dû à la turbulence dans le volume de l'écoulement : ϵ est environ 30 fois plus élevé dans l'écoulement forcé inertielllement que dans l'écoulement entre disques lisses.

2.2.3 Comparaison des champs de vitesse moyens

Toujours d'après Cadot *et al.* (1997), les vitesses moyennes et les fluctuations de vitesses adimensionnelles sont en revanche bien indépendantes du nombre de Reynolds. Nous nous sommes donc contentés d'une mesure pour le champ de vitesse complet, et avons vérifié expérimentalement dans quelques cas l'indépendance des vitesses avec Re . Nous présentons donc des champs de vitesses *adimensionnels*.

La figure 2.6 présente une mesure par LDV du champ des vitesses moyennes pour un forçage visqueux à $Re = 7.8 \times 10^5$. La partie de la figure située en haut à gauche présente en code de couleur les valeurs adimensionnelles de la composante de vitesse v_θ dans le plan $\{r ; z\}$. Les points blancs correspondent aux points de grille où une mesure a été effectuée. L'axe vertical correspond à l'axe $r = 0$. Nous n'avons donc représenté qu'une moitié d'un plan méridien. Les isovalues $v_\theta = 0$ sont supportées par les traits noirs. Les deux parties suivantes de la figure se rapportent à v_z et v_r . Nous rappelons que seules les composantes v_θ et v_z ont été mesurées, la vitesse radiale étant reconstruite à partir de v_z (voir page 29). La dernière partie présente le champ de vitesse *poloïdal*, et les flèches ont une longueur arbitraire.

Nous remarquons d'emblée que les ordres de grandeurs des vitesses sont très faibles. L'ordre de grandeur de v_θ maximal que nous ayons mesuré est en effet de 0.2, l'unité de vitesse correspondant à la vitesse de rotation solide qu'aurait un disque de rayon R_c . Les points de mesure les plus proches des disques se trouvent à 1mm de ceux-ci ; nous ne pouvons donc accéder aux couches limites, dont la taille typique est ici de l'ordre de $R_c \times Re^{-1/2} \simeq 0.1mm$. Nous remarquons également que les valeurs les plus élevées de v_θ que nous mesurons sont confinées dans une

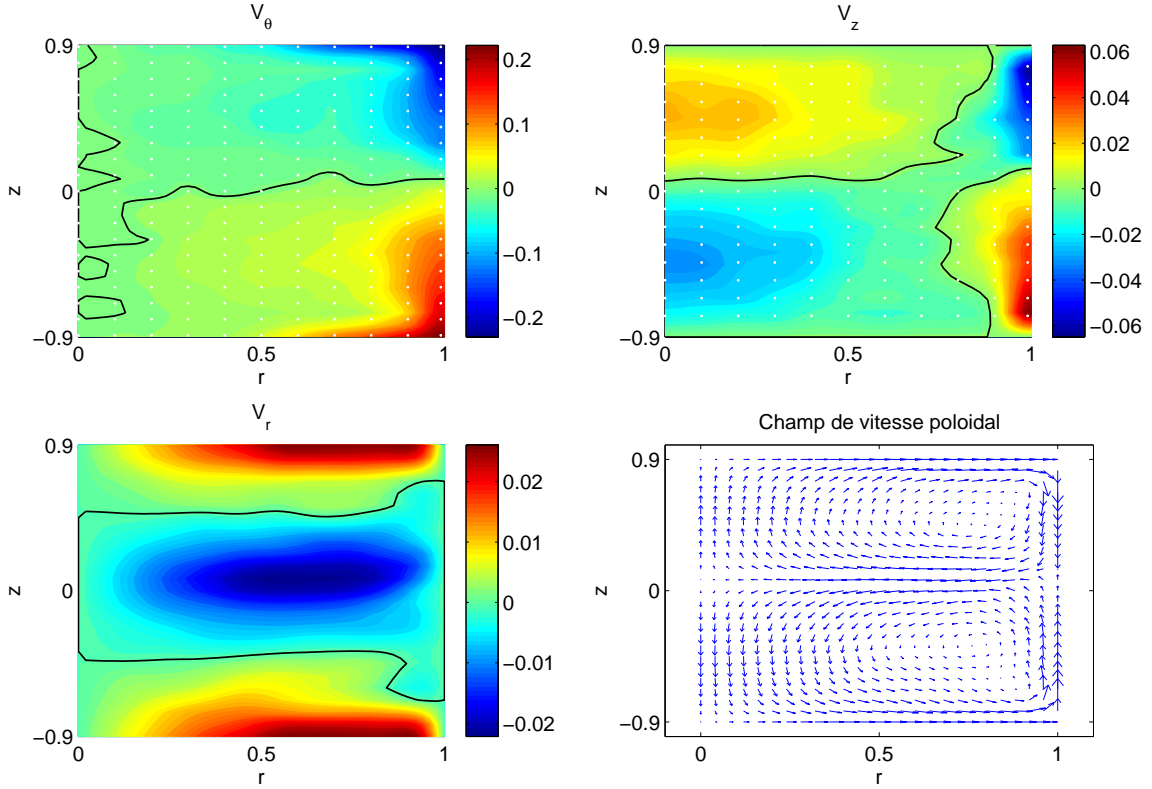


FIG. 2.6: *Champ des vitesses moyennes mesuré par LDV : v_θ , v_z , v_r et champ poloïdal. Champs mesurés sur la totalité du domaine, non symétrisés. Disques lisses en contrarotation à $f = 10Hz$, $Re = 7.8 \times 10^5$.*

couronne $0.8 \lesssim r \lesssim 1$. Au cœur de l'écoulement, la vitesse azimuthale est quasiment nulle.

Nous observons une organisation en deux cellules toroïdales contrarotatives, et en deux cellules de recirculation poloïdales, avec une vitesse axiale dirigée vers les disques en $r = 0$. Le phénomène à l'origine de cette circulation poloïdale est ici un pompage d'Ekman (1905). Les deux cellules de recirculation poloïdales et les deux mouvements toroïdaux contrarotatifs sont de surcroît bien \mathcal{R}_π symétriques (voir page 22), du moins avec une très bonne approximation. La dissymétrie expérimentale résiduelle est visible sur les cartes de v_θ et v_z en figure 2.6 : en cas de symétrie \mathcal{R}_π parfaitement respectée, la ligne $z = 0$ devrait être une isovaleur nulle pour ces deux composantes de vitesse. On pourra également se convaincre de la symétrie \mathcal{R}_π des champs de vitesses par l'examen des profils radiaux de v_θ en figure 2.8 (a-c). L'écoulement contrarotatif entre disques lisses à très grand nombre de Reynolds rétabli donc *en moyenne* les symétries du problème, comme on s'y attend théoriquement, loin des bords et lorsque $Re \rightarrow \infty$ (Frisch, 1995).

Le profil radial de vitesse (figure 2.8 (a)) fait clairement apparaître le déficit important de vitesse par rapport à la rotation solide au cœur de l'écoulement, *i.e.* $r \lesssim 0.8$, ainsi que le confinement de la rotation sur une couronne extérieure.

La recirculation poloïdale est très faible, et la valeur maximale des vitesses axiales mesurées est de l'ordre de 0.06. Cet écoulement possède donc un rapport Γ faible, égal à 0.35. Un examen rapide du tableau 2.1 page 51 nous apprend qu'il s'agit de la plus petite intensité de l'écoulement poloïdal $\langle P \rangle$ mesurée.

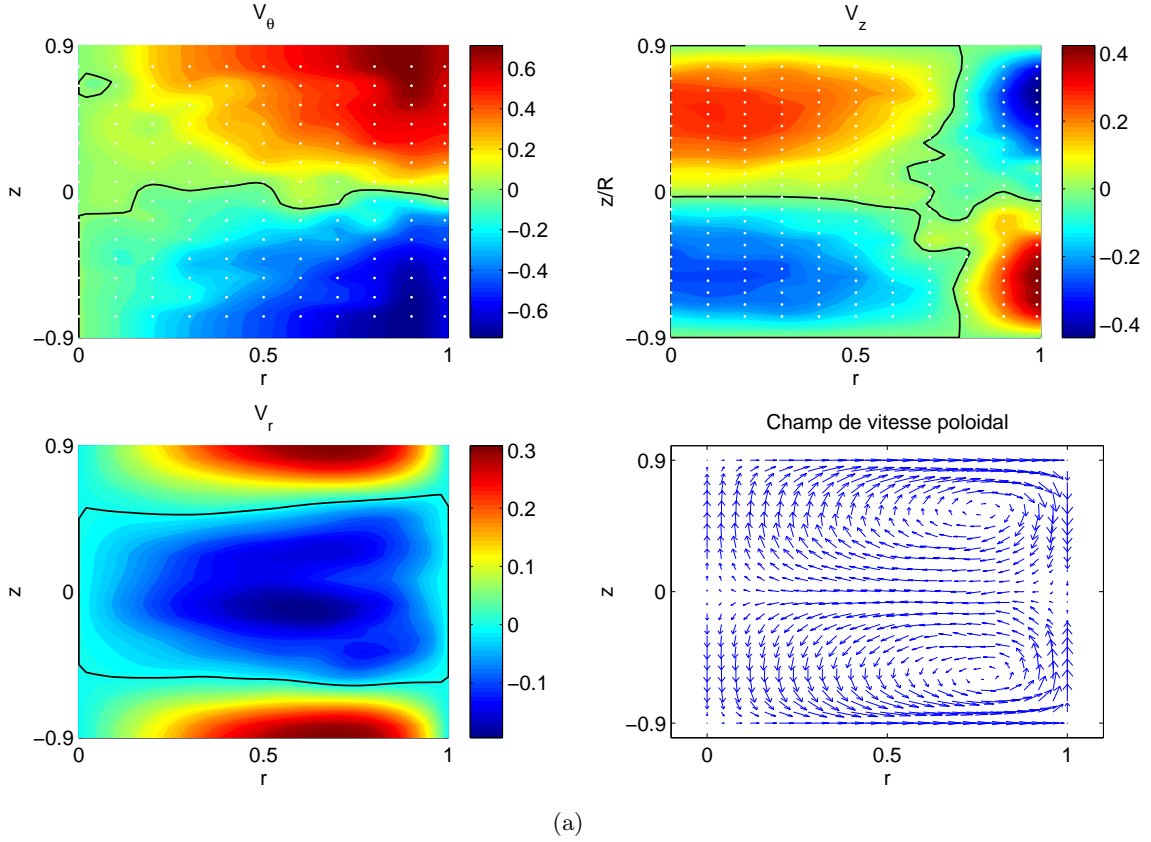


FIG. 2.7: Champ des vitesses moyennes mesuré par LDV : v_θ , v_z , v_r et champ poloidal. Turbines $TM80_2$ en contrarotation à $f = 4Hz$ ($Re = 2.5 \times 10^5$). Champs mesurés sur la totalité du domaine, non symétrisés.

Passons maintenant aux turbines $TM80_2$, disques de rayon 0.925, munis de huit pales droites de hauteur 0.2. Les pales se trouvent donc dans les parties $-0.9 \leq z \leq -0.7$ et $0.7 \leq z \leq 0.9$. Les cartes du champ de vitesse moyen sont tracées en figure 2.7. Nous remarquons tout d'abord que l'entraînement est beaucoup plus efficace. On mesure en effet des vitesses adimensionnelles de l'ordre de 0.5. De plus, des vitesses élevées sont mesurées dans tout le volume, et l'écoulement toroïdal est organisé en deux cellules contrarotatives séparées par une zone de fort cisaillement très visible sur la figure 2.8 (d). Notre écoulement est donc en accord avec une phénoménologie «à la Batchelor (1951)» (voir page 12). Nous notons en outre que chaque turbine agit bien comme une pompe centrifuge, et nous pouvons observer deux cellules de recirculation poloidales. Le pompage centrifuge est également beaucoup plus efficace, nous mesurons en effet des vitesses axiales maximales de l'ordre de 0.4, et le rapport Γ vaut environ 0.5. L'écoulement contrarotatif, inertiuellement forcé à très grand nombre de Reynolds rétabli donc lui aussi en moyenne les symétries du problème, et possède la phénoménologie illustrée en figure 1.10 page 28.

Nous insisterons enfin plus particulièrement sur la différence entre forçage visqueux et inertiel pour les profils radiaux de rotation (figure 2.8). Ceux-ci sont en effet très proches de la rotation solide pour les $TM80_2$, jusqu'au rayon des turbines $r = 0.925$, et ce depuis l'altitude des turbines $z = \pm 0.9$ jusqu'à environ $z = \pm 0.55$, *i.e.* dans une grande partie du domaine fluide. L'écoulement présente ainsi une forte rotation différentielle selon la direction axiale. Par contre, il n'y a quasiment pas d'écart à la rotation solide dans la direction radiale, hormis dans la couche limite

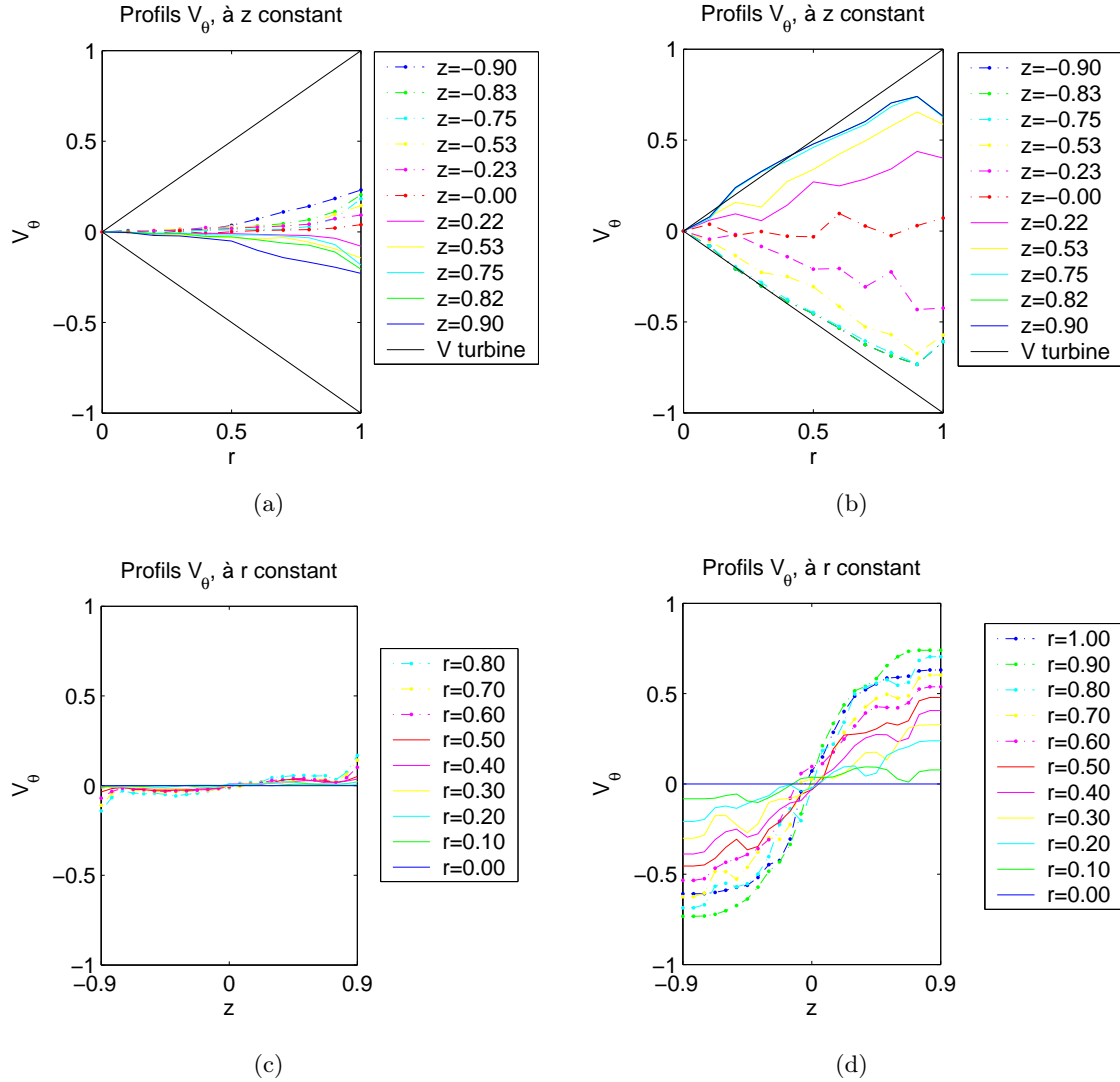


FIG. 2.8: (a-b) Profils radiaux de v_θ à différentes altitudes z . Les traits noirs symbolisent la rotation solide des disques, qui s'étendent ici jusqu'en $r = 0.925$. (a) Forçage visqueux avec les disques lisses. (b) Forçage inertiel avec les turbines TM80₂. $Re \gtrsim 10^5$. (c-d) Profils axiaux de v_θ à différents rayons r . (c) Forçage visqueux avec les disques lisses. (d) Forçage inertiel avec les turbines TM80₂. $Re \gtrsim 10^5$.

non résolue en paroi. Or, nous verrons dans la deuxième partie du manuscrit qu'un écart à la rotation solide est un ingrédient favorable à la dynamo.

2.2.4 Conclusions

Nous apportons ici une mesure quantitative de la grande différence entre les deux écoulements *turbulents* de von Kármán visqueux et inertiels. L'entraînement par couche limite est très peu efficace; la moyenne spatiale de l'énergie cinétique communiquée au fluide $\langle V^2 \rangle \simeq 0.004$ est ainsi de presque deux ordres de grandeur inférieure à celle communiquée par une turbine munie de pales droites, $\langle V^2 \rangle \simeq 0.231$. Dans le même temps, la dissipation volumique turbulente est multipliée par 30. Le rendement hydrodynamique, mesuré par le nombre de $MaDer$, est ainsi

deux fois plus important pour un écoulement produit par des disques munis de pales : à puissance dépensée égale, on obtient ainsi un écoulement moyen deux fois plus fort lorsque les turbines sont munies de pales. Les champs de vitesse moyens ont également une très grande différence du point de vue de leur forme. En ajoutant des pales aux disques, on passe ainsi d'une situation où le fluide ne possède quasiment pas de rotation dans le volume à une situation où les deux cellules contrarotatives emplissent tout le volume disponible. Nous avons donc choisi d'employer des turbines munies de pales dans le cadre de l'expérience VKS2.

Nous allons maintenant nous concentrer sur les turbines munies de pales et explorer les effets, notamment sur la topologie de l'écoulement, des différents paramètres de nos turbines, que sont l'angle de sortie de pales α et le rayon de la turbine R .

2.3 Caractérisation de l'écoulement contrarotatif forcé inertiellement à grand nombre de Reynolds en fonction de la forme du dispositif de forçage

2.3.1 Synthèse des grandeurs globales mesurées

Turbines	α	$\langle pump \rangle$	$\langle P \rangle$	$\langle T \rangle$	Γ	\mathcal{V}_θ	\mathcal{V}	$\langle V^2 \rangle$	K_p	$MaDo$	$MaDer$
$R = 0.500$											
$TM90_2$	0	0.13	0.12	0.14	0.85	0.44	0.54	0.046	0.016	2.13	0.85
$R = 0.750$											
$TM74_2-$	-34	0.17	0.15	0.34	0.46	0.72	1.04	0.175	0.073	1.86	1.00
$TM73_2-$	-24	0.18	0.16	0.34	0.48	0.67	0.72	0.178	0.073	1.73	1.01
$TM71_2-$	-14	0.19	0.17	0.33	0.53	0.64	0.73	0.172	0.069	1.79	1.01
$TM70_{05}$	0	0.09	0.08	0.13	0.58	0.36	0.39	0.032	0.018	1.50	0.69
$TM70_1$	0								0.037		
$TM70_2$	0	0.19	0.18	0.30	0.60	0.57	0.65	0.153	0.061	1.64	1.00
$TM71_2+$	14	0.19	0.19	0.28	0.69	0.52	0.64	0.140	0.056	1.66	0.98
$TM73_2+$	24	0.22	0.20	0.25	0.80	0.50	0.60	0.128	0.053	1.59	0.95
$TM73_2+ (1)$	24	0.26	0.23	0.30	0.76	0.48	0.61	0.170	0.054	1.60	1.09
$TM74_2+$	34	0.24	0.21	0.24	0.89	0.46	0.58	0.122	0.043	1.65	0.99
$R = 0.925$											
$TM60_1-$	-72	0.12	0.11	0.23	0.47	0.86	0.88	0.114	0.122	1.78	0.68
$TM60_2-$	-72	0.16	0.15	0.37	0.39	0.94	0.96	0.238	0.147	1.83	0.92
$TM60_2- (1)$	-72	0.15	0.13	0.46	0.29	0.94	0.95	0.321	0.112	1.97	1.18
$TM86_2-$	-57	0.15	0.14	0.35	0.39	0.90	0.91	0.216	0.114	1.87	0.96
$TM83_2-$	-30	0.17	0.16	0.35	0.45	0.82	0.85	0.210	0.123	1.70	0.92
<i>Lisse</i>	0	0.02	0.02	0.05	0.35	0.23	0.23	0.004	0.0032	1.56	0.45
$TM80_1$	0	0.16	0.15	0.29	0.52	0.65	0.68	0.138	0.078	1.60	0.87
$TM80_2$	0	0.20	0.19	0.38	0.49	0.74	0.78	0.231	0.111	1.62	1.00
$TM83_2+$	30	0.20	0.20	0.36	0.55	0.65	0.69	0.203	0.092	1.54	1.00
$TM86_2+$	57	0.24	0.22	0.24	0.89	0.42	0.67	0.128	0.061	1.69	0.91
$TM60_1+$	72	0.14	0.13	0.13	1.02	0.26	0.50	0.045	0.025	1.71	0.73
$TM60_2+$	72	0.21	0.20	0.22	0.90	0.36	0.63	0.104	0.055	1.66	0.85
$TM60_2+ (1)$	72	0.25	0.23	0.28	0.83	0.44	0.64	0.153	0.056	1.67	1.02

TAB. 2.1: Grandeurs globales hydrodynamiques définies en section 2.1, pour les différentes turbines à grand Re . (1) : anneau de diamètre extérieur 200mm, de diamètre intérieur 170mm et d'épaisseur 6mm, monté à égale distance des deux turbines, en $z = 0$.

Nous présentons sous forme de tableau (Tab. 2.1) les grandeurs globales mesurées pour l'ensemble des turbines fabriquées. Nous avons classé les turbines par ordre croissant de diamètre, puis par ordre croissant de la courbure des pales.

Nous avons choisi de tracer l'évolution de quelques grandeurs en fonction de la courbure des pales α . Nous nous sommes limité au cas de pales de hauteur $h = 0.2$ et du disque lisse, afin de ne pas surcharger les graphiques. Dès que les turbines sont munies de pales, une modification de leur hauteur apporte surtout des modifications quantitatives, mais peu de changements qualitatifs. Les quantités sélectionnées sont le rapport Γ , qui aura un rôle important à jouer dans l'effet dynamo (voir chapitre 2 de la deuxième partie du présent manuscrit), les quantités $\langle P \rangle$ et $\langle T \rangle$, le coefficient de puissance K_p , et le rendement basé sur l'énergie cinétique moyenne $MaDer$. Nous les traçons en figure 2.9.

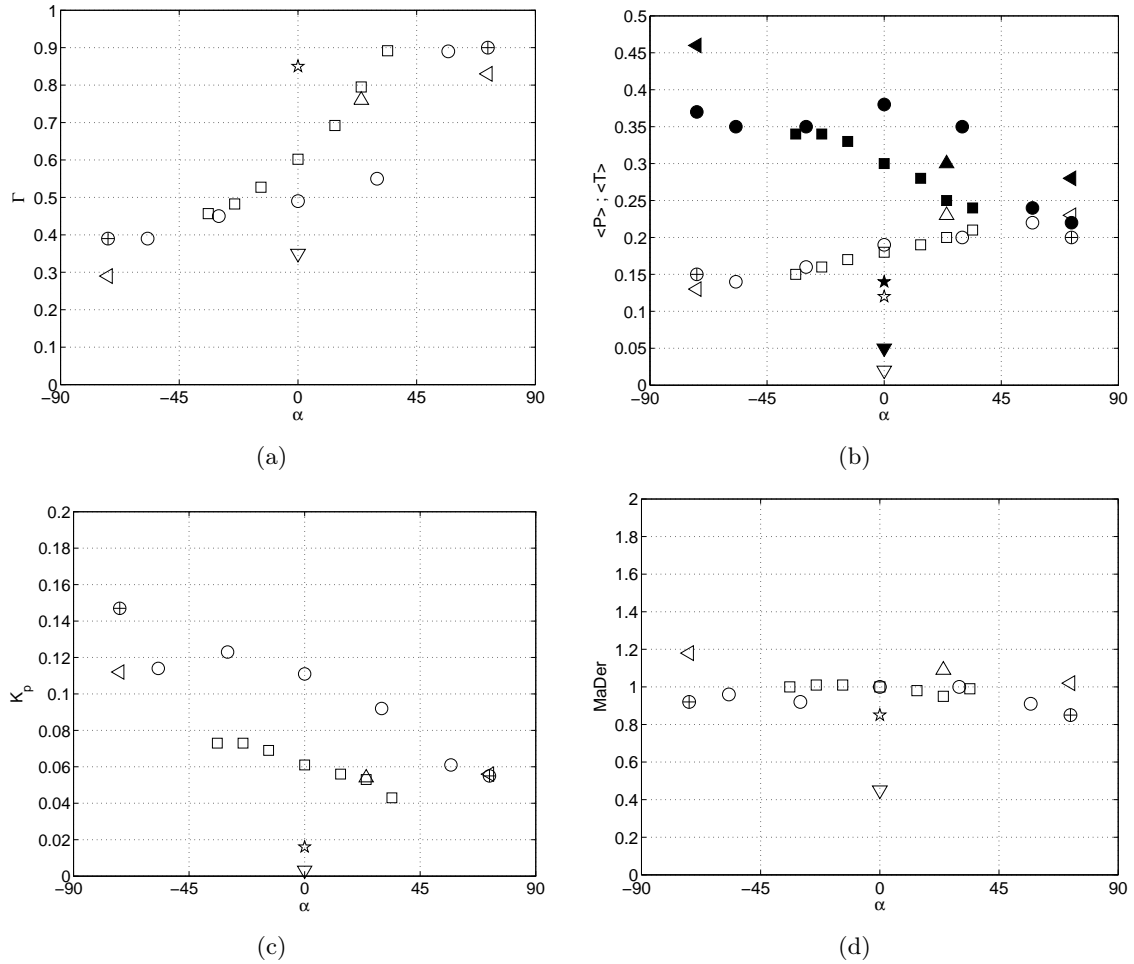


FIG. 2.9: Grandeurs globales hydrodynamiques en fonction de l'angle de sortie de pales α , pour toutes les turbines de hauteur de pales $h = 0.2$ et les disques lisses, en contrarotation à $Re \gtrsim 10^5$. (a) Rapport Γ . (∇) : disques lisses, (\circ) : turbines de rayon 0.925 — les (\oplus) ont 16 pales —, (\square) : turbines de rayon 0.75, (\star) : turbines de rayon 0.50. (\triangle) : TM73₂ avec anneau (voir tableau 2.1). (\triangleleft) : TM60₂ avec anneau. (b) $\langle P \rangle$ (symboles ouverts) et $\langle T \rangle$ (symboles fermés). (c) : K_p . (d) : $MaDer$.

Nous notons une évolution significative des grandeurs en fonction de la forme du système d'entraînement. Nous mesurons ainsi des rapports Γ allant de 0.3 pour les turbines les plus grandes et les plus fortement courbées tournant dans le sens négatif à $\Gamma \simeq 0.9$ pour ces mêmes turbines tournant dans le sens positif (figure 2.9 (a)). La courbure des pales semble donc influencer fortement ce paramètre; nous y revenons au paragraphe 2.3.3.

La série des grands diamètres semble présenter un saut entre $\alpha = 30^\circ$ et $\alpha = 57^\circ$, le rapport Γ saturant à la valeur 0.9, tandis que la série de rayon $R = 0.75$ est beaucoup plus continue, et varie sur la même plage en Γ . Nous remarquons également que les turbines de rayon $R = 0.50$ ont systématiquement des valeurs très différentes. Il se produit donc un grand changement qualitatif avec l'évolution du rayon des turbines sur la forme des champs de vitesse. Nous y reviendrons plus spécifiquement au paragraphe 2.3.4, après avoir exploré au paragraphe 2.3.2 quelques caractéristiques plus locales des champs de vitesse, et avoir exploré au paragraphe 2.3.3 les principaux effets liés à la courbure des pales.

Nous remarquons enfin que, si la puissance dissipée est environ deux fois plus faible à courbure égale pour des turbines de rayon 0.75 par rapport aux turbines de rayon 0.925 (figure 2.9 (c)), le rendement hydrodynamique global $MaDer$ est, lui, indépendant de la forme du système d'entraînement (figure 2.9 (d)). Nous y reviendrons lors de la discussion, en section 2.4. Nous y discuterons également des effets liés à l'ajout d'un anneau de diamètre extérieur 200mm, de diamètre intérieur 170mm et d'épaisseur 6mm, monté à égale distance des deux turbines en $z = 0$.

2.3.2 Quantités locales dérivées des champs de vitesse moyens

Le rayon de pompage est constant

Quelque soit la forme des turbines utilisées, dans la gamme de rayons explorée $0.5 \lesssim R \lesssim 0.925$, qu'elles soient munies de pales ou non, le rayon de pompage, situé au centre des cellules de recirculation poloïdales est quasiment indépendant de z et est constant. Ce rayon vaut environ 0.75 (voir figure 2.7, page 167). Nous en donnons une interprétation géométrique, basée sur la conservation du débit. En effet, le rayon $r = \sqrt{2}/2$ sépare le disque unité en deux aires égales. Donc, si les vitesses axiales dirigées vers la turbine la plus proche au cœur de l'écoulement sont du même ordre de grandeur que les vitesses de recirculation le long des parois cylindriques, le rayon de pompage est alors en $r = \sqrt{2}/2$. Nous obtenons en effet des valeurs très proches, légèrement supérieures, les vitesses de recirculation près de la paroi étant très légèrement supérieures aux vitesses de pompage au cœur. Ceci va nous permettre de mieux comprendre l'évolution de quantités dépendant du profil de vitesse comme le flux moyen de moment cinétique ou l'hélicité cinématique.

Hélicité cinétique

L'hélicité cinétique d'un écoulement est la quantité $\langle H \rangle = \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v})$, soit le produit scalaire de la vitesse par la vorticit  . Cette quantit   joue un r  le important dans le probl  me de la dynamo, comme nous le verrons lors de la seconde partie de ce manuscrit de th  se, en particulier au chapitre 2 page 155.

Du point de vue de l'hydrodynamique des   coulements turbulents, si l'on   crit les   quations pour la vorticit  , le terme non-lin  aire fait appara  tre le produit vectoriel de la vorticit   et de la vitesse. Un moyen possible de faire saturer les non-lin  arit  s est donc que localement, la vorticit   s'aligne avec la vitesse. Une telle condition est connue sous le nom de condition de Beltrami, et une tendance    la "Beltramization" semble   tre observ  e de mani  re g  n  rique pour des   coulements

pleinement turbulents, servant de support au développement de théories analytiques (Dannevik *et al.*, 1987; Frisch, 1995) et de techniques de simulations numériques (Farge *et al.*, 2001). Nous présentons quelques résultats préliminaires à ce sujet en annexe D

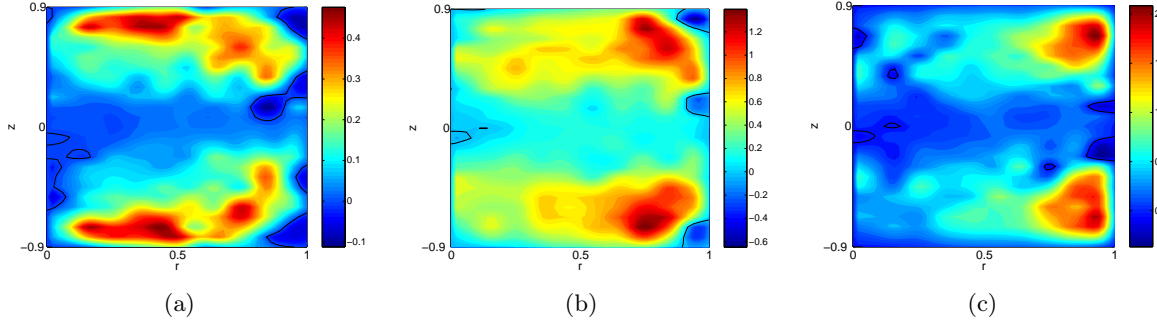


FIG. 2.10: Hélicité cinétique du champ de vitesse moyen, pour les turbines (a) $TM90_2$ de rayon $R = 0.50$, (b) $TM70_2$ de rayon $R = 0.75$, et (c) $TM80_2$ de rayon $R = 0.925$.

Pour l'heure, nous avons accès à l'hélicité du champ de vitesse moyen. Nous avons pu établir un lien entre hélicité totale et rapport Γ , et renvoyons donc au chapitre 2 de la seconde partie du manuscrit, plus particulièrement aux figures 2.12 et 2.13 pages 172 et 173.

Nous nous concentrerons ici sur les cartes d'hélicité tracées en figure 2.10 pour des turbines à pales droites de diamètre différents. On remarque deux zones de forte hélicité, centrées en $z = \pm 0.5$, et de plus en plus proches de la paroi cylindrique à mesure que le diamètre des turbines croît. Nous reviendrons au paragraphe 2.3.4 sur cet effet du diamètre des turbines.

Transport convectif de moment cinétique par la partie moyenne de l'écoulement

Nous étudierons aussi la répartition spatiale du produit $r v_z v_\theta$. L'intégrale de ce produit entre $r = 0$ et $r = 1$ correspond au flux convectif vertical de moment cinétique transporté par la partie moyenne de l'écoulement, et nous renseigne aussi sur l'importance des tourbillons de la couche de mélange. Nous y revenons en section 2.4. Là aussi, nous notons un fort effet du rayon de la turbine sur cette quantité, pour nos trois turbines à pales droites (voir figure 2.11).

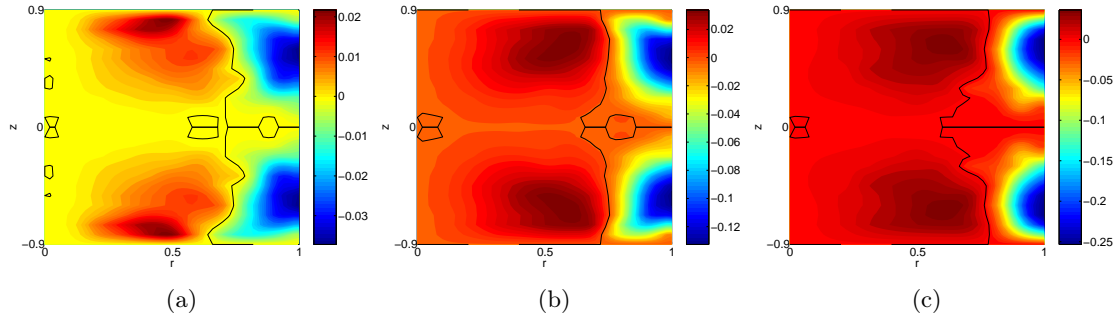


FIG. 2.11: Produit $r v_z v_\theta$, pour les turbines (a) $TM90_2$ de rayon $R = 0.50$, (b) $TM70_2$ de rayon $R = 0.75$, et (c) $TM80_2$ de rayon $R = 0.925$.

Nous remarquons en effet l'existence de deux zones de signes opposés, pour $0 \leq r \lesssim 0.75$ et pour $0.75 \lesssim r \leq 1$. L'importance relative de ces deux zones évolue fortement avec le rayon :

en augmentant le rayon des turbines, la partie située près de la paroi acquiert une contribution beaucoup plus grande que celle située au cœur de l'écoulement.

2.3.3 Principaux effets de la courbure des pales

Nous allons maintenant expliquer les principaux effets de la courbure des pales, en considérant tout d'abord les turbines de grand diamètre. Prenons les pales les plus courbées pour ce diamètre, les $TM60_2$, dont l'angle de sortie vaut $\pm 72^\circ$, le signe étant donné par le sens de rotation de la turbine. Lorsque l'on tourne dans le sens négatif, les pales «mordent» le fluide avec leur face concave, et nous avons ainsi un effet de «pelote basque», le fluide étant continuellement accéléré pendant son éjection. Lorsque l'on tourne dans le sens positif, les pales poussent le fluide avec leur face convexe, et le fluide subit un ralentissement.

On s'attend donc à favoriser la partie toroïdale du champ de vitesse, notamment près de la paroi cylindrique, en tournant dans le sens négatif. Cela est confirmé par nos mesures, regroupées dans le tableau 2.1 et la figure 2.9. On observe une diminution de la quantité $\langle T \rangle$ pour des courbures croissantes (figure 2.9 (b)). La valeur moyenne de la composante poloïdale du champ de vitesse subit une évolution contraire : cette quantité augmente lorsqu'on augmente la courbure. Une courbure positive est favorable à l'éjection radiale, et donc au pompage centrifuge. Le rapport Γ croît ainsi avec α .

La puissance dissipée dans l'écoulement subit elle aussi une variation importante avec la courbure des pales, et diminue fortement avec l'augmentation de la courbure (voir figure 2.9 (c)). Avec de fortes courbures négatives, par cet effet de pelote basque qui accélère le fluide éjecté radialement, on favorise en effet une forte rotation près de la paroi cylindrique. Le flux de moment cinétique injecté par la turbine est ainsi plus important, ce qui réclame plus de travail à la turbine (voir section 2.4).

Dans le même temps, l'énergie cinétique stockée par le champ de vitesse moyen est plus importante pour les turbines courbées négativement, de sorte que le rendement hydrodynamique $MaDer$ est ainsi indépendant de la courbure des pales, à rayon et à hauteur de pales constantes.

2.3.4 Principaux effets du rayon des turbines

Nous allons ici nous concentrer sur les turbines à pales droites ($\alpha = 0^\circ$), munies de pales de rayon $h = 0.2$, et allons considérer trois rayons différents : $R = 0.50$, $R = 0.75$, et $R = 0.925$.

La principale modification apportée par une diminution du diamètre concerne la diminution du coefficient de puissance K_p . On entraîne en fait moins le fluide en rotation. Toutefois, le K_p est réduit d'un facteur 7 alors que la surface des disques est réduite d'un facteur 4 et que la surface des disques est réduite d'un facteur 1.5 : la réduction de la puissance dissipée est donc particulièrement importante et ne s'explique pas en termes d'effets géométriques simples. Nous apporterons alors en section 2.4 une explication basée sur la forme du produit $r v_z v_\theta$.

L'importance du mouvement toroïdal $\langle T \rangle$ varie de manière monotone et croît avec le rayon de la turbine. L'intensité du pompage $\langle P \rangle$ croît elle aussi avec le rayon de la turbine et est comparable pour les turbines de rayon $R = 0.75$ et $R = 0.925$. Le rapport Γ est une quantité croissante du rayon de la turbine car $\langle P \rangle$ croît moins rapidement que $\langle T \rangle$. On retrouve ainsi le fait que pour des turbines munies de pales, le pompage centrifuge dépend assez faiblement des paramètres de la turbine.

Le profil radial de rotation est également très sensible au rayon des turbines. L'examen de la figure 2.7 page 167 nous apprend ainsi que les profils radiaux sont très proches de la rotation solide près des turbines pour $0 \leq r \lesssim R$, et que la vitesse azimuthale retombe au delà (*i.e.*

$R \lesssim r \leq 1$).

Ces constatations nous permettent à présent de revenir sur les fortes modifications avec le rayon des turbines des cartes d'hélicité et du produit $r v_z v_\theta$ mentionnées plus haut. L'hélicité cinématique est un produit scalaire et peut donc être décomposée en la somme de trois contributions. Le terme dominant pour les turbines de rayon $R \geq 0.75$ est celui selon e_θ , dû au produit de la vorticité des cellules de recirculation poloïdale par la composante de vitesse toroïdale (figure 2.10 (b) et (c)). Les cellules de recirculation étant toujours centrées en $r \simeq 0.75$, et le profil radial de rotation étant piqué en $r = R$ (voir figure 2.7 page 167), on explique ainsi la position des maxima d'hélicité pour (b) et (c). En revanche, pour les turbines de rayon $R = 0.50$, la contribution dominante est la composante radiale, venant du produit $v_r \partial_z v_\theta$. Il se produit donc un changement qualitatif important pour les turbines de petit diamètre, portant sur l'hélicité du champ de vitesse moyen.

Le rendement hydrodynamique $MaDer$, enfin, est en première approximation indépendant du diamètre des turbines, et donc de tous les paramètres des turbines.

2.3.5 Conclusions, liens avec l'optimisation de l'expérience VKS2

La topologie des champs de vitesse mesurés et les quelques grandeurs directement associées évoluent donc fortement avec la forme des turbines munies de pales. En revanche, le rendement hydrodynamique est constant : nous ne pourrions donc pas minimiser la puissance nécessaire à atteindre un nombre de Reynolds magnétique donné dans l'expérience VKS2. Nous allons maintenant revenir à des considérations plus hydrodynamiques, et nous interroger sur le rôle et les effets des fortes fluctuations de l'écoulement.

2.4 Turbulence, structures cohérentes et transport du moment cinétique

Nous avons en effet jusqu'à présent insisté sur les propriétés moyennées dans le temps de cet écoulement très fortement turbulent. Nous revenons dans un premier temps (paragraphe 2.4.1) sur l'indépendance de $MaDer$ avec la forme du dispositif de forçage, avant de nous interroger sur les champs de vitesses instantanés.

Nous avons signalé lors du chapitre 1 présentant l'expérience la présence d'une zone de fort cisaillement, donnant naissance à des structures cohérentes, faisant penser à des vortex de couche de mélange : nous en présentons une photographie en figure 1.10 (b) page 28. Ces structures tourbillonnaires ont une dynamique très complexe, on en observe de toutes tailles, et leur temps de vie est de l'ordre de l'unité de temps (un tour de disque) voire plus. Nous n'avons pu en réaliser une étude spatio-temporelle à grand nombre de Reynolds par imagerie, faute de technique de visualisation adaptée à la géométrie et à la dynamique de ces structures. En revanche, nous développons au paragraphe 2.4.2 quelques arguments permettant de se faire une idée du rôle de ces structures et de leur vigueur moyenne.

Ces structures sont *a priori* un problème pour notre approche cinématique de l'effet dynamo (seconde partie du manuscrit). En effet, le champ de vitesse instantané est très différent du champ de vitesse moyen. Nous présentons ainsi en figure 2.12 un champ de vitesse instantané mesuré dans un plan vertical et le champ de vitesse poloïdal moyen. Cette mesure a été effectuée par Vélocimétrie par Images de Particules (PIV), système acquis récemment par le laboratoire. Cette figure montre très clairement que le champ de vitesse instantané n'a rien à voir à première vue avec le champ de vitesse moyen. En particulier, la présence de zones de divergence non nulle nous indique qu'il n'est clairement pas axisymétrique. Nous imputons cet effet à la présence de

fluctuations lentes aux grandes échelles liée à la présence des tourbillons de la couche de mélange. Les grandes échelles de l'écoulement turbulent de von Kármán à deux cellules séparées par une couche de mélange qui en moyenne forment deux cellules toroidales et deux cellules toriques de recirculation poloidale sont ainsi à chaque instant dans une toute autre configuration.

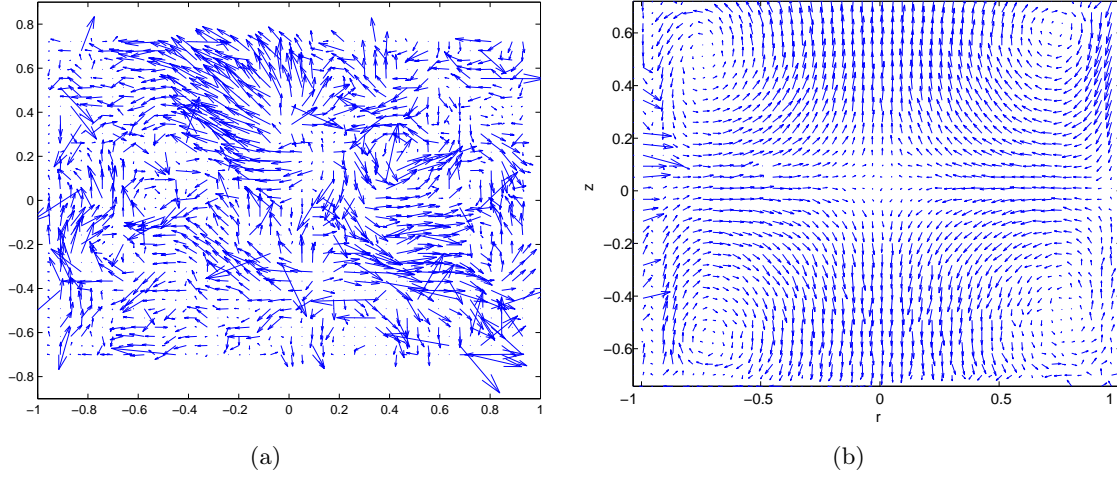


FIG. 2.12: *Champ de vitesse poloïdal, mesuré par PIV dans l'expérience VKR. Turbines TM60₂ tournant en sens négatif, $Re \simeq 3 \times 10^5$. (a) Champ de vitesse instantané. (b) Champ de vitesse moyenné sur 5000 images, soit 1000 tours de disques.*

Nous essaierons, en attendant les résultats de mesure par PIV, d'extraire un maximum d'informations quant-à l'écart entre champ de vitesse instantané et champ de vitesse moyen à partir des mesures de champ de vitesse moyen par LDV. Nous comparerons ainsi ces renseignements entre les différentes turbines.

Nous cherchons enfin un moyen de contrôler la vigueur des structures de la couche de mélange, et examinons une piste consistant à ajouter un anneau de rayon extérieur 1, de rayon intérieur 0.85 et d'épaisseur 0.06 monté en paroi en $z = 0$.

2.4.1 Rendement hydrodynamique et turbulence pleinement développée

Nous établissons ici un lien entre le fait que le rendement hydrodynamique moyen que nous nommons $MaDer$ est indépendant de la forme du système d'entrainement pour un entrainement inerti l et les propriétés statistiques de la turbulence localement homogène et isotrope issues de la théorie de Kolmogorov (1991a,b).

Le spectre spatial d'énergie cinétique s'écrit dans ces conditions sous la forme :

$$E(k) = C_K \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

avec ϵ le taux de dissipation massique, et k le nombre d'onde. Nous supposons pour le calcul que le taux de dissipation massique ϵ est homogène, *i.e.* qu'il est le même en tout point de l'écoulement. Cette approximation est assez forte : Zocchi *et al.* (1994) ont effectué des mesures de ϵ par intégration des spectres d'énergie, ou en utilisant la relation de Kármán-Howarth-Kolmogorov, en diverses altitudes et en paroi dans un écoulement de von Kármán contrarotatif. Leurs résultats montrent une forte dépendance, ϵ étant deux fois plus important dans la couche de mélange qu'au niveau des pales.

\mathcal{P} étant la puissance totale dissipée dans l'écoulement, nous estimons le taux moyen de dissipation massique par l'expression :

$$\epsilon = \frac{\mathcal{P}}{\rho \pi R_c^2 H_c}$$

Par définition du spectre spatial d'énergie cinétique, on a :

$$\frac{1}{2} \langle v^2 \rangle = \int_{k_0}^{\infty} E(k) dk$$

En tirant alors profit de la forte raideur du spectre pour l'intégration, *i.e.* en négligeant la contribution des petites échelles dissipatives, on obtient :

$$E(k_0) = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle k_0^{-1}$$

avec l'échelle d'injection prise comme étant $k_0 = 2\pi/R_c$. Nous en tirons alors une relation entre le nombre de $MaDer$ et la constante de Kolmogorov C_K :

$$MaDer^2 \simeq 3\pi^{-4/3} \left(\frac{H_c}{R_c}\right)^{-2/3} C_K \simeq 0.44 C_K$$

Si maintenant nous prenons pour valeur de la constante $C_K = 1.5$ (Lesieur, 1990), ou $C_K = 1.62$ (Dannevik *et al.*, 1987), nous obtenons pour le nombre de $MaDer$ la fourchette

$$0.81 \lesssim MaDer \lesssim 0.84$$

Ce résultat donne donc un bon ordre de grandeur pour le rendement hydrodynamique $MaDer$. Les deux approximations les plus fortes sont ici l'homogénéité d' ϵ et le choix de l'échelle d'injection k_0 . Dans le cas de disques munis de pales, le choix de R_c comme échelle d'injection semble ainsi correct, ce résultat étant en accord avec Titon & Cadot (2004). Si l'on considère le cas des disques lisses, dont le nombre de $MaDer$ calculé de la même manière est deux fois plus faible, on estime ainsi que l'échelle de longueur intégrale est huit fois plus petite que pour les disques munis de pales.

2.4.2 Rôle des structures cohérentes de la couche de mélange dans le transport de moment cinétique

Différents modes de transport possibles

Nous avons choisi d'aborder le problème des structures cohérentes de la couche de mélange avec une vision « finaliste », basée sur les travaux de Marié *et al.* (2004a), que nous résumons tout d'abord brièvement. L'une des deux turbines est vue comme un dispositif injectant du moment cinétique σ_z dans le volume fluide, et l'autre le reçoit. Notre système étant hors équilibre mais en régime stationnaire, il se crée un *flux* vertical de moment cinétique en équilibre avec le couple consommé par la turbine. L'équation de bilan peut s'écrire sous la forme suivante :

$$K_p = -Re^{-1} \int_{\mathbf{S}(z)} r \partial_r v_\theta dS - Re^{-1} \int_{\Sigma(z)} r \partial_z v_\theta dS + \int_{\Sigma(z)} r v_\theta v_z dS + \int_{\Sigma(z)} r \overline{v'_z v'_\theta} dS$$

A chaque altitude z , le flux peut être assuré par différents modes de transport. Tout d'abord, il existe un mode de transport « diffusif » à travers le disque d'altitude z constante $\Sigma(z)$ assuré

par la viscosité du fluide, faisant intervenir le produit $Re^{-1}r\partial_z v_\theta$. De même, le moment cinétique peut s  chapper transversalement au travers du frottement visqueux sur la paroi verticale $\mathbf{S}(z)$ (terme en $Re^{-1}r\partial_r v_\theta$). La somme de ces deux termes diffusifs sera notée $\Gamma_v(z)$.

Il existe également un mode de transport « convectif » qui se décompose en deux termes, l'un d'eux faisant intervenir le produit des vitesses moyennes $v_z v_\theta$, et le deuxième faisant intervenir l'une des composantes du tenseur de Reynolds, sous forme de la moyenne temporelle du produit des fluctuations $\overline{v'_z v'_\theta}$. Le premier terme est toujours présent, mais s'annule en $z = 0$ car les vitesses moyennes y sont nulles par symétrie \mathcal{R}_π . Tant que l'écoulement ne présente pas de fluctuations temporelles, seul le terme diffusif peut transporter le moment cinétique au niveau de la couche de cisaillement.

A la manière de la convection thermique de Rayleigh-Bénard où lorsque la diffusion moléculaire ne permet plus le transport du flux de chaleur des rouleaux de convection se mettent en place et prennent le relai dans le transport, lorsque dans l'écoulement de von Kármán la diffusion visqueuse ne permet plus d'assurer le flux de moment cinétique au niveau de la couche de cisaillement en $z = 0$, il y a formation des grandes structures tourbillonnaires et cohérentes de la couche de mélange, et le second mode de transport convectif peut alors assurer le transport de moment cinétique.

A très grand nombre de Reynolds, on se place dans un cas où l'on néglige les effets visqueux, qui de toute façon ne jouent un rôle que sur la paroi lisse. En contrarotation, dans l'état (s), Marié *et al.* (2004a) vérifient expérimentalement que le terme de fuite par les bords de la cuve $\Gamma_v(z)$ est négligeable. Le flux de moment cinétique est ainsi entièrement assuré par transport convectif. Marié *et al.*  tudient la répartition en fonction de l'altitude z entre convection par la partie moyenne de l'écoulement et convection par la composante $\overline{v'_z v'_\theta}$ du tenseur de Reynolds. Au niveau des turbines, la partie moyenne assure le transport à elle seule, tandis qu'en $z = 0$ où les vitesses moyennes v_z et v_θ s'annulent, le flux est assuré entièrement par le terme lié aux fluctuations (voir également figure 2.13). L'analyse du cospectre temporel des fluctuations montre enfin que la partie dominante provient d'échelles temporelles lentes de fréquences inférieures à celle de la rotation des turbines.

Extraction d'informations à partir des mesures de champ de vitesse moyen

Nous reproduisons en figure 2.13 une figure extraite de l'article de Marié *et al.* (2004a), représentant la contribution des deux termes convectifs au transport de moment cinétique, en fonction de l'altitude z dans l'expérience VKE. Les turbines utilisées sont des $TM60_1$ tournant en sens positif.

Les mesures sont effectuées entre $z = -0.65$ et $z = 0.65$. L'aire foncée qui représente la contribution au transport du champ de vitesse moyen est délimitée par la courbe $(2\pi \int_0^1 r v_z v_\theta r dr)(z)$. On vérifie bien ainsi qu'au niveau des turbines, le flux est transporté entièrement par l'écoulement moyen. Le terme de transport par la corrélation des fluctuations de vitesse $\overline{v'_z v'_\theta}$ commence à apparaître ici pour $z = \pm 0.4$, et assure entièrement le transport en $z = 0$. Notons que la mesure de la corrélation des fluctuations de vitesse repose sur une technique tout-à-fait originale, décrite en détails dans l'article de Marié *et al.* (2004a).

Nous disposons pour notre part de la seule partie moyenne de l'écoulement. Nous allons donc nous concentrer sur la forme du produit $r v_z v_\theta$ (voir figure 2.11), et nous vérifierons que les valeurs pics sur les profils de $(2\pi \int_0^1 r v_z v_\theta r dr)(z)$ que nous allons tracer correspondent bien aux valeurs moyennes des couples fournis aux turbines. La zone grisée de la figure 2.13, que nous ne mesurons pas, sera supposée avoir la même forme. Son aire est une mesure de l'importance des fluctuations dans l'écoulement. Nous pouvons également calculer le rapport entre cette aire et le

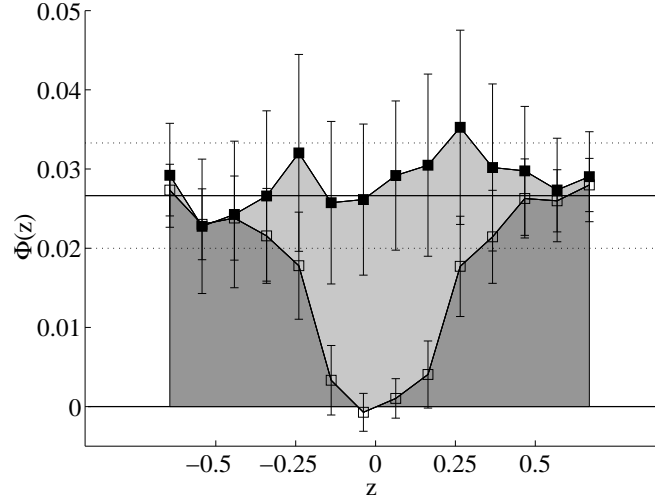


FIG. 2.13: Flux de moment cinétique en fonction de l'altitude z . La zone sombre représente le transport convectif par l'écoulement moyen, et la zone claire représente le transport convectif par les fluctuations. Les ■ représentent donc la somme des deux contributions, et la ligne épaisse noire représente le couple moyen fourni par les turbines. Figure extraite de Marié et al. (2004a).

rectangle qui la circonscrit. Ceci correspondra à une mesure de l'extension en z de la couche de mélange.

Réduction du K_p avec le diamètre des turbines

Si nous reprenons les cartes représentant le produit du moment cinétique moyen rv_θ par la vitesse axiale moyenne v_z , représentées en figure 2.11, nous remarquons deux zones de signe opposés. La zone près de la paroi est celle qui contribue à la dissipation, tandis que la zone située au cœur contribue à «soulager» les turbines : il y a un flux de moment cinétique dirigé vers la turbine, dû au pompage. Son importance est à peu près constante pour toutes les turbines, en accord avec le fait que r_{pompage} est constant ainsi que l'intensité du pompage et la rotation quasi-solide jusqu'au rayon de la turbine. Nous notons alors que la contribution de ce terme est non négligeable pour les turbines de petit diamètre, et contribue ainsi à réduire le K_p plus rapidement que la simple réduction de la surface des disques ou des pales.

On pourrait penser que les tourbillons de la couche de mélange sont plus gros pour les turbines de grand diamètre, et pour les pales fortement courbées tournant en sens négatif, car on favorise alors de fortes rotation près de la paroi. Nous allons donc maintenant extraire des informations sur la taille relative de la couche de mélange des mesures de champ de vitesse moyens, et confirmer ou infirmer cette hypothèse.

Evolution de l'importance de la couche de mélange avec la forme des turbines

Nous représentons en figure 2.14 (a) le profil axial du terme de transport convectif de moment cinétique dû au champ de vitesse moyen, pour plusieurs turbines. Nous avons notamment tracé ce profil pour les disques lisses, et avons ainsi estimé la valeur de K_p dont nous avons discuté en section 2.2, page 46. Les turbines munies de pales sélectionnées sont les $TM90_2$, $TM70_2$ et $TM80_2$, turbines à pales droites de rayons respectifs $R = 0.50$, $R = 0.75$ et $R = 0.925$; ainsi que les $TM60_2$, turbines les plus fortement courbées, et utilisées ici dans les deux sens possibles de rotation.

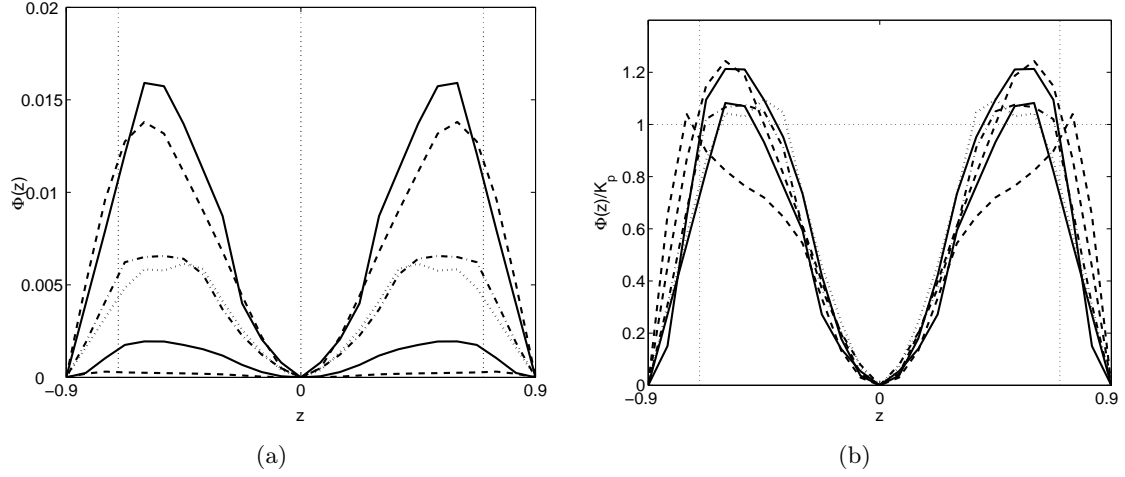


FIG. 2.14: (a) Flux de moment cinétique transporté par l'écoulement moyen en fonction de l'altitude z . $Re \gtrsim 10^5$. De haut en bas : ligne continue : turbines TM60₂ en sens négatif, ligne tiretée : turbines TM80₂, ligne mixte : turbines TM70₂, ligne pointillée : turbines TM60₂ en sens positif, ligne continue : turbines TM90₂ et ligne tiretée : turbines lisses. (b) Flux de moment cinétique rescalé par le K_p de la turbine.

Les différentes courbes se classent bien par ordre croissant du coefficient de puissance K_p . De plus, les valeurs maximales du flux donnent bien le bon ordre de grandeur pour le K_p . Ces différentes courbes semblent piquées au même niveau en altitude, *i.e.* en $z \simeq \pm 0.35$. Dimensionnellement, la couche de mélange est donc plus «vigoureuse» pour les turbines de grand diamètre à pales fortement courbées, tournant en sens négatif, mais pas plus «étalée» en moyenne. Si l'on trace les mêmes courbes, normées par la valeur du K_p , les différentes turbines munies de pales se rassemblent assez bien sur une même courbe : en moyenne, les structures cohérentes de la couche de mélange sont équivalentes de manière relative. Dans tout le volume de l'écoulement, la contribution des fluctuations représente environ 40% du transport total pour toutes les turbines.

L'extension axiale de la zone d'influence de la couche de mélange est donc en moyenne la même pour tout écoulement de von Kármán forcé inertiuellement à $Re \gtrsim 10^5$. Ce résultat est en partie contre-intuitif. On se serait notamment attendu, au vu des différences qualitatives importantes apportées par la réduction du diamètre des turbines à observer une zone d'influence plus resserrée autour de $z = 0$ pour les turbines TM90₂ de rayon $R = 0.50$; de manière concomittante, on se serait attendu à observer une zone notablement plus étendue pour les turbines de grand diamètre **et** tournant en sens négatif.

Autrement dit, le simple examen du profil de flux de moment cinétique transporté par l'écoulement moyen permet de prévoir que le niveau de bruit de l'écoulement augmente avec le K_p . Nous attendons avec impatience de pouvoir comparer des mesures par PIV pour différentes turbines, qui nous permettront de définir plus précisément un «niveau de bruit» —ou écart relatif entre une norme pour les champ instantanés et la même norme pour le champ moyenné dans le temps— pour l'écoulement contrarotatif turbulent de von Kármán.

2.4.3 Effet de l'ajout d'un anneau en paroi

Nous avons alors ajouté un anneau fixé à la paroi cylindrique, à égale distance des deux turbines. Nous ne brisons ainsi pas l'axisymétrie du dispositif expérimental, pas plus que l'invariance par l'opération \mathcal{R}_π . Nous nous attendons donc à voir des champs de vitesse moyens

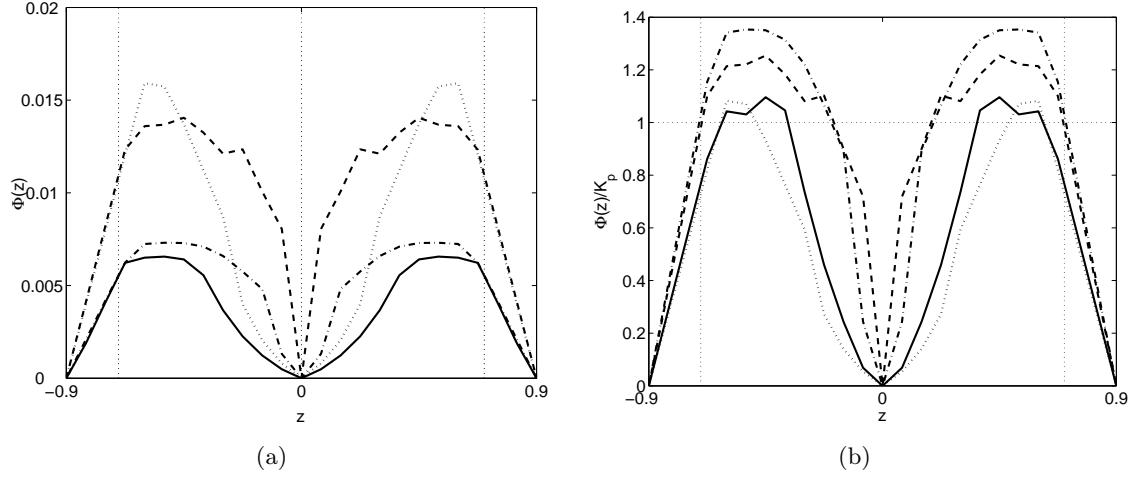


FIG. 2.15: (a) Flux de moment cinétique transporté par l'écoulement moyen en fonction de l'altitude z pour : ligne pointillée : turbines TM60₂ en sens négatif, sans anneau, ligne tiretée : turbines TM60₂ en sens négatif, avec anneau, ligne continue : turbines TM73₂ sans anneau, et ligne mixte : TM73₂ avec anneau. (b) Flux de moment cinétique rescalé par le K_p de la turbine.

rétablissant ces deux symétries. Cet anneau a un rayon intérieur de 0.85, pour une épaisseur de 0.06, et occupe donc un volume assez faible, à peine 1% du volume initial. Nous avons mesuré le champ de vitesse moyen pour deux turbines, les TM60₂, et les TM73₂ que nous avons retenu pour l'expérience VKS2.

Les champs de vitesses moyens pour la turbine TM73₂ sont représentés en annexe D en figure D.3 page 226 pour la situation sans anneau et D.4 page 227 lorsque l'anneau est installé sur le cylindre. On remarque une forte modification des profils de rotation moyenne. La rotation différentielle en z est en particulier beaucoup plus forte, on «resserre» en quelque sorte les deux cellules contrarotatives. Nous avons reporté dans le tableau 2.1 les grandeurs globales hydrodynamiques pour les champs de vitesses avec anneau. On note une augmentation de la partie toroïdale de l'écoulement, ainsi que de la partie poloïdale : le rapport Γ varie donc faiblement, et tend à diminuer. De manière concomitante, l'énergie cinétique du champ de vitesse moyen augmente significativement. La valeur de K_p est inchangée pour les turbines tournant dans le sens positif, et décroît en revanche fortement pour la TM60₂ en sens négatif. Le rendement hydrodynamique est donc légèrement supérieur lorsqu'on ajoute l'anneau.

Les changements les plus spectaculaires portent sur les fluctuations de la couche de mélange. En visualisant l'écoulement au moyen de bulles, on a l'impression que la couche de mélange est d'une part moins vigoureuse, mais surtout est d'autre part largement stabilisée autour de $z = 0$. Cette impression est confirmée par la mesure de la composante moyenne du flux de moment cinétique, tracée en figure 2.15 (a), sous forme dimensionnelle pour deux turbines, avec et sans anneau. On remarque le resserrement de la zone où les fluctuations participent activement au transport : la part relative des fluctuations dans le transport total de moment cinétique tombe ainsi à environ 20%, soit une réduction d'un facteur 2.

2.4.4 Conclusions sur l'écoulement forcé inertiellement à $Re \gtrsim 10^5$

A partir des arguments développés dans cette section, nous sommes en mesure de conclure que l'échelle d'injection est de l'ordre de grandeur du rayon de la cuve lorsque les turbines sont munies de pales, soit un ordre de grandeur au dessus de l'échelle d'injection pour les disques lisses.

Nous avons également montré l'importance des structures fluctuantes cohérentes et lentes de la couche de mélange. Ces structures ont en moyenne une extension axiale qui semble indépendante du système de forçage, mais qui réduit fortement lorsqu'on ajoute un anneau entre les deux turbines.

Nous allons maintenant aborder la question de la transition à la turbulence de l'écoulement de von Kármán entre turbines munies de pales.

2.5 Transition à la turbulence de l'écoulement de von Kármán forcé inertiellement

Dans cette section, nous allons étudier les régimes laminaires et la transition à la turbulence pour l'écoulement contrarotatif de von Kármán entre deux turbines munies de pales. Nous en avons sélectionné deux, les $TM60_2$ tournant en sens positif **ou** en sens négatif. Ces turbines ont un rayon de 0.925, et leurs pales fortement courbées : c'est pourquoi les deux sens de rotation ne sont pas équivalents. Nous les avons représentées en figure 3.4 (a) page 77. Les fluides utilisés sont des solutions de glycérol-eau, de concentration variable. Nous avons mesuré la température à chaque expérience afin de connaître précisément la valeur du nombre de Reynolds, comme indiqué au chapitre 1.

Nous caractérisons l'état de base, laminaire, dans un premier temps, ainsi que la première instabilité de l'écoulement. Une étude équivalente sur laquelle nous nous appuyerons pour comprendre certains résultats a été menée numériquement et expérimentalement par Nore *et al.* (2003, 2005) pour un écoulement entre disques lisses, et pour divers rapports d'aspects.

Nous explorons ensuite la transition à la turbulence, qui est ici super-critique au sens large et se fait par cascade successive de bifurcations, menant d'un régime stationnaire à un régime périodique, puis quasi-périodique, chaotique et enfin turbulent.

Nous comparons enfin cette évolution pour nos deux turbines, afin de caractériser le moment où la présence des pales devient importante, faisant ainsi le lien avec les sections précédentes. Nous nous concentrons particulièrement sur le sens de rotation négatif, faisant ainsi prélude au chapitre 3 consacré à l'étude d'une bifurcation globale n'ayant lieu qu'à $Re \gtrsim 10^4$ pour ces turbines particulières.

2.5.1 Etat de base et première instabilité

En utilisant du glycérol pur à 99%, nous pouvons abaisser le nombre de Reynolds jusqu'à 30. L'écoulement observé est alors stationnaire, axisymétrique et invariant par l'opération \mathcal{R}_π . Si les turbines ne possédaient pas de pales, aucune symétrie du dispositif n'aurait donc été brisée. En d'autres termes, bien que les turbines possèdent des pales courbées, l'écoulement obtenu est tout de même axisymétrique. Cette situation perdure au moins jusqu'à $Re = 150$; nous présentons une visualisation de l'écoulement pour cette valeur de Re en figure 2.16.

Cet écoulement est séparé en deux cellules contrarotatives, que l'on peut observer sur la photographie (b), prise vers le bord du cylindre. Ces deux cellules sont séparées par une zone sombre où la vitesse toroïdale s'annule et change de signe. On observe également deux cellules toriques de recirculation poloïdale, visibles sur la photographie (a). Cet écoulement instantané ressemble trait pour trait aux écoulements moyens mesurés à très grand nombre de Reynolds.

Les deux composantes de vitesse s'annulent dans le plan $z = 0$, l'écoulement est stationnaire, et donc le moment cinétique est transporté au travers de cette couche de fort cisaillement de manière entièrement diffusive par la viscosité. L'écoulement est ainsi dominé par la viscosité. Nous vérifions également que le couple varie linéairement avec Re aux faibles nombres de Reynolds.

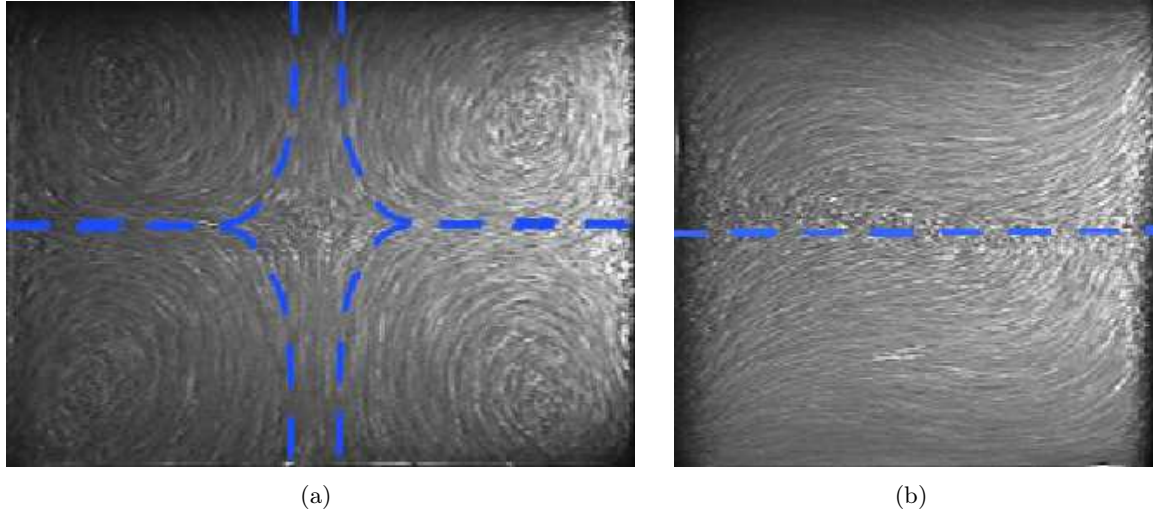


FIG. 2.16: Photographies de l'écoulement contrarotatif, à $Re = 150$. L'ensemencement est fait au moyen de fines bulles. Le temps de pose est de $1/25^e s$, et l'éclairage est fait au moyen d'un plan lumineux vertical. (a) Plan médian. (b) Plan quasiment tangent au bord de la cuve cylindrique.

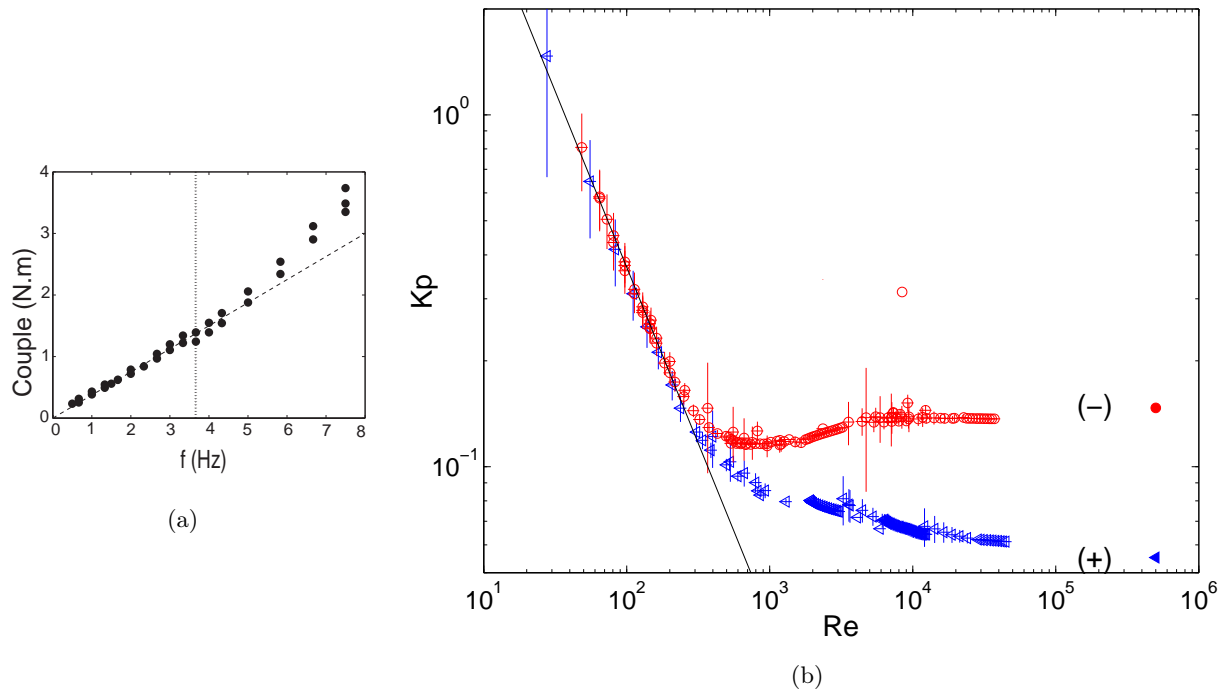


FIG. 2.17: (a) : Couple en $N.m$ en fonction de la fréquence de rotation des turbines. $TM60_2$ en sens négatif, dans du glycérol à 99%, à $16^\circ C$. Ligne tiretée : ajustement linéaire. Ligne pointillée verticale $Re = 300$. (b) : $K_p(\theta = 0)$ en fonction de Re en échelle log-log. (\circ) : sens de rotation $(-)$. (\triangleleft) : sens de rotation $(+)$. Incertitude relative de $\pm 10\%$ sur Re ; incertitude absolue de $\pm 0.1 N.m$ sur le couple. Ajustement non linéaire entre $Re = 30$ et $Re = 250$: $K_p = 36.9 \times Re^{-1}$. Plusieurs dilutions ont été utilisées.

Nous traçons en figure 2.17 (a) le couple en fonction de la fréquence de rotation, pour une viscosité du fluide constante $\nu = 1.3 \times 10^{-3}$. On a alors la relation $Re = 82f$. Le couple varie bien linéairement avec la fréquence de rotation jusqu'à $f \simeq 4Hz$, soit $Re \simeq 330$. Le coefficient de puissance K_p varie donc comme Re^{-1} : l'écoulement est donc *laminaire*. Sur la figure 2.17 (b), nous avons tracé l'évolution du K_p en fonction de Re pour les deux sens de rotation des turbines (voir légende). Nous reviendrons sur cette figure tout au long de cette section, et nous restreindrons tout d'abord à des $Re < 300$.

Pour les valeurs du nombre de Reynolds inférieures à 300, on ne remarque aucune différence entre les deux sens de rotation possibles des turbines tant sur le K_p que sur des champs de vitesses mesurés par LDV (non présentés ici). L'écoulement de base, décrit pour $Re = 150$ en figure 2.16, devient instable à $Re = 175 \pm 5$. Cette première bifurcation est super-critique. Nous n'observons pas d'hystérésis. Le premier mode instable est un mode stationnaire, de nombre d'onde azimuthal $m = 2$. L'axisymétrie est donc brisée lors de cette bifurcation, et la couche de cisaillement prend alors une forme ondulée très visible sur la figure 2.18. Cette première instabilité fait penser à une instabilité de cisaillement «à la Kelvin-Helmholtz», telle que décrite numériquement et expérimentalement par Nore *et al.* (2005) dans le cas d'un écoulement forcé au travers des couches limites et en rapport d'aspect similaire ($H/R_c = 2$).

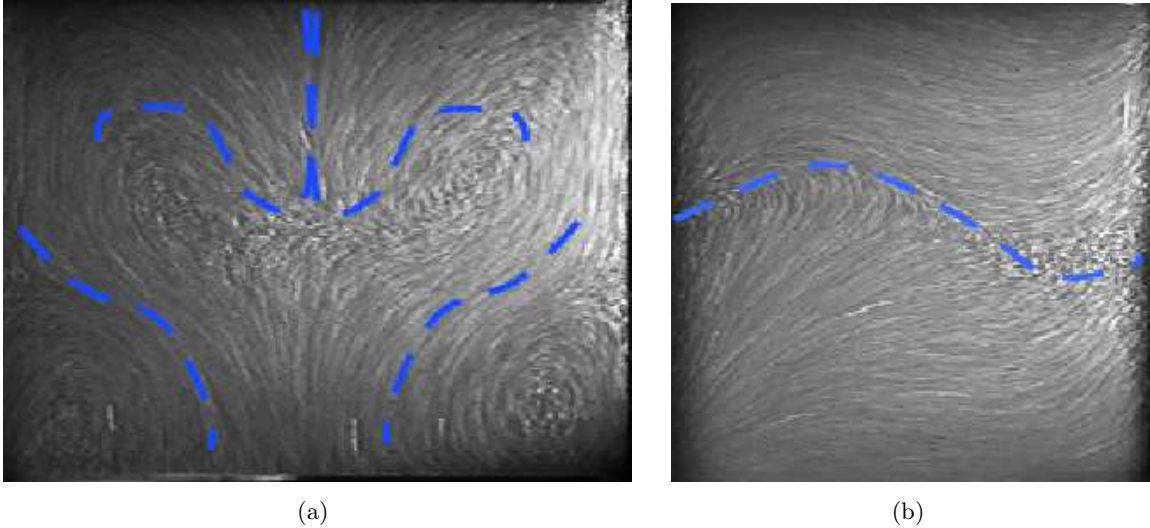


FIG. 2.18: Photographies de l'écoulement contrarotatif, à $Re = 270$. Temps de pose $1/25^e$ de seconde. (a) Plan médian. (b) Plan quasiment tangent au bord de la cuve cylindrique.

A la lecture des études de Nore *et al.* (2003, 2005), il s'avère que la première instabilité dans le cas de l'écoulement entre disques lisses conduit à un mode stationnaire de nombre d'onde $m = 1$ pour un rapport d'aspect $H/R_c = 1.8$, tandis que pour un rapport d'aspect 1.4, le premier mode instable est stationnaire $m = 2$. Cette première constatation, jointe au fait que le K_p est le même pour les deux sens de rotations au seuil $Re = 175 \pm 5$, nous conduit à formuler l'hypothèse qui suit.

En deçà de $Re \simeq 300$, tout se passe comme si nos turbines munies de pales de hauteur $h = 0.2$ et séparées de $H = 1.8$ pouvaient être remplacées par des disques lisses séparés de $H = 1.8 - 0.2 - 0.2 = 1.4$. Nous mesurons donc un champ de vitesse à $Re = 120$ dans l'expérience ($H = 1.8$ et pales de hauteur $h = 0.2$) et le comparons à une simulation numérique fournie par C. Nore *et al.* en rapport d'aspect 1.4. Le résultat de cette comparaison est présenté en figure 2.19.

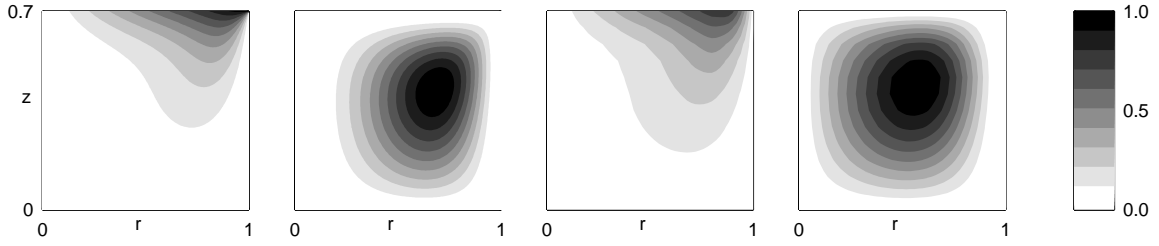


FIG. 2.19: De gauche à droite : V_θ et fonction de courant pour une simulation dans un cylindre de rapport d'aspect $H/R = 1.4$ Nore et al. (2003) à $Re = 120$ et mêmes quantités mesurées par LDV dans l'expérience. Nous n'avons représenté qu'un demi cylindre d'axe vertical, avec le bord des pales ou le disque affleurant en haut en $z = 0.7$, car l'écoulement est \mathcal{R}_π symétrique.

On note de très faibles différences entre champs expérimentaux et numériques : notre hypothèse semble correcte.

Nous notons en outre que les deux courbes \triangleleft (sens de rotation (+)) et \circ (sens (-)) de la figure 2.17 (b) correspondant aux deux sens de rotation se séparent autour de $Re \simeq 300$. L'estimation de l'épaisseur de la couche limite est alors de $R_c \times Re^{-1/2} \simeq 6mm$. Cette épaisseur est à comparer au gap entre la turbine et la paroi cylindrique qui est de $7.5mm$ pour les $TM60_2$. Nous pouvons donc conclure qu'à faible nombre de Reynolds, l'écoulement n'est pas affecté par le fluide prisonnier entre les pales des turbines. Nous avons en fait un forçage visqueux à travers des disques fictifs séparés de $H = 1.4$.

2.5.2 Cascade de bifurcations super-critique

Apparition des comportements temporels complexes

Nous nous concentrons à partir de maintenant sur les turbines tournant dans le sens négatif, face concave des pales en avant (symboles \triangleleft sur la figure 2.17 (b)). Nous allons explorer les instabilités secondaires, pour $Re \gtrsim 175 \pm 5$. Visuellement, le mode stationnaire $m = 2$ devient dépendant du temps pour $Re \simeq 250$. La symétrie par translation dans le temps est donc la seconde symétrie brisée. Les bifurcations s'accélèrent alors, et nous présentons en figure 2.20 des mesures de vitesse ponctuelle, ainsi que les spectres de puissance correspondants.

Le point choisi se situe au niveau de la couche de cisaillement, en $z = 0$, et proche de la paroi cylindrique, en $r = 0.9$. Pour $Re = 330$ (figure 2.20 (a) et (b)), la vitesse moyenne est non nulle. Durant les 600 unités de temps de la mesure, nous nous situons donc du même côté de la couche de cisaillement. Celle-ci est toujours continue ; elle ne présente pas d'enroulement. La couche oscille très lentement autour de sa position moyenne : nous pouvons voir sur le signal une oscillation très lente (autour de $1/50$) et quasi sinusoïdale. Cette composante est visible sur le spectre de puissance correspondant. Nous notons également un pic important à la fréquence de rotation des turbines, ainsi que la première harmonique.

Pour $Re = 390$ (figures (c) et (d)), la vitesse moyenne est cette fois-ci nulle. Le point de mesure se trouve alternativement de part et d'autre de la couche de cisaillement, qui ne s'enroule toujours pas mais bat lentement. Nous pouvons penser qu'il y a deux ondes progressives contrarotatives donnant ainsi une onde stationnaire. La fréquence de battement est très faible, de l'ordre de $1/300$. A la fréquence de rotation des turbines, le pic s'élargit.

Très rapidement, les bifurcations se succèdent et deviennent quasiment impossibles à observer et caractériser. On note toutefois que la couche de cisaillement s'enroule sur elle-même autour

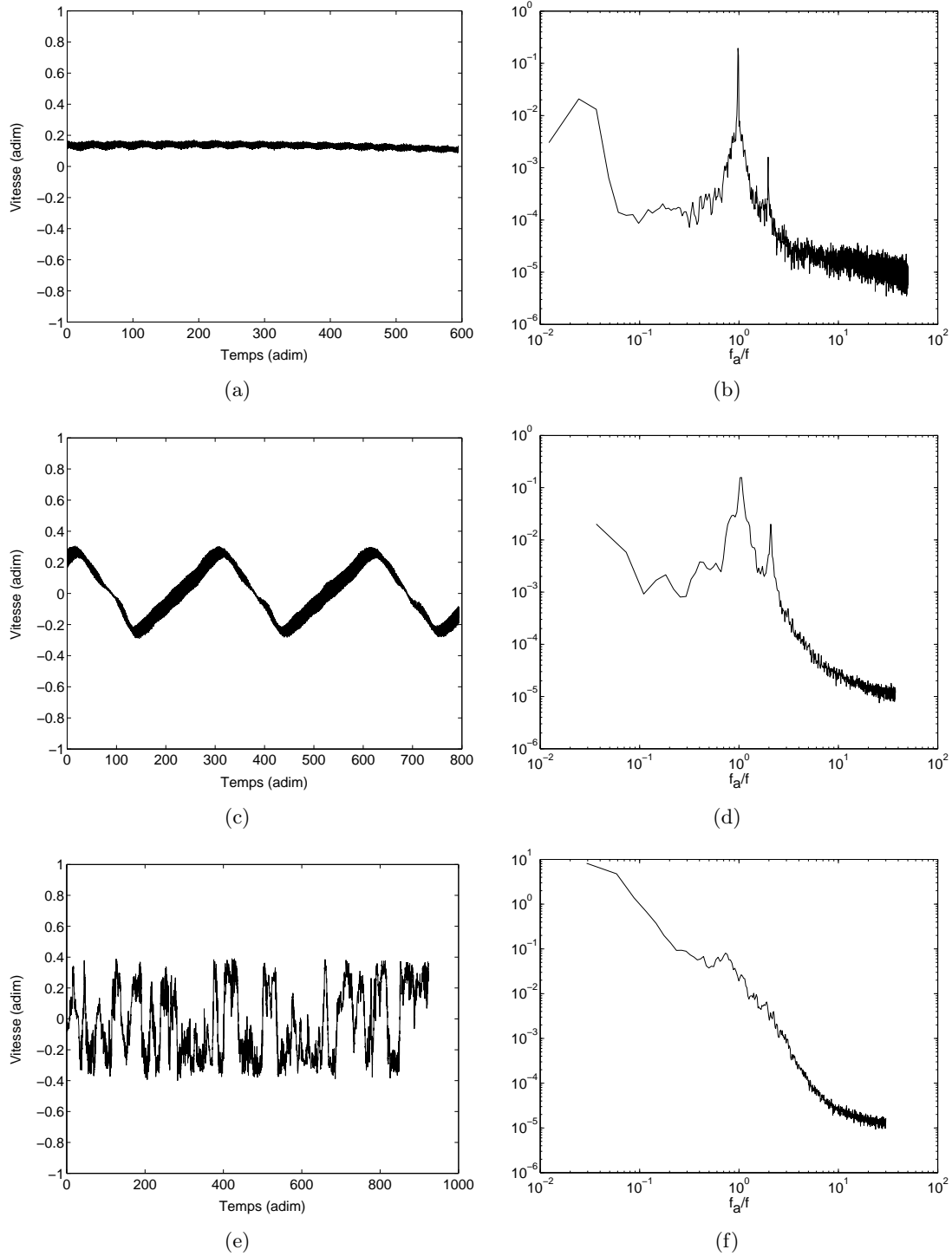


FIG. 2.20: Signal de vitesse v_θ (colonne de gauche) et spectre de puissance (colonne de droite) en $r = 0.9$, $z = 0$, pour des $TM60_2$ en sens négatif. (a-b) $Re = 330$. (c-d) $Re = 390$. (e-f) $Re = 450$.

de $Re = 400$. On obtient ainsi pour $Re = 450$ les signaux et spectres des figures (e) et (f). La vitesse devient importante, et on semble passer de manière intermittente entre deux plateaux à $v_\theta = \pm 0.25$. Nous avons superposition de ce signal en créneau correspondant au passage d'un côté à l'autre de la couche de cisaillement avec des fluctuations turbulentes; une zone inertielle commence à se construire, ainsi qu'un semblant de comportement en f^{-1} aux échelles temporelles très lentes, tandis que la bosse autour de la fréquence de rotation des turbines s'applatit.

Zone de transition très rapide vers une turbulence développée entre turbines munies de pales

Après cette zone «chaotique», l'écoulement devient progressivement turbulent. La partie du spectre se comportant comme f^{-1} aux échelles temporelles très lentes est bien établie dès $Re = 10^3$, on peut toujours observer les créneaux sur les signaux de vitesse de la figure 2.21 (a-d); ils sont maintenant très bruités et la zone inertielle est quasiment construite pour $Re = 4 \times 10^3$.

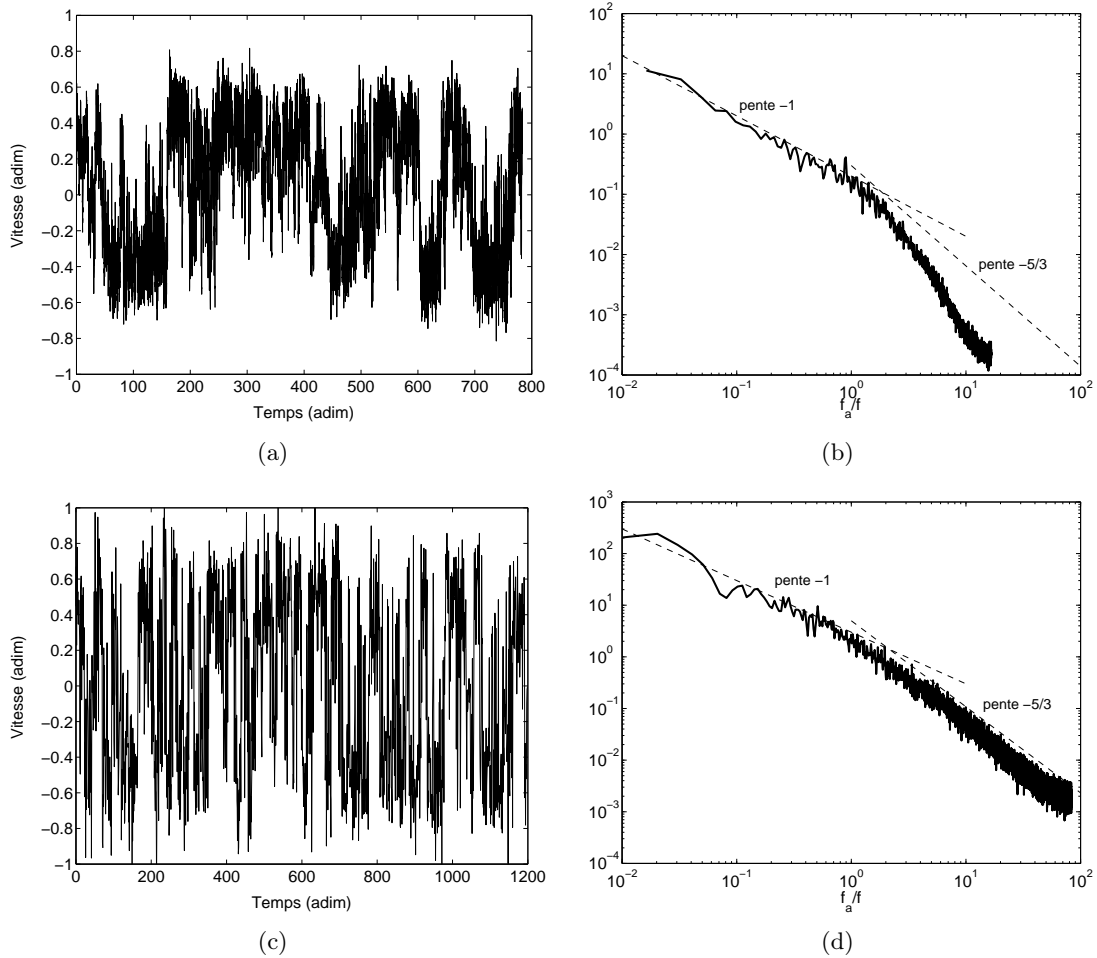


FIG. 2.21: Signal de vitesse v_θ (colonne de gauche) et spectre de puissance (colonne de droite) en $r = 0.9$, $z = 0$, pour des TM602 en sens négatif. (a-b) $Re = 10^3$. (c-d) $Re = 4 \times 10^3$.

Afin de confirmer le scénario de transition globalement super-critique vers la turbulence, nous avons tracé en figure 2.22 (a) la variance temporelle de la vitesse azimuthale $v_{\theta rms}^2$ pour l'ensemble des mesures effectuées en ce point de l'écoulement, entre $300 \leq 6500$. La dépendance temporelle pour le champ de vitesse en ce point de la couche de cisaillement apparaît de manière

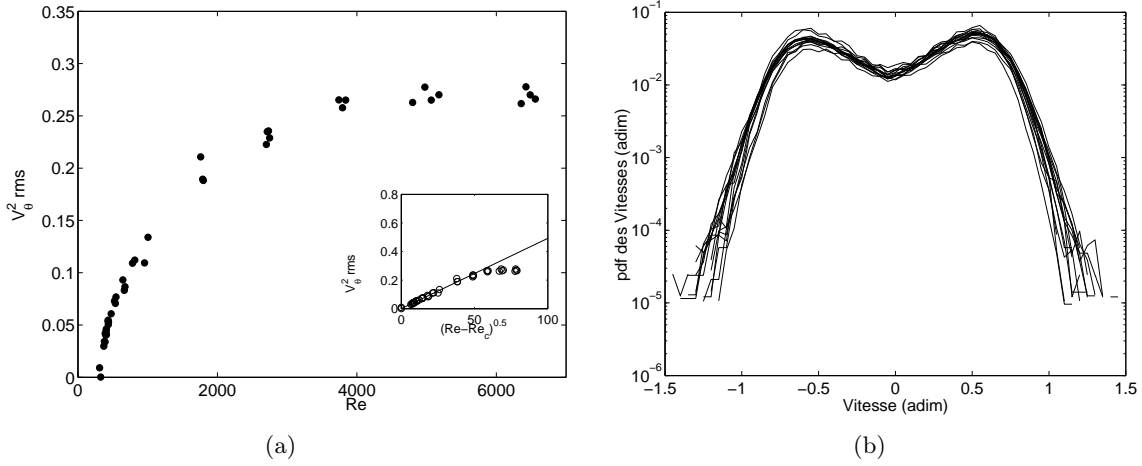


FIG. 2.22: (a) Variance de v_θ mesurée en $r = 0.9$ et $z = 0$ en fonction de Re , et ajustement non-linéaire par une loi en $a \times (Re - Re_c)^{1/2}$ entre $Re = 350$ et $Re = 2500$. Coefficient de régression $R^2 = 0.990$. Inset : Variance fonction de la racine de l'écart au seuil ($Re_c = 330$). (b) : densité de probabilité de v_θ (PDF) mesurée au même point pour 16 nombres de Reynolds compris entre 2.5×10^3 et 6.5×10^3 .

super-critique, avec un exposant $1/2$ pour la croissance de l'énergie cinétique des fluctuations temporelles au delà de $Re_c = 330$. La variance temporelle de la vitesse en un point de la couche de cisaillement semble ainsi être un bon paramètre d'ordre pour caractériser cette transition à la turbulence. Nous signalons également qu'un tel comportement a été observé pour la variance spatiale de la vitesse dans une simulation numérique directe de l'écoulement de Taylor-Green par B. Dubrulle¹. On a ensuite saturation de cette quantité vers $Re = 2500$, l'écoulement devenant alors turbulent, et les champs de vitesse indépendants de Re .

Nous traçons sur la figure 2.22 (b) les fonctions densité de probabilité de la composante orthoradiale de vitesse V_θ mesurée au niveau de la couche de mélange pour des nombres de Reynolds entre 2.5×10^3 et 6.5×10^3 . Toutes ces courbes se superposent —d'où la saturation de la déviation standard de V_θ — et sont bimodales. Nous voyons deux pics en $V_\theta = \pm 0.56$. Ces deux pics sont une trace de l'enroulement de la couche de mélange. Le point de mesure se trouve alternativement dans le haut ou dans le bas d'un vortex de la couche de mélange. Ce sont ces passages alternés d'un côté ou de l'autre de la couche de mélange qui contribuent à la partie en f^{-1} pour les échelles temporelles lentes des spectres. La couche de mélange est alors très active, particulièrement pour ces turbines qui, rappelons-le possèdent le coefficient de puissance le plus élevé (voir tableau 2.1).

En revanche, le coefficient de puissance K_p n'a toujours pas atteint de plateau pour cette valeur du nombre de Reynolds $Re \simeq 2500$, comme le montre l'examen de la figure 2.17 (b). Nous remarquons pour ces turbines tournant en sens négatif la présence d'une cuvette sur la courbe. Le coefficient de puissance semble ainsi présenter un minimum autour de $Re = 10^3$, avant d'augmenter et d'atteindre un plateau pour $Re \gtrsim 10^4$.

Cette variation significative de K_p autour de $Re \simeq 10^3$ peut être mesurée en utilisant la variation de la viscosité avec la température du fluide. Nous avons ainsi effectué l'expérience suivante. Partant d'une solution à 86% de glycérol à 16°C , nous avons laissé l'écoulement tourner en contrarotation à 10Hz pendant un quart d'heure, sans utiliser de régulation thermique, et

¹Communication privée. L'écoulement de Taylor-Green a été étudié par exemple par Brachet *et al.* (1983).

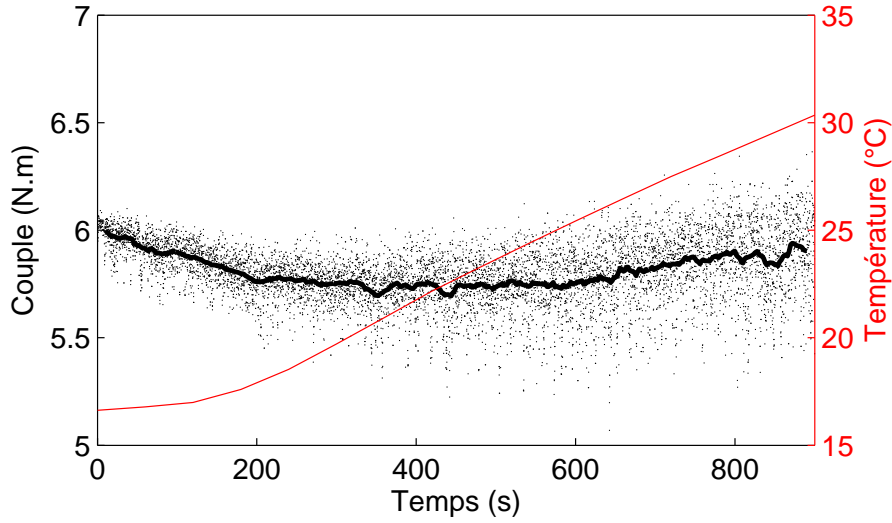


FIG. 2.23: Mesure de couple effectuée en contrarotation à 10Hz , en laissant la température du fluide évoluer au cours de l'expérience. Echelle de gauche : Couple en (N.m). Echelle de droite : Température en degrés Celsius. Les points représentent le couple mesuré en fonction du temps, la ligne épaisse est une moyenne glissante du signal. La ligne fine correspond à l'enregistrement de la température mesurée en $z = 0$ et $r = 1$ au moyen de la sonde Pt100.

en enregistrant la température mesurée en paroi. Le résultat est représenté en figure 2.23. Au cours de l'expérience, la température est ainsi passée de 16°C à 31°C : le nombre de Reynolds évolue donc entre $Re \simeq 820$ et $Re \simeq 2700$. La puissance dissipée dans l'écoulement commence par baisser avant de remonter, confirmant la variation non monotone de K_p avec le nombre de Reynolds.

Cette forme en cuvette n'existe pas pour le sens de rotation positif (symboles \circ sur la figure 2.17 (b)), et la saturation de K_p ne semble pas atteinte pour $Re = 10^4$. Néanmoins, comme nous l'avons signalé en section 2.2, la variation mesurée entre 3×10^4 et 5×10^4 de l'ordre de $Re^{-0.04}$ demeure très faible. Notons enfin qu'une «drag crisis» est toujours possible entre $Re = 5 \times 10^4$ et $Re = 10^5$, zone où nous ne disposons pas de mesures.

2.5.3 Conclusions sur l'écoulement laminaire et la transition à la turbulence

L'écoulement entre deux turbines de grand rayon munies de pales n'est pas affecté par la présence de ces dernières pour des valeurs du nombre de Reynolds telles que l'épaisseur des couches limites est supérieure au gap entre turbines et paroi cylindrique. Cet écoulement correspond à un écoulement entre disques lisses dans un cylindre de rapport d'aspect effectif plus petit. La première instabilité se produit avant que les pales ne soient «visibles». L'écoulement visite très rapidement des états à la dynamique temporelle de plus en plus complexe, et nous confirmons un scénario de transition supercritique vers la turbulence. Le système devient périodique, puis quasi-périodique, puis chaotique et enfin turbulent. Cette transition est pilotée par les instabilités de la couche de cisaillement. L'écoulement est ainsi «turbulent» pour $Re \simeq 10^3$, et à mesure que Re augmente, le caractère inertiel du forçage commence à se faire sentir de plus en plus : les diverses quantités adimensionnelles, champs de vitesse et coefficients de puissance K_p , peuvent être considérées comme indépendantes de Re pour $Re \gtrsim 10^4$.

2.6 Conclusions sur l'écoulement de von Kármán contrarotatif

Au cours de ce chapitre consacré à l'étude de l'écoulement contrarotatif, forcé de manière inertielle entre des turbines dans un cylindre clos, nous avons pu mettre en évidence le rôle majeur joué par les grandes échelles de cet écoulement.

Nous avons ainsi établi un lien robuste entre puissance injectée et énergie cinétique stockée par la partie moyenne de l'écoulement. Nous avons également mis en évidence l'importance des échelles temporelles lentes (inférieures à la fréquence de rotation), liées à la présence de structures cohérentes dans la couche de cisaillement. Ces structures cohérentes participent au transport de moment cinétique convectif, à haut nombre de Reynolds, et leur formation progressive pilote la transition à la turbulence. A travers l'étude à bas nombre de Reynolds de l'écoulement, nous voyons ainsi se construire sur les spectres temporels une zone en f^{-1} , indiquant qu'une part importante de l'énergie est contenue dans ces structures cohérentes de la couche de mélange. Cette partie de l'énergie est filtrée lorsque nous calculons la moyenne temporelle de l'écoulement. L'écoulement de von Kármán à deux cellules contrarotatives séparées par une couche de mélange a ainsi un «niveau de bruit» —entendu comme l'écart entre le champ de vitesse instantané et le champ des vitesses moyennes— très élevé. Nous reviendrons sur ce point en seconde partie de ce manuscrit, consacré à l'étude d'une dynamo fluide homogène basée sur la structure à grande échelle de l'écoulement contrarotatif de von Kármán.

Enfin, à partir des seules mesures de l'écoulement moyen par LDV, nous avons pu mettre en évidence un certain nombre de propriétés moyennes de cette couche de mélange, et pensons pouvoir «contrôler» le «niveau de bruit» par le biais des conditions aux limites et l'ajout d'un anneau sur le cylindre extérieur.

L'écoulement à deux cellules séparées par une couche de mélange n'est pas la seule solution stationnaire pour l'écoulement contrarotatif. Nous allons en effet aborder dans le chapitre suivant la «bifurcation globale de l'écoulement de von Kármán», où nous verrons que sous certaines conditions, des états à une seule cellule, beaucoup moins fluctuants sont observés en contrarotation parfaite ($\theta = 0$). Nous interrogerons notamment dans ce chapitre les aspects de transport du moment cinétique et de niveau de bruit pour ces états bifurqués.

Chapitre 3

Etude de «la bifurcation globale» de l'écoulement turbulent de von Kármán

Comme nous l'avons signalé lors de l'introduction générale du présent manuscrit, le problème de la stabilité des écoulements turbulents est encore peu connu. On connaît ainsi plusieurs exemples de coexistence et de multistabilité entre états différents pour des écoulements fortement turbulents, comme par exemple dans le cas de la dynamo terrestre (Hoyng *et al.*, 2001), de la spirale turbulente dans l'écoulement de Taylor-Couette (Prigent *et al.*, 2002), ou encore pour la convection thermique de Rayleigh-Bénard à très grand nombre de Rayleigh (Sreenivasan *et al.*, 2002).

Dans notre écoulement tourbillonnaire de von Kármán, nous avons pu mettre en évidence la coexistence de trois états moyens différents pour le champ de vitesse forcé en contrarotation parfaite ($\theta = 0$), à grand nombre de Reynolds ($Re \simeq 10^6$). La puissance dissipée est très différente entre ces trois états, et sa valeur moyenne peut être utilisée comme un «paramètre d'ordre» les caractérisant. Nous avons appelé ce phénomène «bifurcation globale de l'écoulement de von Kármán turbulent». Nous commencerons par une présentation générale des propriétés antérieurement connues de ces états (Marié, 2003), avant de cerner les questions restant en suspens, et de tenter d'y répondre (Ravelet *et al.*, 2004).

3.1 Coexistence de trois régimes d'écoulement

Dans cette section, le fluide de travail est de l'eau, et nous nous plaçons dans un régime de turbulence pleinement développée ($Re > 10^5$). Le forçage se fait à vitesse de rotation imposée, et nous allons faire varier le paramètre θ mesurant la dissymétrie du forçage (voir page 23). Nous allons nous intéresser à l'écoulement moyen. Au chapitre 2, nous nous sommes concentrés sur le régime de contrarotation exacte. Invoquant alors l'hypothèse d'ergodicité pour un écoulement à très grand nombre de Reynolds (Frisch, 1995), nous avons justifié l'obtention de champs de vitesse moyens \mathcal{R}_π symétriques, *i.e.* rétablissant les symétries du système au sens statistique. Nous allons ici dans un premier temps effectuer le même travail de caractérisation pour les états moyens à un disque ($\theta = \pm 1$), avant de considérer les transitions entre ces trois états, et de voir apparaître le phénomène de la bifurcation globale comme une «brisure statistique de symétrie».

3.1.1 Écoulement produit par un seul disque en rotation

Nous inspirant du paragraphe 1.2.7, commençons par considérer la phénoménologie de l'écoulement moyen de von Kármán dans les deux cas bien particuliers suivants :

- Pour $\theta = -1$, c'est à dire lorsque la turbine 1 tourne seule, la turbine 2 restant à l'arrêt, on s'attend à avoir un écoulement mis en rotation globale par la turbine 1, avec une seule cellule dans l'écoulement. En régime permanent et stationnaire, le couple fourni par le moteur 1 doit alors être supérieur au couple résistant fourni par le moteur 2, *i.e.* $\Delta K_p = K_{p2} - K_{p1} < 0$. En effet, le fluide est mis en rotation par la turbine 1 et donc le frottement sur la paroi cylindrique $K_{p\Sigma}$ est a priori opposé à ce mouvement. Or, en régime stationnaire, par conservation du moment cinétique (Marié *et al.*, 2004a), on a pour les valeurs signées : $K_{p2} + K_{p1} + K_{p\Sigma} = 0$. Cet état est noté (b_1) par la suite (voir figure 3.1 (a) pour une représentation de cet état).
- Pour $\theta = 1$, on a l'écoulement symétrique par retournement autour de tout axe radial passant par le centre du cylindre (opération de symétrie \mathcal{R}_π), et une différence des couples sur les moteurs 1 et 2 de même valeur mais de signe contraire. On note cet état (b_2) (voir figure 3.1 (b)).

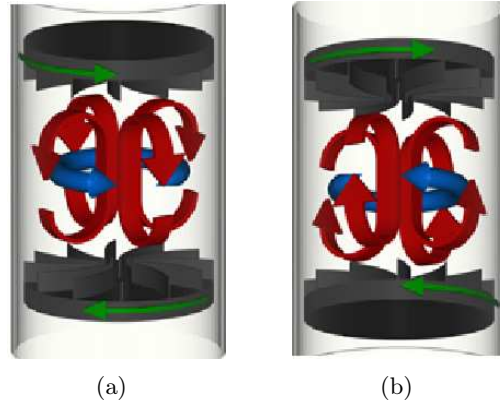


FIG. 3.1: Phénoménologie du champ de vitesse moyen dans l'expérience VKE pour des écoulements avec un seul disque en rotation. En bleu : partie toroïdale, en rouge : cellules de recirculation poloïdales enroulées sur un tore. (a) Pour $\theta = -1$, nous n'avons qu'une seule cellule dans l'écoulement, la turbine 1 entraîne seule le fluide, cet état est noté (b_1) . (b) Pour $\theta = 1$, nous n'avons qu'une seule cellule dans l'écoulement, la turbine 2 entraîne seule le fluide, cet état est noté (b_2) . Cet état se déduit du précédent par \mathcal{R}_π .

Nous avons vérifié expérimentalement la justesse de cette vision par des mesures du champ de vitesse moyen pour des turbines *TM80*₂ (voir Tab. 1.1) en configuration un disque en $\theta = 1$. Seule la turbine 2 tourne, la turbine 1 restant à l'arrêt. Nous avons également mesuré le champ de vitesse moyen en contrarotation, *i.e.* en $\theta = 0$ pour ces turbines. Ces deux cartes de champs de vitesse sont représentées en figure 3.2. Le cas de la contrarotation parfaite est similaire aux cas détaillés au chapitre 2, aussi nous étendons nous par la suite sur la description du cas un disque $\theta = 1$.

Dans le cas de l'écoulement à un seul disque, nous avons bien une seule cellule de recirculation poloïdale, et le pompage s'effectue près de l'axe du cylindre vers la turbine qui tourne. Quant à la composante toroïdale, nous remarquons que près du bord du cylindre, le fluide est mis en rotation par la turbine qui tourne sur toute la hauteur du cylindre. Pour ces turbines de rayon 0.925, la vitesse de rotation maximale atteinte est de $-0.76 \times \sqrt{2}$. La convention de signe

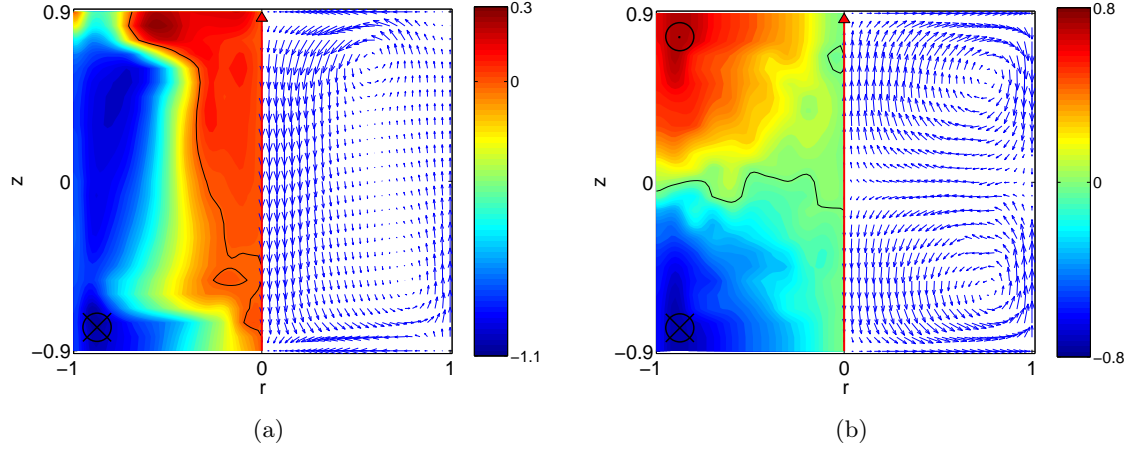


FIG. 3.2: Champ de vitesse moyen mesuré par LDV, pour des turbines $TM80_2$, dans l'eau, pour (a) $\theta = 1$ ($f = \frac{4}{\sqrt{2}}Hz$ et $Re = 1.8 \times 10^5$) et (b) $\theta = 0$ ($f = 4Hz$ et $Re = 2.5 \times 10^5$). Les vitesses sont adimensionnelles. L'axe du cylindre est vertical, à gauche en code couleur, composante selon \vec{e}_θ . La ligne noire représente les isovaleurs $v_\theta = 0$. À droite, partie poloïdale du champ.

est telle que la turbine 2 est en rotation dans le sens $-\vec{e}_\theta$, et le facteur $\sqrt{2}$ provient de notre choix d'adimensionnement et correspond à la vitesse adimensionnelle de la turbine 2. Nous avons regroupé dans le tableau 3.1 les grandeurs globales hydrodynamiques pour cet écoulement à un disque.

Grandeur calculée	Valeur adimensionnelle
$\min v_\theta$	$-0.76 \times \sqrt{2}$
$\max v_\theta$	$0.21 \times \sqrt{2}$
$\min v_z$	$-0.86 \times \sqrt{2}$
$\max v_z$	$0.58 \times \sqrt{2}$
$\langle v_\theta \rangle$	$-0.43 \times \sqrt{2} \simeq 0.61$
$\langle P \rangle$	$0.27 \times \sqrt{2} \simeq 0.38$
$\langle T \rangle$	$0.44 \times \sqrt{2} \simeq 0.62$
$\langle V \rangle$	$0.58 \times \sqrt{2} \simeq 0.8201$
$\langle V^2 \rangle$	$0.36 \times 2 \simeq 0.72$
$\langle \Gamma \rangle$	0.61
K_{p1}	0.27
K_{p2}	0.32

TAB. 3.1: Grandeurs globales hydrodynamiques pour l'écoulement produit par des turbines $TM80_2$ avec $\theta = 1$ et $f = \frac{4}{\sqrt{2}}Hz$ ($Re = 1.8 \times 10^5$). Nous avons conservé le facteur $\sqrt{2}$ sous forme explicite. En effet, ce facteur résulte de notre choix d'adimensionnement et correspond à la valeur adimensionnelle de la fréquence de rotation de la turbine 2 dans le cas $\theta = 1$: $f_1 = 0 Hz$ et $f_2 = \sqrt{2} \times f Hz$.

Comme dans le cas de l'écoulement en contrarotation, l'efficacité du forçage est très bonne. Le fluide est mis en mouvement dans tout le volume, et la vitesse moyenne de l'écoulement est de l'ordre de la moitié de la vitesse de rotation de la turbine qui tourne seule. On remarque également qu'il existe une zone proche de l'axe du cylindre où le fluide est en rotation dans le

sens opposé à la turbine 2. On mesure en effet des vitesses de rotation du fluide allant jusqu'à $0.21 \times \sqrt{2}$, c'est à dire que le fluide a une vitesse de rotation égale à 0.21 fois la fréquence de rotation de la turbine 2 et orientée dans l'autre sens¹. Cette zone est située plutôt en altitude vers la turbine qui ne tourne pas, ici vers la turbine 1, et s'étend radialement jusqu'à $r \simeq 0.7$. La recirculation poloïdale liée au pompage est également importante, le rapport poloïdal sur toroïdal Γ vaut 0.61. Le coefficient de puissance adimensionnel pour la turbine qui entraîne le fluide est $K_{p2} = 0.32$, celui pour la turbine à l'arrêt est $K_{p1} = 0.27$. On a donc bien $K_{p2} > K_{p1}$, la différence des deux étant absorbée par le frottement sur la paroi cylindrique. Dans le cas de la contrarotation —pour $\theta = 0$ — rappelons que l'on a $K_{p1} = K_{p2} = 0.11$ (voir Tab. 2.1 page 51). La puissance consommée est donc 2.5 fois plus importante dans la configuration à un disque.

3.1.2 Deux disques en rotation : transitions entre états à une et deux cellules

Imaginons maintenant que nous démarrions le moteur 1 seul, le moteur 2 restant à l'arrêt. Nous avons $f_1 > 0$ et $f_2 = 0$. Nous sommes donc en $\theta = -1$, et dans l'état (b_1) avec une seule cellule, le pompage s'effectuant vers la turbine 1. Si maintenant nous démarrons le moteur 2 progressivement, en gardant $f_2 < f_1$, ce qui correspond à augmenter la valeur de θ depuis -1 jusqu'à 0, on s'attend à observer une transition de l'état (b_1) vers l'état (s) à deux cellules pour une certaine valeur de $\theta = \theta_-$ inférieure à 0, car on est dans l'état (s) en $\theta = 0$. Si ensuite on ralentit progressivement le moteur 1 en gardant la vitesse de rotation de 2 constante, on s'attend cette fois à observer une transition de (s) vers (b_2) pour une valeur $\theta_+ = -\theta_-$.

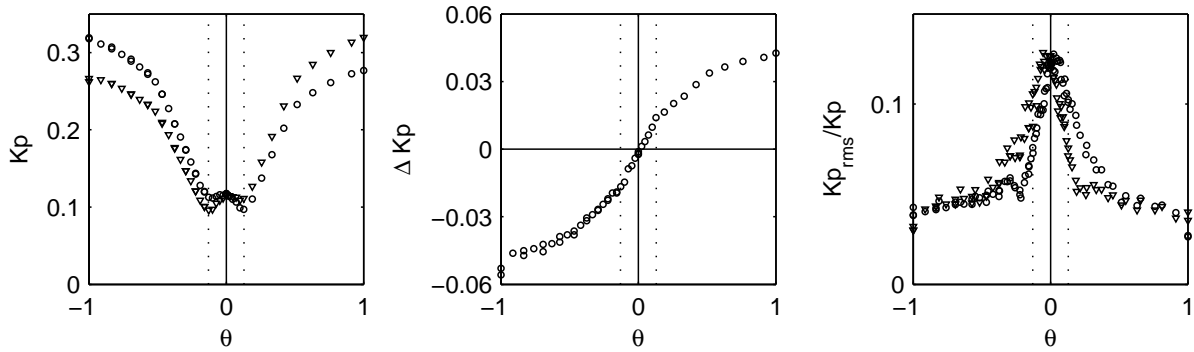


FIG. 3.3: Transitions entre les trois états, pour des turbines à pales droites, à $Re = 8 \times 10^5$. (a) Couples adimensionnels des moteurs 1 (○) et 2 (▽) fonction de θ . (b) Différence des couples adimensionnels ΔK_p fonction de θ . (c) Taux de fluctuation des couples $\sigma(K_p)/K_p$. Les pointillés verticaux correspondent aux passages de une à deux cellules en $\theta = \pm 0.13$

Dans le cas de turbines munies de pales droites ($TM80_2$) à $Re = 5 \times 10^5$, ce scénario est vérifié. De plus, les transitions sont continues, et s'effectuent pour $\theta = \pm 0.13$. Nous avons en effet représenté sur la figure 3.3 la moyenne temporelle des couples adimensionnés, leur différence, ainsi que leurs taux de fluctuation en fonction de θ . Ce taux de fluctuation est défini comme le rapport entre la déviation standard du couple adimensionnel $\sigma(K_p)$ et la valeur moyenne du couple. On retrouve les différents états décrits ci-dessus pour $\theta = \pm 1$ et $\theta = 0$. Les courbes sont continues, et on observe une légère rupture de pente sur le diagramme en ΔK_p pour $\theta = \pm 0.13$ (équivalent à $f_1/f_2 = 0.78$), accompagnée d'une forte croissance du taux de fluctuation (Fig. 3.3 (c)). En visualisant attentivement ce qu'il se passe dans l'écoulement, on se rend compte

¹Rappelons qu'en $\theta = 1$, on a $f_1 = 0$.

que ceci correspond au passage de une à deux cellules et à l'apparition de la couche de mélange séparant les deux cellules.

On remarque que ces courbes respectent l'invariance par \mathcal{R}_π : si on échange les fréquences de rotation des turbines, *i.e.* lorsqu'on change θ en $-\theta$, on échange le rôle des deux turbines et ΔK_p change de signe, Kp_1 devient Kp_2 . Pour $\theta = 0$, on se trouve dans un état symétrique, avec un ΔK_p nul, et un champ de vitesse qui est invariant par \mathcal{R}_π . A grand nombre de Reynolds, on a bien restauration des symétries du montage, au sens statistique. L'écoulement explore toutes les configurations possibles, et leur moyenne est stationnaire, \mathcal{R}_π symétrique et axisymétrique. La façon dont on a démarré l'expérience n'importe pas, on a une décorrélation, un « oubli » très rapides des conditions initiales.

3.1.3 La bifurcation globale : une brisure « statistique » de symétrie est possible

Coexistence de trois états moyens différents en $\theta = 0$.

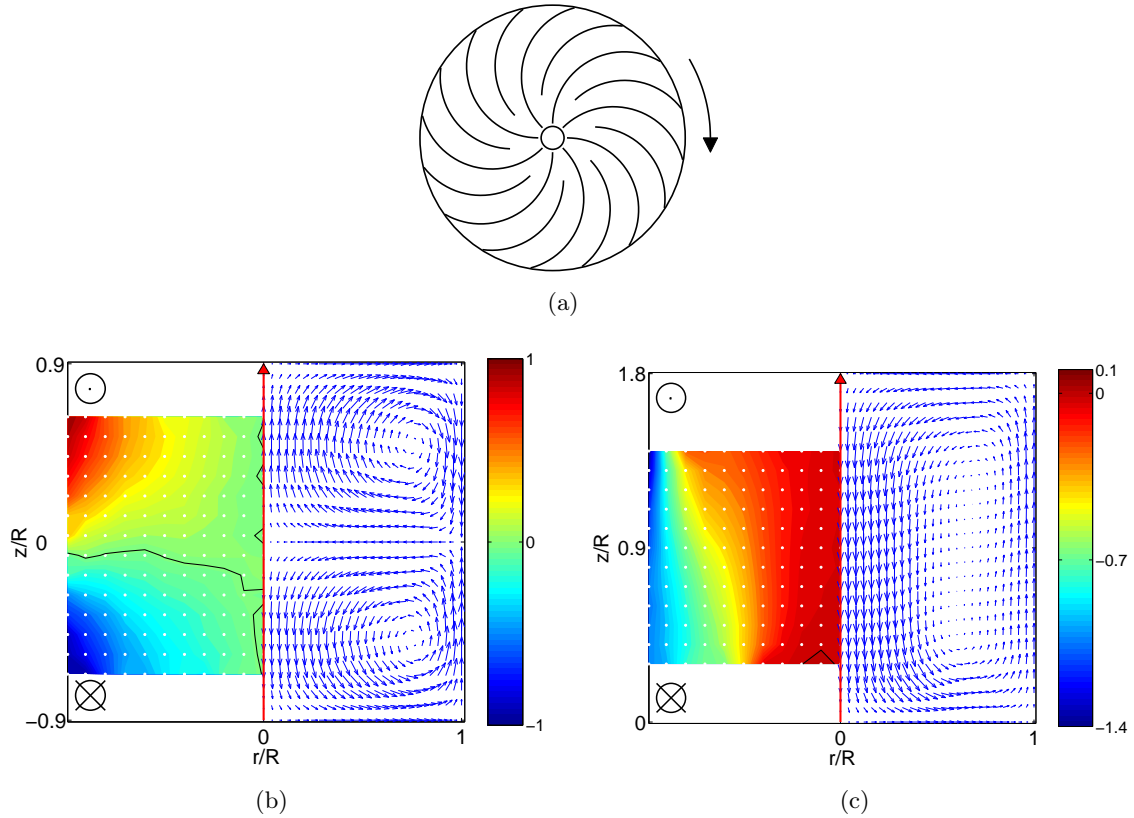


FIG. 3.4: (a) : Schéma à l'échelle des turbines TM60₂. Le sens de rotation négatif est indiqué par la flèche : les pales poussent le fluide avec leur face concave. (b-c) : Champ de vitesse moyen mesuré par LDV à $Re = 1.5 \times 10^5$ en contrarotation exacte pour deux conditions de mise en route différentes. Turbines TM60₂ en sens négatif. (b) : Les deux turbines ont été démarrées simultanément, le champ de vitesse est symétrique : état (s). (c) : mêmes conditions, si on démarre d'abord la turbine 2, puis la turbine 1, autre solution pour le champ de vitesse moyen : écoulement bifurqué vers la turbine 2. Etat (b₂).

Si maintenant on utilise des turbines très fortement courbées et tournant dans le sens négatif ($TM60_2$, voir figure 3.4 (a)), des comportements très différents sont observés. Sur la figure 3.4 (b), nous présentons une carte du champ moyen mesuré par vélocimétrie laser Doppler (LDV) en contrarotation parfaite, dans un cas où les deux turbines ont été accélérées de manière synchrone depuis une consigne nulle jusqu'à $f = 2Hz$. Le champ de vitesse présenté en figure 3.4 (c) a été obtenu dans un cas où la turbine 2 a d'abord été mise en rotation à $2Hz$, puis où la turbine 1 a ensuite été mise en rotation à $2Hz$. Dans le premier cas (b), le champ de vitesse moyen respecte l'invariance par \mathcal{R}_π et présente deux cellules : nous sommes dans la situation canonique. On sait par ailleurs (Marié *et al.*, 2004a) que le moment cinétique moyen est nul, et que chaque moteur fournit le même couple, égal à $K_p = 0.15$ (voir Tab. 2.1).

Par contre, dans le deuxième cas (c), il n'y a plus qu'une seule cellule dans l'écoulement. Une des deux turbines pompe le fluide au cœur du cylindre sur toute la hauteur puis le met en rotation. Le fluide spirale sur le bord du cylindre vers la turbine tournant en sens inverse. Au niveau de cette turbine, dans une petite zone inaccessible à la LDV, sa rotation est brutalement freinée, puis il est réinjecté vers le cœur, où il est pompé par la première turbine. Le fluide contenu dans toute la cuve est globalement en rotation : le moment cinétique moyen n'est plus nul. Les moteurs fournissent plus de couple, et leur différence n'est plus nulle, mais strictement positive (voir figure 3.5). Cet état est très semblable à l'état à un disque que nous avons nommé (b_2). Nous le désignerons par la suite comme «bifurqué vers 2»². Si maintenant on effectue l'expérience symétrique consistant à démarrer d'abord la turbine 1 puis la turbine 2, l'écoulement obtenu se déduit de l'écoulement mesuré en Fig. 3.4 (c) par l'opération \mathcal{R}_π ; la différence de couple est strictement négative, les deux turbines échangeant leurs rôles. Les valeurs des couples dans l'état «bifurqué vers 1» (b_1) en $\theta = 0$ sont $K_{p1} = 0.56$ et $K_{p2} = 0.47$, soit $K_p = 0.52$ en moyenne : la puissance dissipée dans les états bifurqués est 3.5 fois plus importante que celle dissipée dans l'état symétrique. Notons que cette valeur des K_p en bifurqué est très nettement supérieure à la déviation standard du couple dans l'état (s) qui est d'environ 0.01. Les états bifurqués et symétriques sont donc parfaitement disjoints. L'hypothèse ergodique tombe en défaut pour cet écoulement très turbulent, forcé inertiuellement à $Re > 10^5$. Le champ de vitesse, et les couples consommés par chaque moteur brisent la symétrie \mathcal{R}_π dans les états bifurqués.

Etat	$\langle P \rangle$	$\langle T \rangle$	Γ	$\langle V^2 \rangle$	$(K_{p1} + K_{p2})/2$	$MaDer$
(s)	0.15	0.37	0.39	0.24	0.15	0.92
(b)	0.56	0.52	1.10	0.85	0.52	1.06

TAB. 3.2: Grandeurs globales hydrodynamiques définies en section 2.1, pour les états symétriques et bifurqués en $\theta = 0$.

Nous avons également mesuré les grandeurs globales hydrodynamiques usuelles dans les états bifurqués, et les avons indiquées dans le tableau 3.2. Les vitesses moyennes mesurées en bifurqué sont beaucoup plus importantes que celles mesurées dans l'état symétrique. La conclusion la plus remarquable est encore une fois que le nombre de $MaDer$ est du même ordre de grandeur dans les deux états (voir à ce sujet la section 2.4 page 56).

L'état bifurqué est également caractérisé par l'absence de couche de mélange : le transport de moment cinétique se fait presque entièrement de manière convective par la partie moyenne de l'écoulement. Les fluctuations à grande échelle de l'écoulement sont négligeables. Il se peut

²par convention, «bifurqué vers» désigne la turbine qui pompe le fluide au cœur et le met en rotation sur la bord de la cuve

toutefois que d'importantes fluctuations se produisent dans la turbine qui stoppe la rotation.

Nous avons donc trois solutions stationnaires pour ces turbines particulières en $\theta = 0$ et à $Re > 10^5$ pour l'écoulement moyen. L'état moyen obtenu dépend des conditions initiales et de l'histoire de l'écoulement, comme nous allons le montrer au paragraphe suivant.

Transitions entre ces trois états.

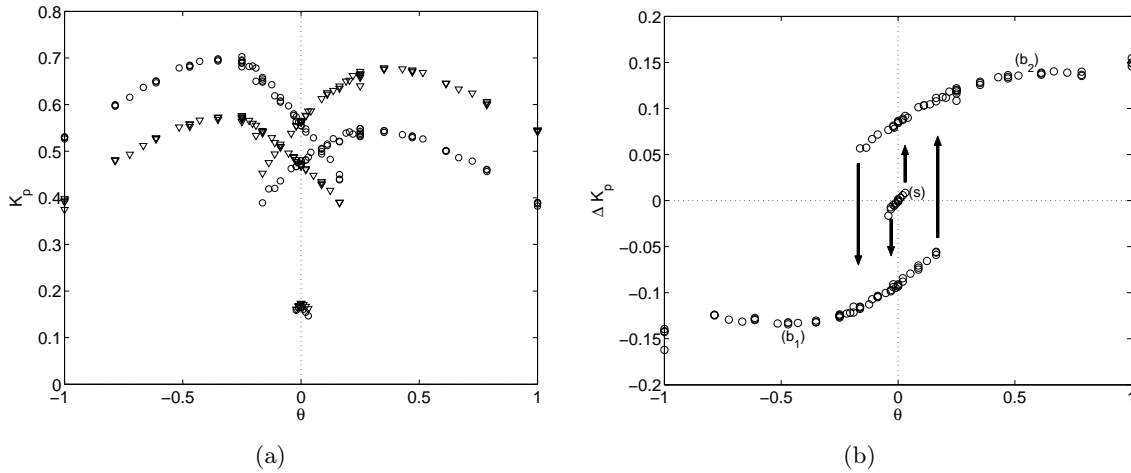


FIG. 3.5: Transitions entre les trois états, pour des $TM60_2$, à $Re = 3 \times 10^5$. (a) Couples adimensionnels des moteurs 1 (o) et 2 (∇) fonction de θ . (b) Différence des couples adimensionnels ΔK_p fonction de θ .

Nous allons maintenant effectuer des cycles entre $\theta = -1$ et $\theta = 1$. Les valeurs absolues des couples adimensionnés et leur différence en fonction de θ sont représentés sous forme de courbes dans la figure 3.5. Démarrons tout d'abord les deux turbines de manière synchrone et amenons le système en $f_1 = f_2 = f$ en conservant $\theta = 0$. L'écoulement moyen obtenu est dans l'état (s). On a $K_{p1} = K_{p2} = 0.15$ et donc $\Delta K_p = 0$. Cet état semble stable et stationnaire. Nous avons ainsi pu mesurer le champ de vitesse moyen par LDV dans cet état (Fig. 3.4 (b)), ce qui nécessite environ 6 heures. Nous nous trouvons au centre du diagramme (b) de la figure 3.5. Nous allons maintenant conserver f_2 constant, et ralentir progressivement la turbine 1, *i.e.* varier le paramètre θ dans le sens croissant. Dès les faibles dissymétries, l'écoulement passe très brutalement dans l'état bifurqué (b_2). Sur la figure 3.5 (b), cette transition est symbolisée par une petite flèche verticale pointant vers le haut située en $\theta \gtrsim 0$.

Afin de mieux caractériser cette transition, nous avons représenté en figure 3.6 (a) un signal temporel de couple mesuré sur le moteur 1 la mettant en évidence. Partant de $f = 4Hz$, $\theta = 0$, on a diminué très légèrement f_1 pour amener la consigne à $\theta = 0.020$ à l'instant $t = 0$. L'écoulement reste dans l'état à deux cellules pendant environ $600f^{-1}$. Puis, le couple est brutalement multiplié par 3. La transition se produit en une dizaine de tours de disques. Nous avons enregistré simultanément le couple fourni par les moteur 1 et 2; nous présentons en figure 3.6 (b) l'évolution de K_{p2} en fonction de K_{p1} . Ce graphique met en relief l'existence de deux points de fonctionnement pour notre système : un point où K_{p2} et K_{p1} sont faibles et presque égaux, correspondant à un état (s) —non strictement \mathcal{R}_π symétrique mais présentant toujours deux

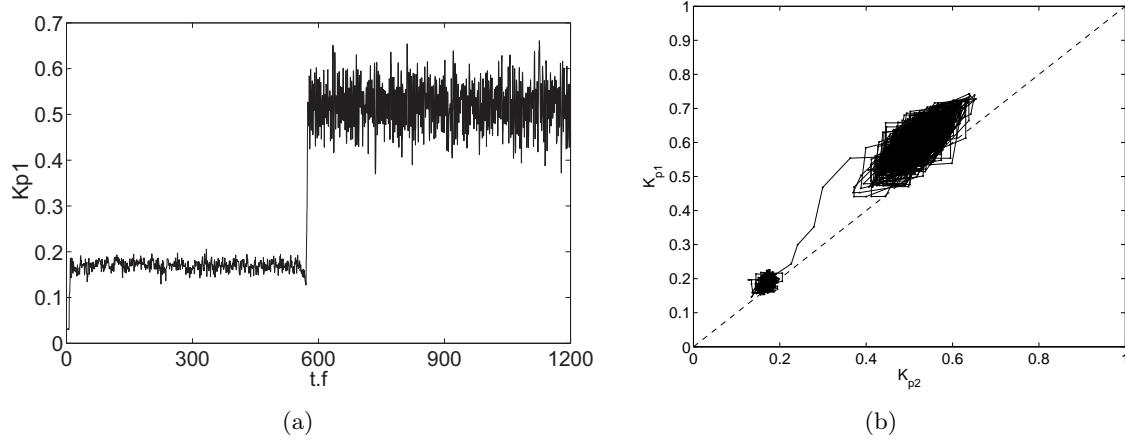


FIG. 3.6: (a) : Signal temporel du couple adimensionnel (K_{p1}) fourni par le moteur 1 mettant en évidence la transition de l'état canonique (s) vers l'état bifurqué (b_2) au bout de 600 unités de temps. $f = 4\text{Hz}$, $Re = 3. \times 10^5$, $\theta = 0.020$. (b) : K_{p2} fonction de K_{p1} pour les mêmes conditions. Le paramètre caché est le temps.

cellules séparées par une couche de mélange— et un autre point où $K_{p2} > K_{p1}$ et où les couples sont environ trois fois plus importants, correspondant à l'état (b_2). L'écoulement possède alors une seule cellule et le pompage est dirigé vers la turbine 2. Dans l'état à une cellule, les deux couples ont l'air d'être très corrélés. Nous reviendrons sur ce point en page 89.

Après cet aparté concernant la transition entre état (s) et état (b_2), reprenons notre cycle. Nous sommes donc maintenant en $\theta > 0$, sur la branche (b_2) (voir Fig. 3.5 (b)). Si on continue à ralentir f_1 de sorte d'arriver en $\theta = 1$, on reste sur cette branche. L'état «bifurqué» est donc continuellement connecté à l'état obtenu lorsqu'un seul disque est en rotation. Si maintenant on revient en arrière vers $\theta = 0$, on reste sur la branche (b_2), et pour $\theta = 0$, on obtient alors l'état décrit en figure 3.4 (c) : aussi longtemps que l'on attende, on ne revient jamais dans un état à deux cellules. L'état à une cellule issu de la situation où un seul disque est en rotation est stable en $\theta = 0$! Lorsqu'alors on ralentit la turbine 2, gardant la consigne constante pour f_1 , *i.e.* lorsqu'on explore la partie $\theta < 0$, on reste dans l'état (b_2) jusqu'aux alentours de $\theta = -0.20$. C'est-à-dire que bien que la turbine 1 tourne plus vite que la turbine 2, c'est cette dernière qui pompe et met en rotation le fluide. Il faut ralentir très fortement f_2 pour quitter (b_2). On tombe alors sur la branche (b_1) (grande flèche pointant vers le bas). On a ainsi un grand cycle d'hystérésis, avec des transitions brutales du premier ordre, tout cela pour ces turbines $TM60_2$ —, à très grand nombre de Reynolds ($Re > 10^5$). On remarque également que la seule façon d'obtenir l'état (s) à deux cellules est de monter la vitesse des deux turbines en parallèle : une fois qu'on l'a quitté, jamais on ne le retrouve. Les quantités globales de cet écoulement très turbulent gardent ainsi une « mémoire » de la façon dont l'expérience a été commencée (Ravelet *et al.*, 2004).

Par la suite, nous désignerons par l'adjectif «naturel» l'état à une cellule où le fluide est pompé *par la turbine rapide*, c'est-à-dire (b_2) pour $\theta > 0$ et (b_1) pour $\theta < 0$, et par l'adjectif «antinaturel» l'état à une cellule où le fluide est pompé *par la turbine lente*, c'est-à-dire (b_1) pour $\theta > 0$ et (b_2) pour $\theta < 0$.

«zone interdite»

Nous remarquons enfin que les différentes branches sont discontinues. Il existe donc une zone dans le plan $\{\theta ; \Delta K_p\}$ interdite lorsque les moteurs sont régulés en vitesse. Les variateurs qui

pilotent les moteurs de l'expérience VKE sont capables de leur imposer une fréquence de rotation constante, mais également d'imposer le couple fourni par les moteurs. Comme l'a imaginé Louis Marié (2003), si on impose maintenant aux variateurs de fonctionner à couple constant, on peut imposer une différence de couple dans cette « zone interdite », et aller ainsi y explorer les comportements du système. Notre système y présente une dynamique instationnaire, ou intermittente. Nous allons présenter de manière globale un cycle effectué à couple imposé de manière à couvrir l'intervalle $-1 \lesssim \theta \lesssim 1$ au paragraphe 3.1.4, avant de revenir plus en détails sur les comportements instationnaires en section 3.7 page 117.

3.1.4 Contrôle en couple

Nous décrivons ici les résultats d'expériences réalisées en utilisant ce mode de régulation. Le paramètre libre est maintenant la vitesse de rotation des turbines. L'étude des fluctuations de la puissance injectée dans un écoulement de von Kármán turbulent, et leur comparaison entre ces deux modes d'injection différents a été l'objet des travaux expérimentaux de Titon & Cadot (2003b), et d'une modélisation de la part de Leprovost *et al.* (2004), références auxquelles nous renvoyons le lecteur intéressé. Ces travaux se restreignent aux états non déséquilibrés. Retenons simplement qu'en fixant les couples sur les deux moteurs égaux entre eux et à une certaine valeur C , l'écoulement obtenu est un écoulement où les deux turbines tournent en moyenne à la même vitesse F , et que cette vitesse de rotation moyenne F correspond à celle pour laquelle on aurait un couple moyen égal à C si l'on régulait en vitesse, dans la mesure où il existe une solution «stationnaire en moyenne». Les distributions de puissance injectée sont en revanche notablement différentes selon les deux modes de forçage, les fluctuations étant en effet deux fois moins importante pour le forçage à couple constant. Nous allons vérifier que cela reste vrai dans des régimes déséquilibrés : on obtient les mêmes écoulements en moyenne lorsqu'on impose une valeur $\theta \neq 0$ et lorsqu'on impose la valeur de γ correspondante.

Valeurs remarquables de γ issues des mesures effectuées à vitesse imposée

Nous traduisons donc dans un premier temps les valeurs de ΔK_p mesurées dans le cas du cycle à *vitesse imposée* en différences relatives $\gamma = \frac{K_{p2} - K_{p1}}{K_{p2} + K_{p1}}$ afin de cerner les bornes pour le cycle effectué en commande en couple. Nous regroupons ces valeurs dans le tableau 3.3. Nous reviendrons plus tard sur la signification exacte de l'adjectif «stable» ; il s'agit ici de points observés plus d'une dizaine d'unités de temps.

θ (imposé)	état observé	γ (mesuré)
$\theta = -1$	(b_1) naturel	-0.15
$\theta = 0$	(b_1) naturel	-0.09
$\theta \simeq 0.16$	dernier état (b_1) antinaturel «stable»	-0.07
$\theta \simeq -0.02$	dernier état (s) «stable»	-0.02
$\theta = 0$	(s)	0
$\theta \simeq 0.03$	dernier état (s) «stable»	0.03
$\theta \simeq -0.16$	dernier état (b_2) antinaturel «stable»	0.07
$\theta = 0$	(b_2) naturel	0.08
$\theta = 1$	(b_2) naturel	0.16

TAB. 3.3: Points remarquables du cycle pour des $TM60_2$ tournant en sens négatif, à vitesse imposée.

Ces valeurs sont assez bruitées, et sensibles à la symétrie. Elles donnent une première indication. Après quelques tests effectués à couple imposé, nous décidons de parcourir l'intervalle $-0.135 \leq \gamma \leq 0.135$. La «zone interdite» en régulation en vitesse se situe a priori dans les intervalles $-0.07 \lesssim \gamma \lesssim -0.02$ et $0.03 \lesssim \gamma \lesssim 0.07$.

Cycle à couples imposés

Les résultats des mesures sur ce cycle sont présentés en figure 3.7. Sur les parties (a) et (b) de cette figure sont tracées respectivement les vitesses moyennes de rotation des turbines en fonction de la dissymétrie relative de la consigne γ , et la déviation standard de la vitesse de rotation des turbines en fonction de γ . La valeur dimensionnelle de l'intensité du forçage est ici $C = 4.40 N.m$.

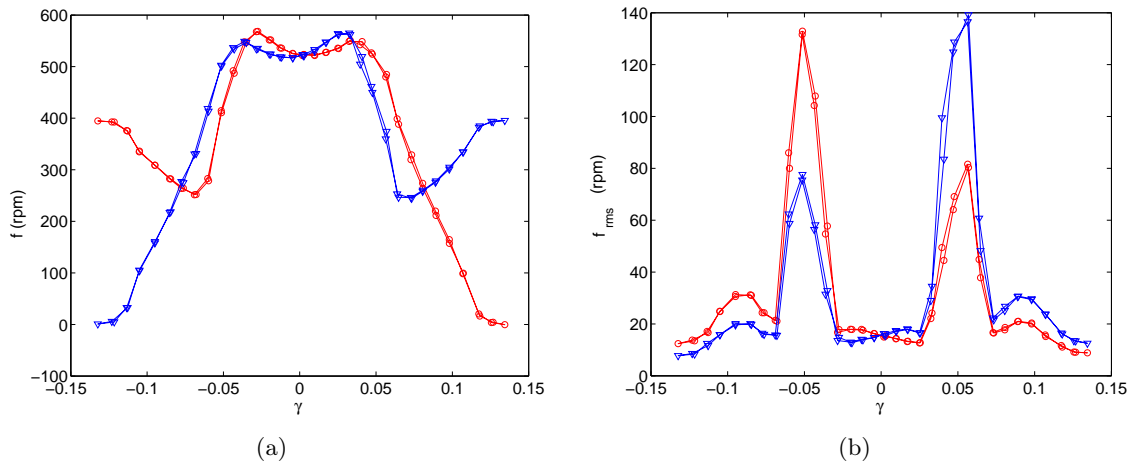


FIG. 3.7: Turbines TM60₂—, cuve lisse. Les deux moteurs sont réglés en couple. (a) Vitesse de rotation moyenne des turbines mesurée (en tour par minutes, ou rpm) en fonction de la différence relative des couples imposés γ . Vitesse du moteur 1 : (\circ); Vitesse du moteur 2 : (∇). (b) Fluctuations de la vitesse des turbines (rpm) en fonction de γ . Les symboles sont identiques.

Partons d'un cas où $\gamma = 0$, lorsque les deux moteurs appliquent le même couple, égal à $4.40 N.m$. Nous obtenons un état stationnaire à deux cellules avec une fréquence de rotation f égale pour les deux turbines à $524 rpm$, en excellent accord avec la valeur f_v prévue à partir du K_p mesuré en régulation en vitesse : $f_v = \sqrt{C/(K_{p,(s),\theta=0} \times \rho R_c^5 (2\pi)^2)} \simeq 8.70 Hz \simeq 522 rpm$. Nous sommes dans l'état (s). La puissance moyenne dissipée dans l'écoulement est donc bien indépendante du mode de forçage pour cet état symétrique avec deux cellules dans l'écoulement, séparées par une couche de mélange. Les fluctuations de vitesse sur les deux turbines sont égales à $15 rpm$, soit un taux de fluctuation des vitesses d'environ 3%, beaucoup plus faible que le taux de fluctuation des couples pour l'état (s) régulé en vitesse, égal à 8% (voir figure 3.9). Cette différence des fluctuations de puissance injectée selon les deux modes de forçage est en accord avec Titon & Cadot (2003b). Nous trouvons bien une réduction d'un facteur d'ordre 2, malgré la forte inertie de nos turbines.

Lorsque nous réduisons le paramètre γ jusqu'en $\gamma = -0.135$, nous observons une courbe continue. Pour de faibles déséquilibres des couples, l'état (s) est stable : on n'observe pas de bifurcation globale. Si nous prêtons attention aux fluctuations de vitesse des turbines, en figure 3.7 (b), nous observons une brutale augmentation pour $-0.028 \gtrsim \gamma \gtrsim -0.062$. L'écoulement n'est plus stationnaire en moyenne, et devient intermittent. Nous avons donc stabilisé l'état (s) jusqu'en

$\gamma = -0.028$, soit un θ mesuré $\theta = -0.030$, coïncidant ainsi avec l'une des bornes de la «zone interdite». Nous y reviendrons en section 3.7 page 117. Nous quittons cette plage en $\gamma \simeq -0.062$. L'écoulement possède une seule cellule, et le pompage est dirigé vers la turbine 1, qui fournit le couple le plus fort, mais tourne moins rapidement : nous mesurons en moyenne $\theta = 0.194$. Il s'agit d'un état (b_1) antinaturel.

En $\gamma = -0.135$, nous obtenons un état stationnaire, où la turbine 1 tourne en moyenne à $395rpm$ et la turbine 2 est à l'arrêt : nous avons donc un état où $\theta = -1$. La turbine qui fournit le plus d'effort est en rotation, et entraîne le fluide avec elle. Qualitativement, l'écoulement possède une seule cellule, et nous identifions donc cet écoulement moyen à un état (b_1) naturel.

Le cycle ne présente pas d'hystérésis, et est bien \mathcal{R}_π symétrique. Nous ne décrivons donc pas la partie $\gamma > 0$. Dans l'optique de comparer la situation à celle rencontrée pour la commande en vitesse, nous avons tracé en figure 3.8 les mesures effectuées en régulation en couple et en régulation en vitesse exprimées dans les mêmes «unités réduites» $\{\theta ; \gamma\}$. Nous avons choisi de représenter γ en ordonnées, et θ en abscisses.

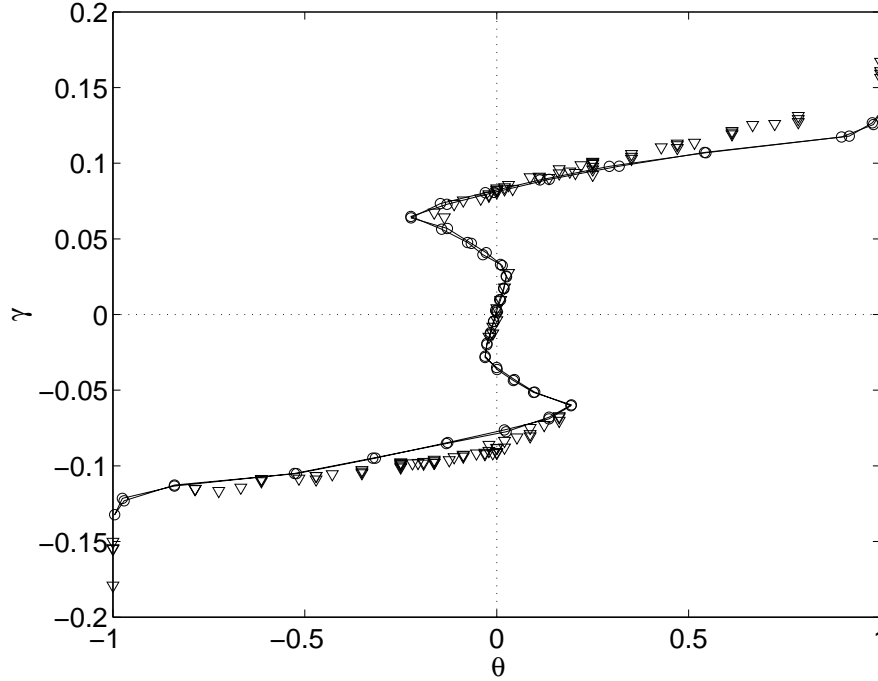


FIG. 3.8: Superposition des résultats des mesures en couple imposé (○ soutenus par une ligne continue) et en vitesse de rotation imposée (▽). Nous avons représenté γ mesuré/imposé en fonction de θ mesuré/imposé.

Nous pouvons voir un accord assez bon entre les deux cycles effectués avec une régulation en couple ou en vitesse, pour des valeurs de γ correspondant au déséquilibre relatif des couples dans les états à une cellule, hors zone interdite :

$$\theta = 0 ; \gamma = 0$$

$$-1 \lesssim \theta \lesssim 0.194 ; -0.135 \lesssim \gamma \lesssim -0.062$$

$$-0.190 \lesssim \theta \lesssim 1 ; 0.067 \lesssim \gamma \lesssim 0.135$$

Pour la valeur $\gamma \simeq -0.075$ des déséquilibres de couples, nous obtenons par exemple l'état (b_1) en $\theta = 0$, où les deux turbines tournent en moyenne à la même vitesse. Le taux de fluctuation de puissance injectée est alors de 6%, contre 10% pour le même état régulé en vitesse (voir figure 3.9).

Nous avons enfin stabilisé l'état (s) pour $-0.028 \lesssim \gamma \lesssim 0.026$; $-0.030 \lesssim \theta \lesssim 0.025$.

Nous allons quitter jusqu'à la section 3.7 en page 117 la régulation en couple pour nous consacrer tout d'abord à l'étude de la bifurcation globale lorsque les moteurs sont régulés en vitesse.

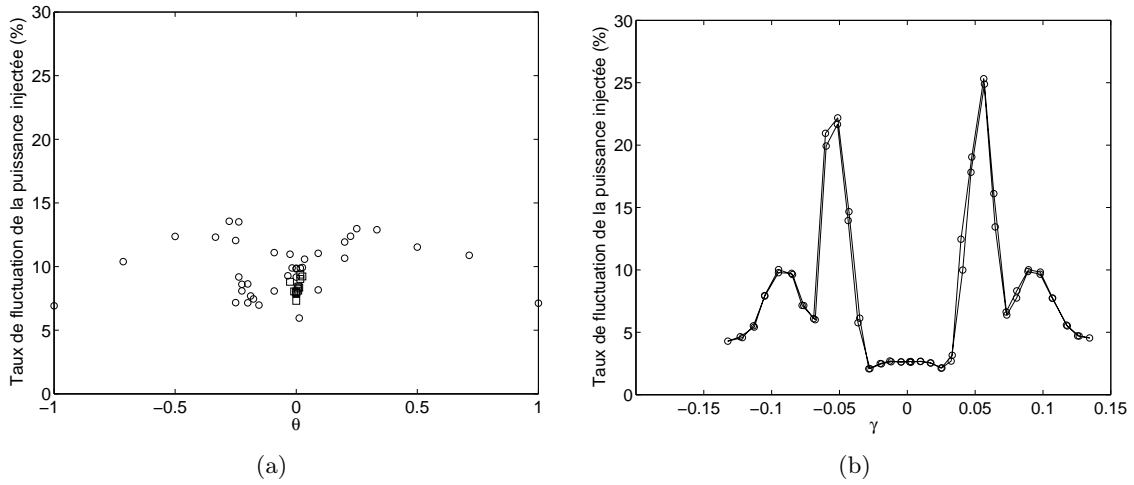


FIG. 3.9: (a) Taux de fluctuation (en pourcent) de la puissance injectée en fonction de θ , pour des turbines TM60₂ tournant en sens négatif, en régime turbulent ($Re > 10^5$) et pilotées en vitesse. (b) Taux de fluctuation (en pourcent) de la puissance injectée en fonction de γ , pour des turbines TM60₂ tournant en sens négatif, en régime turbulent ($Re > 10^5$) et pilotées en couple.

3.1.5 Questions posées - plan du chapitre

Nous allons tout d'abord mieux caractériser la dynamique temporelle et les différences en termes de statistique de quantités globales comme la puissance injectée, ou locales comme les fluctuations de pression dynamique pour les deux types d'écoulements qui coexistent en $\theta = 0$. Cette comparaison est l'objet de la section 3.2.

La transition de l'état (s) vers un état à une cellule (b) peut être provoquée en ralentissant très faiblement l'une des deux turbines. Sur l'exemple illustratif de la figure 3.6, cette transition se produit au bout de 600 unités de temps (tours de disques). Mais ce temps n'est pas toujours le même d'une réalisation expérimentale à une autre. Il est tout à fait possible de voir se produire une bifurcation très rapidement, ou au contraire au bout d'un temps très long, pour la même expérience répétée deux fois. De plus, si lorsqu'on a quitté l'état (s) il n'est plus possible d'y revenir, la stabilité du point $\theta = 0$ n'est pas bien connue. Les temps d'attente avant bifurcation revêtent un caractère statistique dont l'étude fait l'objet de la section 3.3. De même, l'étude des transitions entre les deux états à une cellule est rapportée en section 3.4.

Ce système subit donc un échange de stabilité entre plusieurs solutions, s'accompagnant d'une brisure statistique de symétrie et fait fortement penser à une bifurcation classique d'un système

dynamique de basse dimensionalité³. De plus, si on se focalise sur le diagramme en ΔK_p , en figure 3.5 (b), on aurait envie d'associer θ à un paramètre de contrôle, et ΔK_p à un paramètre d'ordre, appliquant le formalisme classique des bifurcations. Il s'agit ici d'un échange de stabilité entre écoulements moyens, aucun d'eux n'étant jamais réalisé de manière instantanée dans l'expérience. Pouvons-nous écrire une équation d'amplitude reproduisant ces comportements ? Et comment intégrer le caractère statistique des transitions dans ce modèle ?

Dans cette optique, il serait judicieux de comprendre de quels paramètres physiques dépendent la nature et la structure du cycle. Nous nous appuyerons sur notre étude des caractéristiques temporelles des états bifurqués et symétriques (section 3.4). Nous remarquons également qu'une caractéristique importante des états bifurqués et des états à un disque est la très forte rotation du fluide confinée près de la paroi du cylindre. Nous avons alors ajouté des ailettes sur le bord du cylindre afin de modifier les conditions aux limites dans cette zone. Cette étude est l'objet de la section 3.5. De même, nous avons vu lors de l'étude des propriétés hydrodynamiques de l'écoulement contrarotatif en fonction de la nature des turbines (chapitre 2) que la forte courbure des pales favorise la rotation près du cylindre lorsque les turbines tournent dans le sens négatif. Le fait qu'on observe des transitions continues pour des $TM80_2$ (voir 3.1.2) à pales droites nous a mené à étudier l'évolution de la structure des cycles en fonction de la forme de la turbine en section 3.6.

A cette occasion, nous avons mis en relief de nombreux comportements intermittents, pour différents types de turbines, tant en régulation en vitesse qu'en régulation en couple, que nous regroupons dans la section 3.7.

Enfin, cette mise en relief du rôle du champ de vitesse moyen et le caractère statistique des transitions nous conduit à nous interroger sur le rôle de la turbulence. Est-il nécessaire d'avoir un écoulement turbulent pour avoir coexistence de ces trois états ? En d'autres termes, s'agit-il d'une transition induite par la turbulence, à la manière de l'effet d'un bruit multiplicatif sur un oscillateur non linéaire (Mallick & Marcq, 2003a,b) ou de l'effet α turbulent pour le problème de la dynamo (Krause & Rädler, 1980) ? Le phénomène de la bifurcation globale est-il observé sur un écoulement laminaire ? Nous avons exploré cette direction en effectuant des cycles pour les turbines $TM60_2$ en sens négatif à différentes valeurs du nombre de Reynolds. Cette étude fait l'objet de la section 3.8.

Nous discutons enfin dans la dernière section de ce chapitre (sec. 3.9) :

- de l'interprétation des statistiques exponentielles des temps de bifurcation ;
- de la forme particulière des cycles ;
- des effets de la turbulence et des spécificités de l'hydrodynamique des écoulements de von Kármán fermés et inertiels à haut nombre de Reynolds ;
- de la possibilité d'une modélisation par des équations d'amplitude.

3.2 Propriétés dynamiques et statistiques des différents régimes d'écoulement en $\theta = 0$

Les états bifurqués partagent avec les états à un disque un grand nombre de caractéristiques, tant au point de vue de la topologie de l'écoulement moyen qu'au niveau de l'ordre de grandeur des couples consommés en moyenne par les moteurs. Les couples sont en effet deux à trois (resp. trois à

³D'où l'emploi parfois abusif des termes «symétrique» et «bifurqués» qui en toute rigueur ne devraient être utilisés que pour désigner les trois états qui coexistent en $\theta = 0$. Nous appelons par la suite «bifurqué» tout état à une cellule de l'écoulement, qu'il soit obtenu en contrarotation parfaite ou lorsqu'un seul des disques est en rotation.

quatre fois) plus importants pour des turbines identiques dans un état à un disque (resp. bifurqué en $\theta = 0$) que dans l'état symétrique, et la différence des couples y est non nulle. Partagent-ils également des caractéristiques communes quant aux fluctuations de grandeurs globales ? Les travaux de Labbé *et al.* (1996b) ont en effet montré l'existence de modulations à des fréquences d'un ordre de grandeur plus faibles que la fréquence d'injection sur des mesures tant locales (pression dynamique et vitesse) que globales, pour un écoulement tourbillonnaire turbulent de von Kármán en corotation, et dans le cas de conditions sur les bords libres. Ces comportements sont liés à la présence d'un vortex axial en précession. L'entraînement inertiel au moyen de pales est, d'après Labbé *et al.*, à l'origine de cette précession et donc des comportements périodiques lents dans cette configuration. Par des techniques de moyennes cohérentes, les auteurs mettent en relief les différences selon la phase de l'écoulement à grande échelle en termes de taux de fluctuation, d'échelle de coupure visqueuse et de forme des PDF d'incrément de vitesse. En géométrie fermée, dans l'eau, et avec des disques rugueux en configuration rotor-stator, Pinton *et al.* (1998) rapportent des comportements périodiques à des fréquences proches de la fréquence de rotation. Pour notre écoulement en géométrie fermée, entre turbines munies de pales, de semblables comportements ont été observés sur des mesures locales de pression par Louis Marié (2003), en corotation et en configuration rotor-stator. La présence de comportements périodiques à grande échelle semble donc être une caractéristique des écoulements entre disques munis de pales lorsqu'une seule cellule est présente dans l'écoulement. Cela se retrouve-t-il pour les états bifurqués en $\theta = 0$?

3.2.1 Etude de la puissance totale injectée et de ses fluctuations

Nous comparons les spectres de la somme des couples consommés par les moteurs entre état symétrique et état bifurqué en $\theta = 0$ en figure 3.10 (a-b). Ceci correspond aux spectres de la puissance totale injectée dans l'écoulement. Les couples dimensionnels consommés dans les deux configurations sont de cette manière sensiblement égaux à $3.5N.m$.

Dans l'état symétrique, on ne remarque aucune fréquence caractéristique particulière, hormis un pic très fin à la fréquence de rotation des turbines, et sans doute dû à un point dur dans la cage à roulement. On remarque également une zone où le spectre croît vers les basses fréquences en deçà de la fréquence d'injection. La densité spectrale de puissance gagne une décade entre $f_a = 8Hz$ et $0Hz$. L'écoulement symétrique met en jeu une multitude d'échelles temporelles très lentes, liées à la présence de la couche de mélange turbulente.

Dans l'état bifurqué, au contraire, on note la présence d'un pic dans le spectre en $f_0 = 1.3Hz$, soit environ 0.33 fois la fréquence d'injection. Cette fois, c'est la valeur de la densité spectrale qui est d'une décade plus élevée à cette fréquence pic qu'en $f_a = 0Hz$. Il y a donc bien une fréquence globale lente dans cet écoulement pleinement turbulent. Cette fréquence est également visible sur chacun des deux signaux de couples, et est identique pour les deux signaux (voir figure 3.20 page 96). Nous la nommerons f_0 .

3.2.2 Etude des fluctuations de pression dynamique

Nous avons vérifié que ces comportements sont également présents sur des mesures locales de pression dynamique, présentées en figure 3.10 (c-d). Nous avons choisi de placer le capteur en paroi à égale distance des deux turbines, et n'avons effectué dans le cadre de cette thèse que deux mesures correspondant aux situations décrites ici. On trouvera de plus amples informations sur le système utilisé, sur l'adimensionnement et sur la fréquence de coupure haute du capteur dans la thèse de Louis Marié (2003) qui a étudié de manière plus systématique les fluctuations de pression dans l'écoulement. Les résultats présentés ici ont été filtrés numériquement au moyen

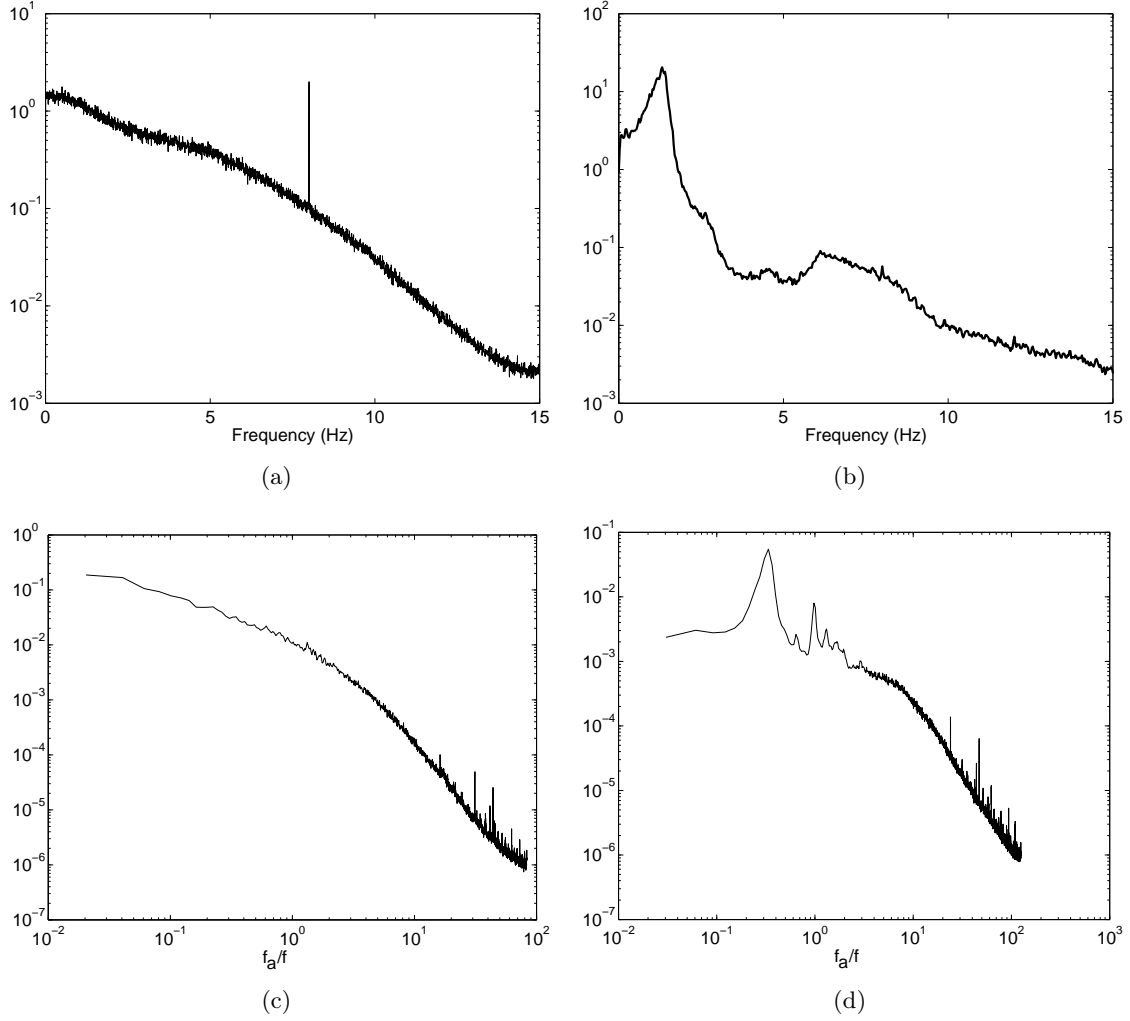


FIG. 3.10: (a-b) Densité spectrale de puissance calculée sur la somme des signaux temporels de couples. Les échelles sont dimensionnelles, et logarithmiques en ordonnées, linéaires en abscisses. Les spectres sont calculés sur des échantillons de six heures en tournant à 8Hz pour l'état (s), et de une heure en tournant à 4Hz pour l'état bifurqué. Le taux d'acquisition est de 30Hz . (a) Etat (s), $\theta = 0$, $f = 8\text{Hz}$. (b) Etat (b_2), $\theta = 0$, $f = 4\text{Hz}$. (c-d) Densité spectrale de puissance calculée sur une mesure locale de pression dynamique. Les échelles sont adimensionnelles, et logarithmiques. Le coefficient servant à l'adimensionnement de la pression est $\rho(2\pi f)^2 R_c^2$. La fréquence de coupure haute due à la taille finie du capteur est estimée à $10^2 \times f\text{Hz}$. (c) Etat (s), $\theta = 0$, $f = 6\text{Hz}$. (d) Etat (b_2), $\theta = 0$, $f = 4\text{Hz}$.

d'un filtre médiane sur trois points afin de réduire le bruit électromagnétique dû aux alimentations à découpage. On distingue trois pics sur le signal de pression pour l'écoulement bifurqué, respectivement en $f_0 = 0.332f$, $f_{pic2} = 0.959f$ et $f_{pic3} = 1.336f$. Nous retrouvons bien sur un signal local la fréquence f_0 observée sur une quantité globale. En revanche, les deux autres pics observés localement ne se retrouvent pas sur le spectre de puissance injectée.

Nous remarquons de plus que le spectre de pression dynamique pour l'état symétrique ne fait pas apparaître clairement de zone en $f^{-7/3}$; l'écoulement contrarotatif canonique de von Kármán est très inhomogène. La mesure est effectuée au niveau de la couche de mélange, et

l'hypothèse de Taylor tombe en défaut dans cette zone sans écoulement moyen (Pinton & Labbé, 1994). Nous pouvons enfin remarquer une dépendance en f^{-1} du spectre de pression dynamique, qui s'étend sur presque deux décades en dessous de la fréquence d'injection. Une multitude d'échelles temporelles lentes est donc mise en jeu dans l'écoulement contrarotatif à deux cellules séparées par une couche de mélange. Les fluctuations de pression dynamique sont en outre très intermittentes⁴ au niveau de la couche de mélange (Douady *et al.*, 1991; Fauve *et al.*, 1993; Cadot *et al.*, 1995). En effectuant des mesures à différentes altitudes, Louis Marié (2003) a ainsi pu montrer que le caractère intermittent des fluctuations de pression dynamique est perdu pour $|z| \gtrsim 0.4$ pour les turbines $TM60_2+$, alors qu'il est encore visible en $z = \pm 0.4$ pour les $TM60_2-$. L'influence de la couche de mélange est donc bien plus importante pour les turbines tournant face concave des pales en avant⁵, situation dans laquelle nous avons observé la bifurcation globale de l'écoulement tourbillonnaire de von Kármán turbulent. Nous reviendrons sur cet aspect lors de l'étude de l'évolution des cycles avec la courbure des pales en section 3.6.

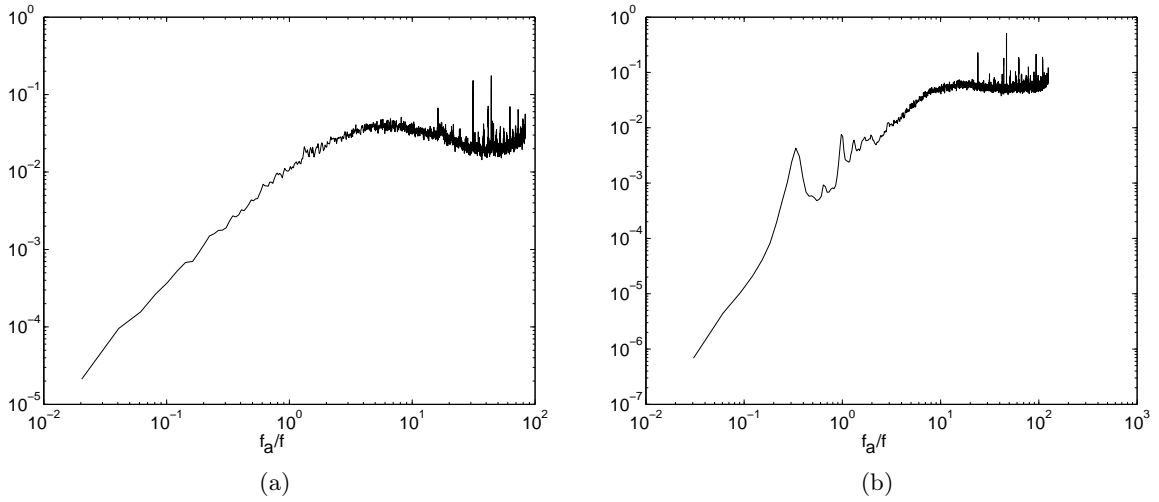


FIG. 3.11: Spectres compensés (multipliés par $f_a^{7/3}$) des fluctuations de pression dynamique. (a) Etat (s), $\theta = 0$, $f = 6Hz$. (b) Etat (b₂), $\theta = 0$, $f = 4Hz$.

En revanche, la position du capteur influence peu la forme des spectres pour l'écoulement bifurqué (Marié, 2003). L'écoulement à une cellule est toutefois toujours inhomogène (Simand, 2002). Le spectre de pression en bifurqué exhibe ainsi une zone inertielle qui s'étend sur une décade, de $f_a \simeq 10 \times f$ à $f_a \simeq 100 \times f$. On pourra s'en convaincre sur les spectres compensés présentés en figure 3.11. Nous ne présentons par la suite plus que des résultats portant sur des mesures globales de couples.

Nous avons représenté les fonctions de densité de probabilité (PDF) pour les valeurs centrées et réduites de la somme des couples dans ces deux états en figure 3.12. Les distributions gaussiennes de moyenne nulle et de variance unitaire sont également représentées en pointillés sur ces figures. Dans l'état symétrique (Fig. 3.12 (a)), la courbe est très piquée autour de la valeur moyenne et les fluctuations de la somme des couples sont quasiment gaussiennes. On remarque une légère dissymétrie de la PDF, la skewness étant négative et de l'ordre de -0.4 . Nous signalons toutefois que ce comportement dépend très fortement de la forme des turbines

⁴On utilise ici le terme d'intermittence dans son « acception turbulente » : il désigne des fluctuations à petites échelles très fortes ayant une probabilité anormalement élevée de se produire.

⁵Voir également à ce sujet le chapitre 2 page 61.

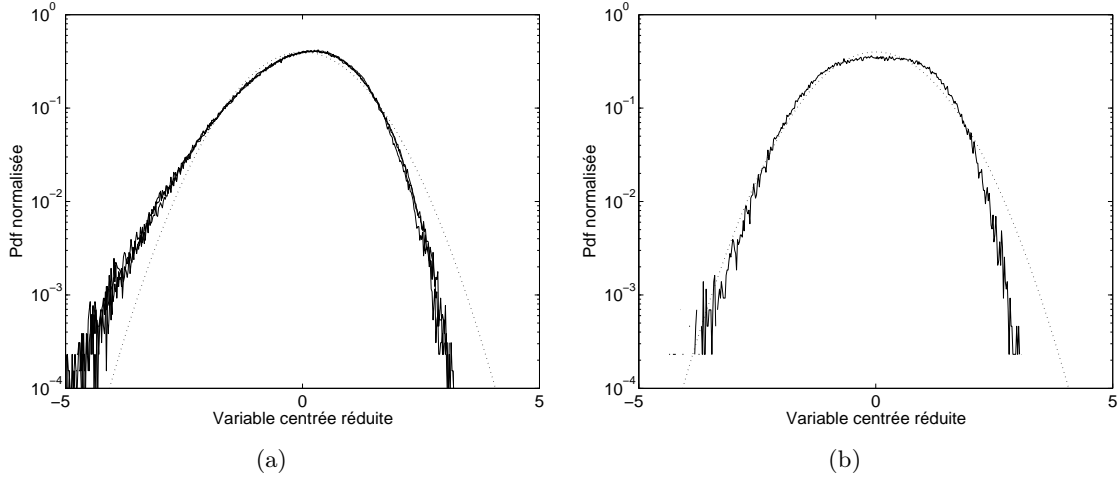


FIG. 3.12: Fonctions densité de probabilité (PDF) centrées réduites pour les signaux de couples de la figure 3.10.

et du rapport d'aspect de l'écoulement (Labbé *et al.*, 1996a; Aumaître, 1999; Titon & Cadot, 2003a; Leprovost *et al.*, 2004), les travaux de thèse de Aumaître (1999) rapportant une valeur de la skewness comparable.

La PDF de la somme des couples est assez différente dans le cas d'un écoulement bifurqué (Fig. 3.12 (b)). On note toujours une légère skewness négative, mais cette fois-ci, la PDF est très plate autour de la valeur moyenne. Les valeurs de couples comprises entre -1.5 et 1.5 fois la variance sont isoprobables. A titre de jeu numérique, on peut reproduire une PDF tout-à-fait semblable —mais symétrique— à partir d'un signal artificiel consistant en la somme d'un sinus d'amplitude unitaire et d'un bruit gaussien d'amplitude moitié. Nous revenons sur ces tests numériques au cours du prochain paragraphe.

3.2.3 Intercorrélation des couples

Après avoir extrait des informations sur la dynamique temporelle et sur la distribution de probabilité de la puissance totale injectée dans l'écoulement, intéressons nous maintenant non plus à la somme des couples, mais à leur propre dynamique et à leur inter-corrélation temporelle. Nous avons ainsi représenté en figure 3.13 (a) la densité de probabilité à deux dimensions (ou PDF jointe) des couples consommés par les moteurs 1 et 2 pour l'écoulement bifurqué, en $\theta = 0$ et à $4Hz$. Cette PDF est centrée et réduite. Pour chaque point du plan, le code couleur est associé à la probabilité d'obtenir *simultanément* les valeurs du couple 1 et 2 correspondant. On remarque tout d'abord une très forte corrélation entre les deux signaux de couples, la tache de couleur étant très alignée sur la diagonale $Couple_1 = Couple_2$. Par contre, les signaux sont trop bruités pour que l'on voit clairement apparaître une trajectoire fermée préférentielle, de type «cycle limite». Nous avons effectué un test numérique sur deux signaux périodiques identiques, auxquels nous avons ajouté deux bruits blancs gaussiens δ -corrélés, dont nous avons fait varier l'amplitude. Les PDF jointes centrées réduites sont représentées en figure 3.13 (b-d), et sont classées par importance relative croissante du bruit. Si l'on voit clairement le motif s'aligner sur la diagonale pour la valeur de bruit la plus faible —ce qui est une conséquence du déphasage nul entre les deux signaux périodiques— lorsque la valeur du bruit augmente, le motif devient de plus en plus isotrope à mesure que le bruit augmente. Pour la dernière valeur du bruit (amplitude unitaire), nous avons quasiment une gaussienne. Le fait que l'on ait deux signaux parfaitement corrélés

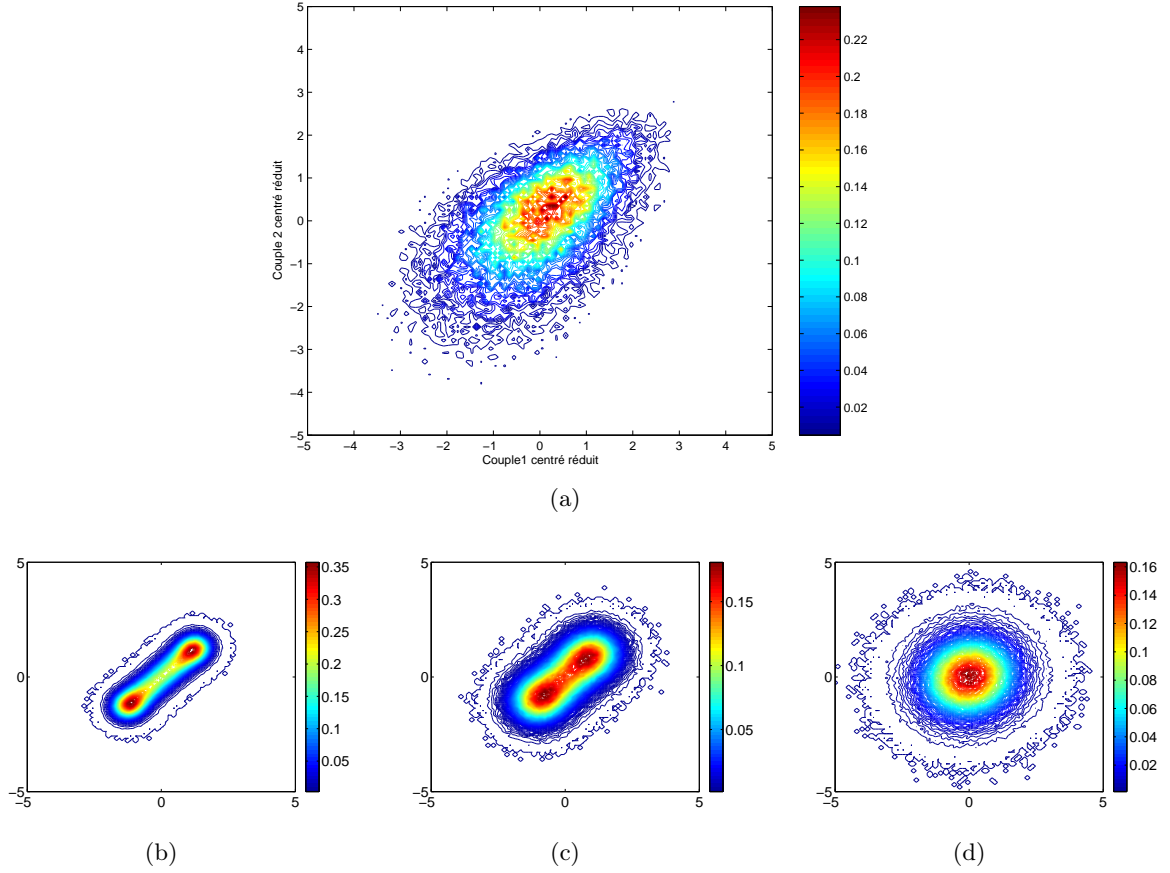


FIG. 3.13: (a) PDF jointe des couples 1 et 2 pour un écoulement bifurqué (b_2), en $\theta = 0$, à $f = 4\text{Hz}$. Les valeurs des couples ont été centrées et réduites. La PDF est normalisée. (b-d) PDF jointe sur deux signaux numériques bruités. Les deux signaux sont des sinus non déphasés, d'amplitude unitaire, auxquels nous avons ajouté deux bruits blancs gaussiens δ -corrélés d'amplitude $\frac{1}{10}$ (b), $\frac{1}{5}$ (c), et 1 (d).

est complètement masqué par le niveau de bruit. Par contre, la fonction d'intercorrélation est beaucoup moins sensible à l'intensité du bruit. La fréquence commune aux deux signaux et le déphasage sont encore mesurables sur le signal test numérique avec un bruit unitaire.

Nous avons ainsi calculé la corrélation croisée entre les deux signaux de couples, dans l'état (s) et dans l'état (b_2). Les deux fonctions d'intercorrélation sont représentées en figure 3.14. Dans le cas de l'écoulement symétrique (a), le coefficient d'intercorrélation pour un décalage temporel nul est de l'ordre de 0.3, en accord avec Titon (2002). La fonction est piquée en zéro, et décroît rapidement. En 5 tours de disque, les couples sur les deux moteurs sont complètement décorrélés. Pour l'état bifurqué, par contre, on a un coefficient d'intercorrélation maximal très élevé, de l'ordre de 0.94 (Fig. 3.14 (b)). Le comportement périodique est bien marqué, et la fonction décroît plus lentement. Le maximum n'est pas atteint en zéro, mais pour un décalage de l'ordre de $0.33f^{-1}$, soit environ $0.10f_0^{-1}$. L'écoulement est bifurqué vers la turbine 2, et le couple fourni par la turbine 2 est en avance sur le couple 1.

Nous avons également tracé le cospectre des deux signaux de couples dans l'état bifurqué en figure 3.14 (c). Les deux signaux sont corrélés pour des fréquences inférieures à la fréquence globale caractéristique (1.32Hz ici), et la phase du cospectre est linéaire sur cette plage. Nous pouvons donc en conclure que les deux signaux sont décalés globalement dans le temps de $0.10 \times$

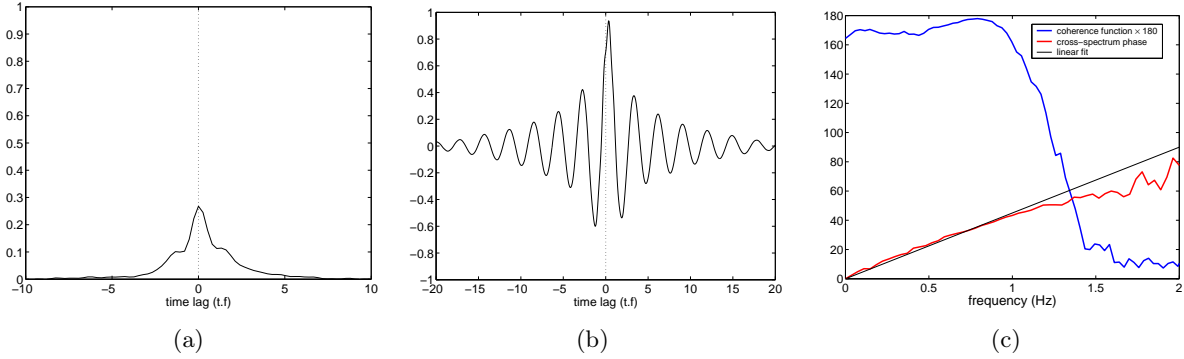


FIG. 3.14: (a) Fonction d'intercorrélation des couples dans l'état (s), en $\theta = 0$ et $f = 8\text{Hz}$. (b) Fonction d'intercorrélation des couples pour l'état (b₂), en $\theta = 0$ et $f = 4\text{Hz}$. (c) Norme (bleu) multipliée par 180, et phase (rouge) en degrés du cospectre pour les fréquences inférieures à la fréquence caractéristique dans l'état (b₂).

f_0^{-1} . Cela est cohérent avec un déphasage de 36° à la fréquence f_0 .

3.2.4 Conclusions

Les états bifurqués ont bien une dynamique lente et sont le jeu de comportements périodiques. La présence d'un vortex axial en précession est sans doute à l'origine de ces comportements. L'injection de puissance dans cet écoulement pleinement turbulent est de plus naturellement modulée à une fréquence inférieure à la fréquence d'injection. Une étude comparative entre les deux types d'écoulement des propriétés statistiques de la turbulence, à partir de mesures locales de vitesse au fil chaud par exemple, pourrait ainsi permettre de comprendre comment la dynamique à grande échelle influence la cascade d'énergie vers les petites échelles (Cadot *et al.*, 2003; Leprovost *et al.*, 2004).

3.3 L'état symétrique : étude de stabilité

Dans cette section, nous nous intéressons plus spécifiquement à la transition (s) \rightarrow (b), pour des turbines $TM60_2$ tournant face concave des pales en avant, en eau et en régime fortement turbulent ($Re > 10^5$), dans un cylindre lisse. Nous avons vu lors de la présentation de la bifurcation globale que pour de très faibles valeurs du paramètre de dissymétrie θ , l'écoulement «préparé» dans l'état (s) est susceptible de transiter vers l'état (b₁) (resp. (b₂)) si $\theta < 0$ (resp. $\theta > 0$) «au bout d'un temps plus ou moins long». Nous étudions ici la loi de ce temps de vie de l'état (s) en fonction des paramètres f et θ .

3.3.1 Protocole de mesure du temps d'attente avant bifurcation

Décrivons tout d'abord le protocole expérimental de mesure de ce temps et de sa statistique, illustré par la figure 3.15.

- Nous choisissons tout d'abord un jeu de paramètre à étudier. Ici, les valeurs des fréquences de rotation des turbines sont $f_1 = 240\text{rpm}$ et $f_2 = 250\text{rpm}$, soit $f = 4.08\text{Hz}$ et $\theta = 0.02$. Après quelques tests préliminaires, nous choisissons alors un temps maximal pour l'expérience ;
- partant d'une situation où le fluide est au repos, nous démarrons simultanément les deux turbines à $f_1 = f_2 = \max(f_1, f_2)$. La rampe d'accélération est courte, typiquement de 1s (soit 4 tours de turbines). Nous obtenons un état symétrique. Nous acquérons simultanément

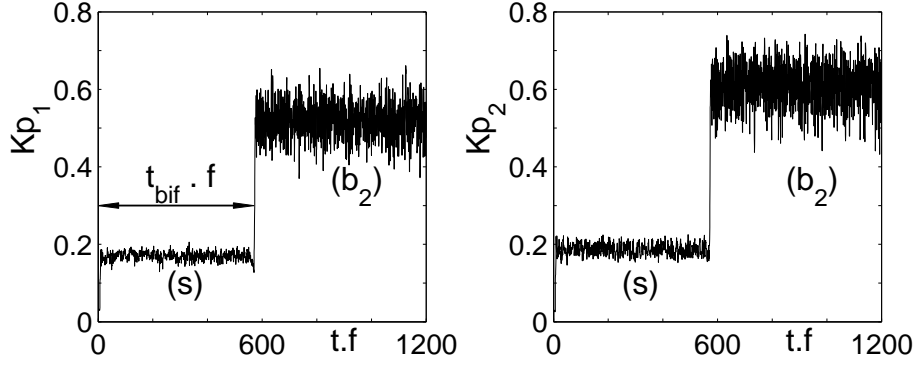


FIG. 3.15: Série temporelle du couple sur le moteur 1 (gauche) et sur le moteur 2 (droite). On s'est placé dans l'état (s) à $t = 0$, pour $\theta = 0.02$ et $f = 4.08\text{Hz}$. On a une bifurcation (s) \rightarrow (b_2) et le temps de bifurcation t_{bif} est défini comme le temps au bout duquel K_{p1} atteint 140% de la valeur moyenne dans l'état (s).

- ment sur les voies analogiques les couples et les vitesses de rotation pour les deux turbines ;
- nous ralentissons alors une turbine, la turbine 1 dans notre exemple. Le temps sera compté à partir de l'arrivée à la consigne ;
- le temps de bifurcation t_{bif} est défini comme le temps au bout duquel K_{p1} atteint 140% de la valeur moyenne dans l'état (s) ;
- Nous arrêtons alors les moteurs, laissons reposer une trentaine de secondes, et relançons la même expérience.

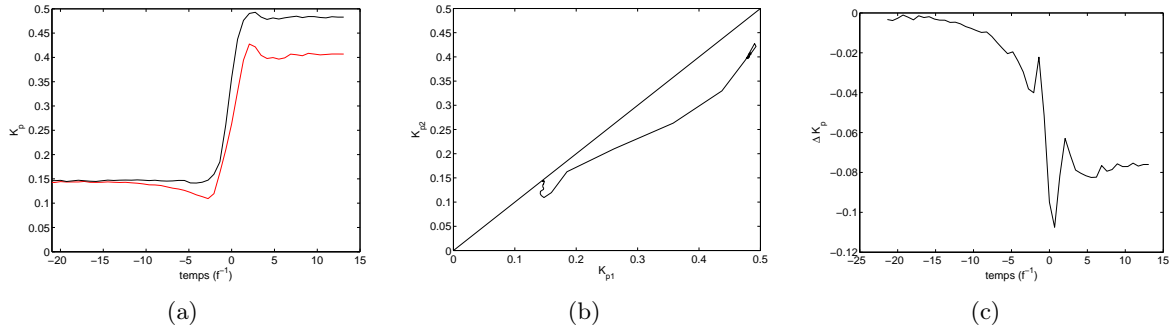


FIG. 3.16: Moyennes synchronisées au temps de bifurcation pour 289 transitions de (s) vers b_1 , avec $f = 6.9\text{Hz}$, $Re = 5.2 \times 10^5$, $\theta = -0.016$. (a) K_{p1} et K_{p2} fonction du temps. $t = 0$ correspond à t_{bif} . (b) K_{p2} fonction de K_{p1} . (c) ΔK_p fonction du temps.

Nous répétons cette opération 500 fois pour un jeu $\{f; \theta\}$ donné. Avant d'aborder la distribution des temps de bifurcation, nous pouvons utiliser cette définition du temps de bifurcation pour effectuer des moyennes synchronisées sur nos signaux. Nous présentons ainsi en figure 3.16 la moyenne synchronisée sur t_{bif} de 289 réalisations de transitions entre (s) et (b_1), en $\theta = -0.016$ et $f = 6.9\text{Hz}$. Nous avons gardé 20 unités de temps avant la bifurcation, et 15 unités de temps après. On met ainsi en évidence une trajectoire moyenne dans l'espace $\{K_{p1}; K_{p2}\}$ pour le passage de l'état (s) à l'état (b_1). Au court de chaque transition, la même séquence se déroule. On pourra pour s'en convaincre comparer la moyenne synchronisée à une réalisation quelconque (figure 3.6 page 80). La transition dure une quinzaine de tours de disques. Environ 10 tours avant t_{bif} , le couple consommé par la turbine tournant plus lentement commence à diminuer légèrement. La

différence des couples jusque là proche de zéro augmente alors lentement en valeur absolue. Deux tours avant t_{bif} , le couple se met à augmenter brutalement d'abord sur la turbine la plus rapide. La différence des couples passe alors par un extremum, avant de décroître et de se stabiliser à la valeur caractérisant l'état bifurqué, moins de 5 tours après t_{bif} . On remarque que si l'on part d'une situation où $\theta < 0$ et $\Delta K_p < 0$, c'est à dire à droite de la diagonale dans le plan $\{K_{p1}; K_{p2}\}$ (voir Fig. 3.16 (b)), on garde tout au long de la transition ce signe de ΔK_p . Le couple sur le moteur vers lequel on va bifurquer, *i.e.* celui qui va pomper le fluide au cœur et le mettre en rotation, augmente *avant* l'autre. Visuellement, on voit la couche de mélange séparant les deux cellules de l'état (s) se faire happer par la turbine qui perd la compétition.

3.3.2 Statistique des temps d'attente avant bifurcation

Nous avons calculé la distribution des temps t_{bif} pour chaque jeu de paramètres $\{f; \theta\}$. Un histogramme obtenu pour $f = 6.9Hz$, ($Re = 5.2 \times 10^5$), $\theta = -0.016$ est présenté en figure 3.17 (a). La distribution semble être exponentielle. L'étude de la distribution cumulée (CDF) des temps de transition permet de mettre en relief ce comportement exponentiel, et participe à lisser le bruit. La transition ne produit donc pas au bout d'un transitoire défini. Nous donnons une interprétation plausible de la distribution exponentielle des temps d'attente avant bifurcation —ou temps de persistance dans l'état (s)— au paragraphe 3.9.2 en page 127 de la discussion.

On peut écrire la probabilité de rester dans l'état symétrique pendant un temps plus grand que t sous la forme $P(t_{bif} > t) = A \exp[-(t - t_0)/\tau]$. Ici, t_0 est un temps caractéristique de la durée d'une transition ($t_0.f \sim 5$). Nous avons représenté en figure 3.17 (b) cette CDF pour trois valeurs différentes de $\theta = 0.016$; 0.020 et 0.027, avec une valeur de f autour de $4.16Hz$. L'ajustement des CDF par la loi en exponentielle fait donc apparaître un temps caractéristique $\tau(f, \theta)$. Ce temps τ est celui au bout duquel on aura vu la bifurcation se produire dans 63% des cas (soit $1 - 1/e$). On remarque que τ décroît très rapidement lorsqu'on augmente θ .

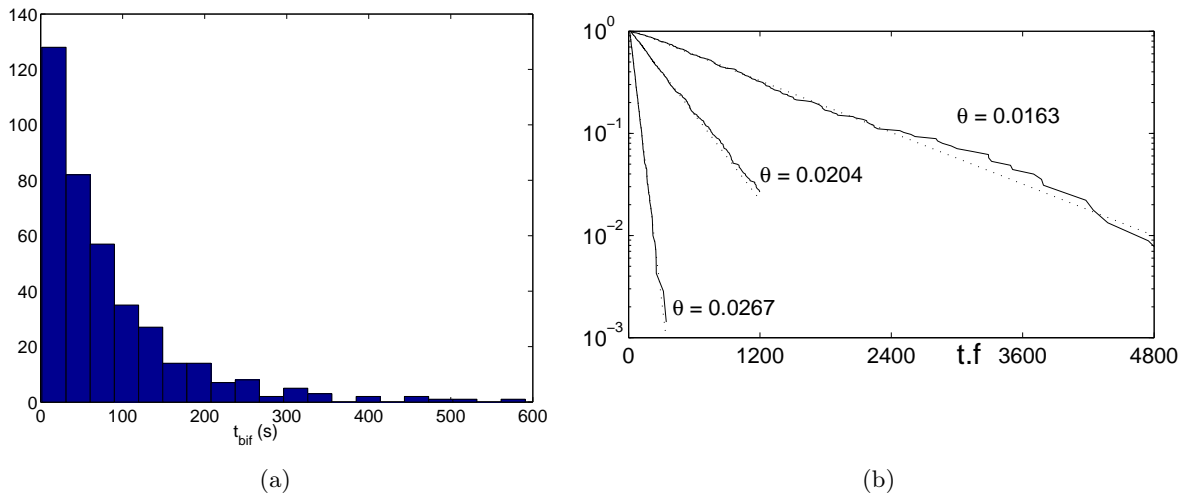


FIG. 3.17: (a) Histogramme des temps de bifurcation t_{bif} en secondes, pour $f = 6.9Hz$, ($Re = 5.2 \times 10^5$), $\theta = -0.016$. 500 expériences sont cumulées ici. (b) Fonction de densité de probabilité cumulée des temps de bifurcations adimensionnels pour trois valeurs différentes de θ , à $f = 4.16Hz$. Les lignes en pointillés correspondent aux ajustements nonlinéaires en exponentielle.

3.3.3 Etude du temps caractéristique en fonction de f et θ : stabilité marginale de l'état symétrique

La valeur des temps caractéristiques pour chaque valeur du couple $\{f; \theta\}$ que nous avons explorée est représentée en figure 3.18 en fonction de θ en coordonnées logarithmiques. Il n'y a aucune dépendance notable en f . La gamme de θ explorée demeure faible. Elle s'étend de $|\theta| \simeq 0.01$ à $|\theta| \simeq 0.03$, soit une demi-décade. Toutefois, sur cette plage de variation, le temps caractéristique τ varie de trois décades, et l'ajustement par une loi de puissance est correct.

Ce temps caractéristique se comporte donc comme $|\theta|^{-6}$. La valeur très élevée de cet exposant limite la gamme des valeurs de $|\theta|$ explorée expérimentalement. Pour $|\theta| > 0.03$, le temps caractéristique est en effet de l'ordre de la dizaine de tours de disques. Nous touchons là la limite de notre protocole, car dans bien des cas la transition se produit/se déclenche pendant la rampe de mise à consigne. A l'autre extrême, pour $|\theta| = 0.01$, le temps caractéristique est de 10^4 tours de turbines, soit 2500 secondes à $4Hz$. Il devient alors très fastidieux d'accumuler suffisamment d'échantillons pour bâtir une statistique fiable.

Lorsque $|\theta|$ tend vers zéro, τ croît très rapidement. Si le comportement en loi de puissance est valide en deçà de $|\theta| = 0.01$, cela signifie que le point central où $\theta = 0$ est stable de manière marginale. Il est possible que le temps caractéristique ne diverge pas au sens strict en $\theta = 0$, mais ait une valeur finie extraordinairement grande par rapport au temps caractéristique de fonctionnement sans encombre de l'expérience. Signalons pour clore ce propos que nous avons laissé l'expérience tourner à $\theta = 0$ et $f = 4Hz$ pendant 72 heures, une fois, sans observer de bifurcation. Nous proposons toujours au paragraphe 3.9.2 en page 127 de la discussion un montage expérimental pouvant permettre de confirmer ou d'infirmer cette loi de puissance d'exposant si élevé. Cette proposition repose sur un modèle d'identification d'un évènement rare déclencheur de la transition.

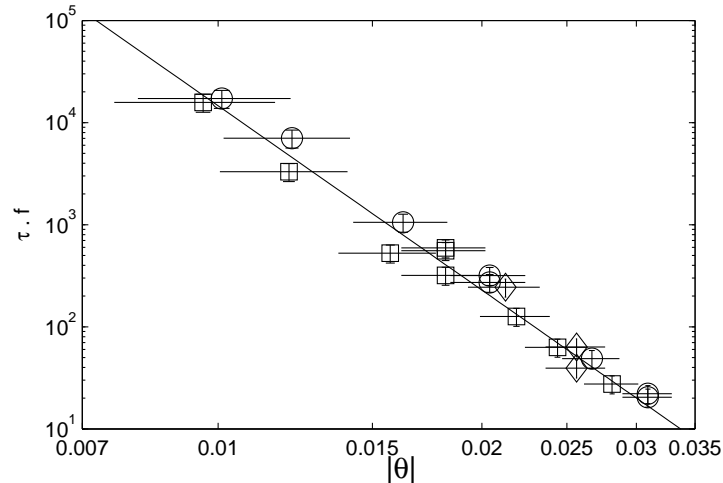


FIG. 3.18: $\tau.f$ mesuré selon le protocole illustré en figure 3.17 vs. θ pour $f = 4.16Hz/Re = 3.3 \cdot 10^5$ (\circ), $f = 6Hz/Re = 4.7 \cdot 10^5$ (\square) and $f = 10Hz/Re = 7.9 \cdot 10^5$ (\diamond). L'ajustement est une loi de puissance de pente -6 . L'axe des abscisses couvre la plage $0.008 \lesssim |\theta| \lesssim 0.031$. Barres d'erreurs horizontales : erreur absolue de ± 0.003 . Barres d'erreur verticales : erreur relative de 20% sur la mesure de τ .

3.4 Les états bifurqués

3.4.1 Oscillations des états bifurqués

Nous avons mis en relief en section 3.2 page 85 la présence d'une fréquence globale caractéristique des états bifurqués. Cette fréquence est présente sur les deux couples, et le système semble être sur un cycle limite bruité dans les états bifurqués. Les deux turbines sont très corrélées, la turbine vers laquelle l'écoulement bifurque est en avance de $0.33f^{-1}$. Tout ceci concerne les états bifurqués en $\theta = 0$. Nous allons maintenant étudier l'évolution de cette fréquence en fonction de la dissymétrie du forçage θ , et distinguer deux cas, «naturel» si l'écoulement est bifurqué vers la turbine rapide (état (b_2) pour $\theta < 0$) ou «antinaturel» si l'écoulement est bifurqué vers la turbine lente (état (b_1) pour $\theta < 0$). En effet, nous avons mentionné en 3.1.3 page 77 la présence d'une forte hystérésis, et la coexistence des deux régimes bifurqués pour $-0.2 \lesssim \theta \lesssim 0.2$. Puis nous nous intéresserons aux transitions entre états bifurqués.

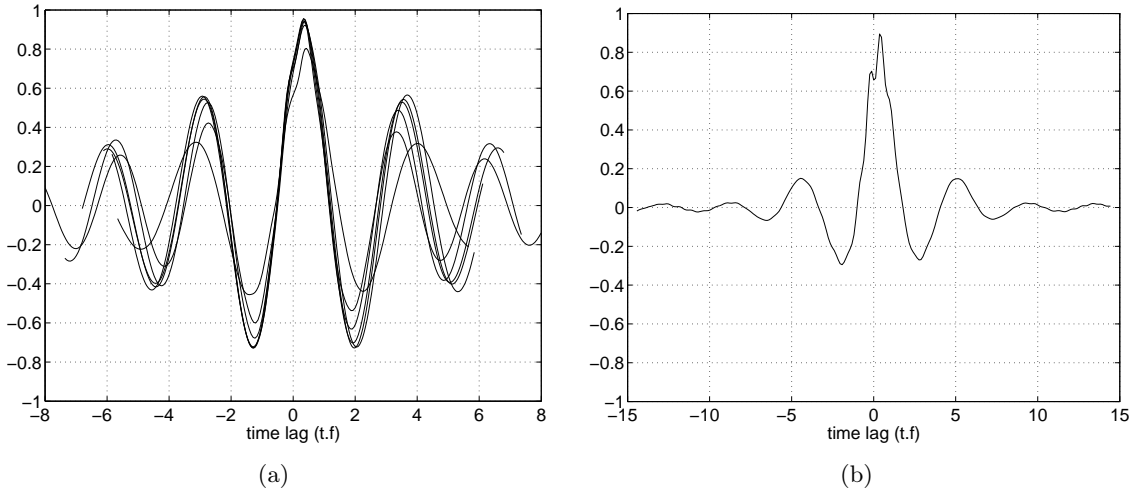


FIG. 3.19: Fonction d'intercorrélation des couples dans l'état (b_2) pour diverses valeurs de θ . (a) Etat «naturel», en $\theta = 0, 0.091, 0.200, 0.410, 0.600$ et 1 . (b) Etat «antinaturel», $\theta = -0.116$.

Tout d'abord, pour les états naturels, la fréquence f_0 varie très faiblement avec θ . Nous avons représenté en figure 3.19 (a) la fonction d'intercorrélation des couples pour la branche (b_2) et pour des valeurs de θ positives. Ces fonctions se superposent presque parfaitement, et le décalage temporel entre les deux couples est lui aussi constant. Pour le cas antinaturel (b_2) et $\theta < 0$, la fonction d'intercorrélation décroît plus rapidement, et la période semble plus grande.

Les résultats présentés ici ont été obtenus à partir des données issues d'expériences portant sur la statistique des transitions de bifurqué antinaturel vers bifurqué naturel, décrites au paragraphe 3.4.2. Nous avons effectué une étude de la fréquence f_0 dans l'état antinaturel en tirant profit du grand nombre d'expériences réalisées. Nous avons en effet utilisé pour les mesures de f_0 des spectres moyennés sur tous les échantillons, pondérés par la durée de chaque échantillon. Nous avons conservé pour le calcul du spectre dans l'état antinaturel les réalisations pour lesquelles le système reste dans cet état plus de $4096/30 \simeq 136s$. Les figures 3.22 et 3.23 montrent deux exemples de transitions $(b_2) \rightarrow (b_1)$, respectivement pour $\theta = -0.185$ et $\theta = -0.116$. Pour ce dernier cas, les spectres de puissance dans l'état (b_2) et (b_1) résultant de la moyenne sur 183 transitions sont représentés sur la figure 3.20. Pour l'état naturel (Fig. 3.20 (b)), f_0 vaut $0.30f$, et pour l'état antinaturel, f_0 est bien plus faible, de l'ordre de $0.20f$.

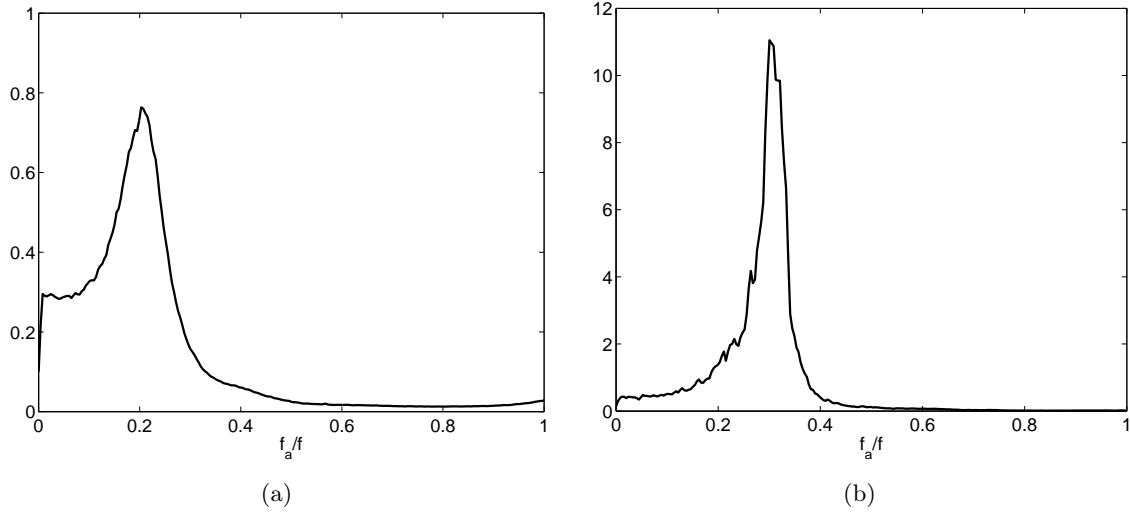


FIG. 3.20: Densités spectrales de puissance calculées sur le couple fourni par le moteur 1, moyennées pour plusieurs réalisations expérimentales pour $\theta = -0.116$, $f = 3.61\text{Hz}$. Les échelles sont dimensionnelles, et linéaires. (a) Spectre pour l'état antinaturel (b_2) résultant de la moyenne de 9 réalisations. $f_0 = (0.20 \pm 0.01) \times f$. (b) Spectre pour l'état naturel (b_1) résultant de la moyenne de 183 réalisations. $f_0 = (0.31 \pm 0.00) \times f$.

Nous présentons l'évolution de f_0 en fonction de θ en figure 3.21. Pour $\theta > 0$, nous avons représenté f_0 pour l'état naturel (b_2) seul. Cette fréquence varie faiblement avec θ , passant de $f_0 \simeq 0.32f$ en $\theta = 0$ à $f_0 \simeq 0.28f$ en $\theta = 1$. Les fonctions d'intercorrélation des couples correspondantes sont représentées en figure 3.19. Pour les valeurs de $\theta < 0$, nous avons représenté f_0 à la fois pour l'état naturel (b_1) (symboles \star) et pour l'état antinaturel (b_2) (symboles \circ). La fréquence dans l'état naturel est sensiblement égale à celle mesurée pour $\theta > 0$ dans l'état (b_2). En $\theta = 0$, la différence relative entre f_0 pour (b_1) et f_0 pour (b_2) n'excède pas 6%. Cette différence est imputable à une légère dissymétrie expérimentale résiduelle. Par contre, on note

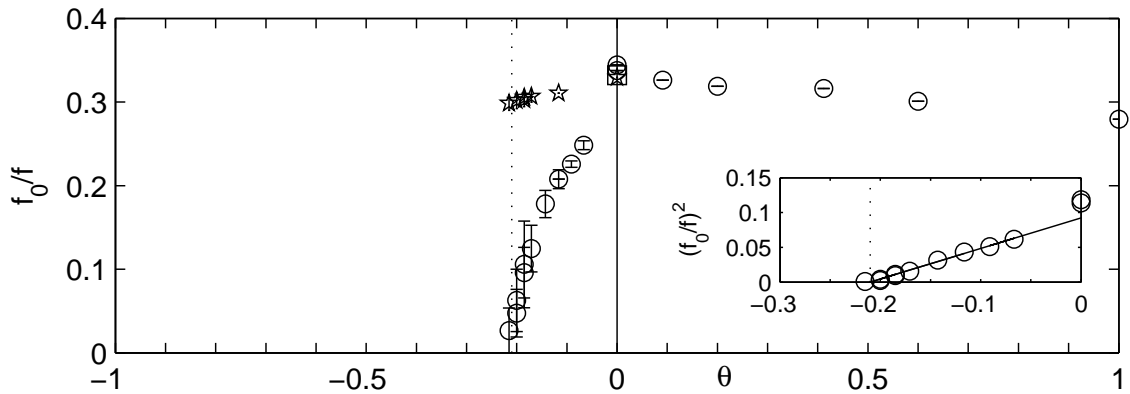


FIG. 3.21: Evolution de la fréquence caractéristique f_0 des états bifurqués en fonction de θ . Les résultats sont adimensionnés par f . Les fréquences sont des moyennes sur les spectres, et les barres d'erreur sont calculées comme la variance des fréquences mesurées sur chaque spectre. (\circ) : état (b_2), et (\star) : état (b_1). L'inset représente le carré de f_0 en fonction de θ pour la branche antinaturelle. La ligne continue correspond à un ajustement linéaire en $f_0^2 = 0.439(\theta + 0.210)$.

une variation très forte pour f_0 dans l'état antinaturel. La fréquence décroît vers zéro à mesure que θ devient plus important en valeur absolue. Notons toutefois que l'oscillation est bien mesurée dans les états antinaturels jusqu'en $\theta \simeq -0.17$, où l'on relève une fréquence $f_0 = 0.12$ avec une erreur de ± 0.04 (voir figure 3.21). En revanche, au delà de $\theta \simeq -0.17$, la mesure d'une fréquence f_0 de plus en plus faible sur des états qui sont de moins en moins stables devient très imprécise, et difficile à discriminer du bruit. La dernière valeur de θ pour laquelle nous ayons mesuré une fréquence dans l'état (b_2) est $\theta = -0.22$. Cette valeur correspond à celle pour laquelle l'état (b_2) ne survit pas plus de quelques tours de disques.

On peut conclure que l'état bifurqué antinaturel disparaît à une fréquence f_0 nulle. On peut ajuster le comportement de f_0 dans l'état antinaturel par une loi en racine d'un écart à un seuil. Cet ajustement est représenté sur l'inset de la figure 3.21 et donne un θ critique $\theta_c = -0.210$.

3.4.2 Transitions entre états bifurqués

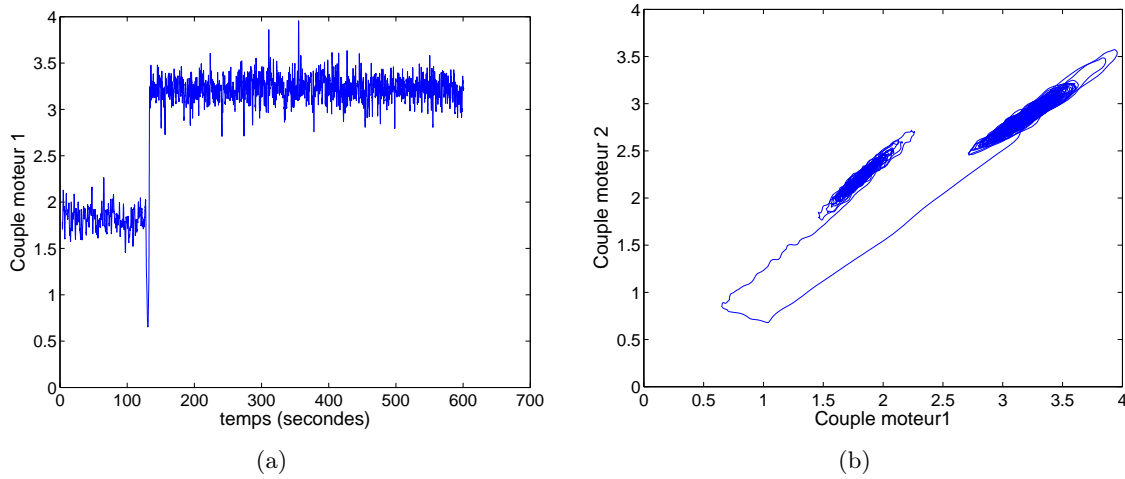


FIG. 3.22: Couple sur le moteur 1 (en N.m) (a) et trajectoire dans l'espace $\{Couple_1 ; Couple_2\}$ (b) pour une transition (b_2) \rightarrow (b_1) en $\theta = -0.185$. $f = 3.43Hz$.

Nous avons principalement étudié une des deux transitions possibles entre états bifurqués, celle de (b_2) \rightarrow (b_1). Cette transition peut avoir lieu pour des valeurs de θ négatives suffisamment grandes en valeur absolue, et revêt un caractère statistique plus complexe que celui de la transition (s) \rightarrow (b). Plus θ est grand en valeur absolue, plus on transite rapidement. La limite de stabilité extrême de l'état antinaturel semble être de l'ordre de $\theta = -0.25$, valeur dont nous affinons la mesure par la suite. Au delà de cette limite, l'état (b_2) ne tient en effet pas plus de quelques tours de disques. Notons également que pour des valeurs de $\theta \gtrsim -0.11$, nous n'avons pas observé d'excursions hors de l'état (b_2). La plage sur laquelle on peut avoir déstabilisation de la branche antinaturelle (b_2) est donc grossièrement $-0.25 \lesssim \theta \lesssim -0.11$.

Nous avons représenté en figure 3.22 une transition (b_2) \rightarrow (b_1), en $\theta = -0.185$. Pour cette valeur relativement élevée de $|\theta|$, les deux couples sont réduits de manière très forte au cours de la transition. Visuellement, le fluide qui tourne en bloc dans le sens de la turbine 2 semble s'arrêter puis repartir en bloc dans l'autre sens. Cela se traduit dans le plan $\{Couple_1 ; Couple_2\}$ par une boucle qui amène le système un court instant autour d'un point où les couples sont faibles et presque égaux. Pour des valeurs de $|\theta|$ plus faibles, on observe même des «transitions ratées», le système quittant l'état antinaturel pour rester quelques temps dans un état intermédiaire puis

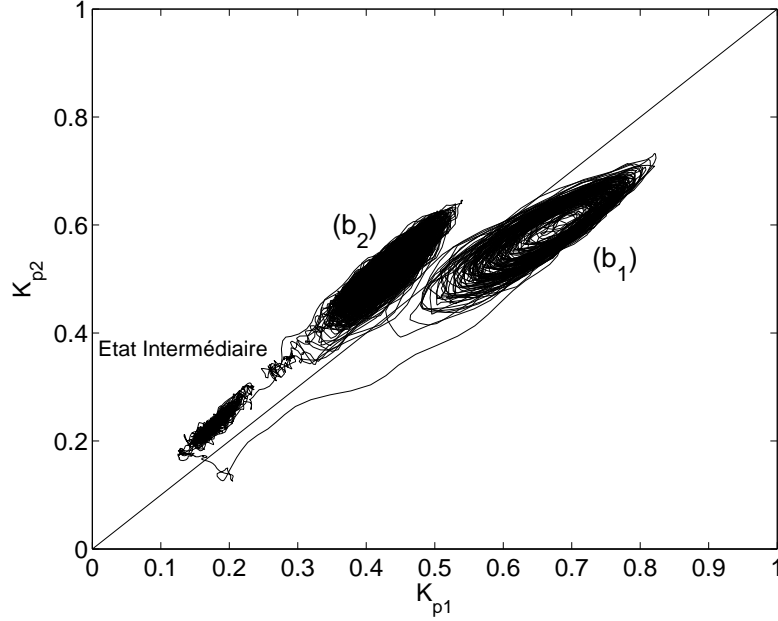


FIG. 3.23: Une transition $(b_2) \rightarrow (b_1)$ pour $\theta = -0.116$, $f = 3.61\text{Hz}$, avec passage par un état intermédiaire dans le plan $\{K_{p1} ; K_{p2}\}$.

revenir dans l'état antinaturel (voir figure 3.37 page 115), ou basculer vers l'état naturel (voir figure 3.23). Il est ainsi possible de quitter l'état antinaturel sans pour autant rejoindre l'état naturel, du moins pour $|\theta| \lesssim 0.15$. En revanche, nous n'avons jamais observé de sortie de l'état naturel, qui est donc stable. Nous reviendrons sur ce point en section 3.6.

Nous avons donc effectué une série d'expériences analogue à l'étude des transitions $(s) \rightarrow (b)$: nous nous sommes placé pour diverses valeurs de $\theta < 0$ dans l'état antinaturel (b_2) . Nous avons effectué une centaine d'expérience pour chaque valeur de θ , et avons étudié les statistiques de transitions $(b_2) \rightarrow (b_1)$. Comme nous venons de le mentionner, la transition de l'état bifurqué antinaturel vers l'état bifurqué naturel est très complexe, faisant apparaître notamment des passages par un état intermédiaire, et des transitions ratées, dont la borne inférieure semble être $\theta = -0.143$. Nous avons étudié la distribution des *premiers temps de sortie de l'état bifurqué antinaturel* en fonction de θ . Les distributions sont, tout comme les distributions de temps de vie de l'état (s) , exponentielles et l'on peut en extraire un temps caractéristique τ . Les données ont été tracées en figure 3.24.

Nous ne pouvons ajuster une loi de puissance du type de celle trouvée dans le cas des transitions de symétrique vers bifurqué (voir section 3.3). Le temps caractéristique évolue très rapidement sur toute la gamme de θ étudiée (figure 3.24 (a)), et les deux points $\theta = -0.143$ et $\theta = -0.116$ exhibant les passages par un état intermédiaire (voir section 3.7) ont des temps caractéristiques de 4×10^3 et 4×10^4 qui sont à la limite supérieure de ce que nous sommes capable de mesurer. La courbe semble présenter une légère convexité pour les temps lents. Si l'on se focalise sur la zone où l'état bifurqué antinaturel a un temps de vie bref (figure 3.24 (b)), on observe deux comportements différents, s'échangeant vers $\theta_c = -0.21$.

Nous ne prétendons pas tirer plus d'informations de cette étude, et y reviendrons en section 3.7 lors des études à couples imposés.

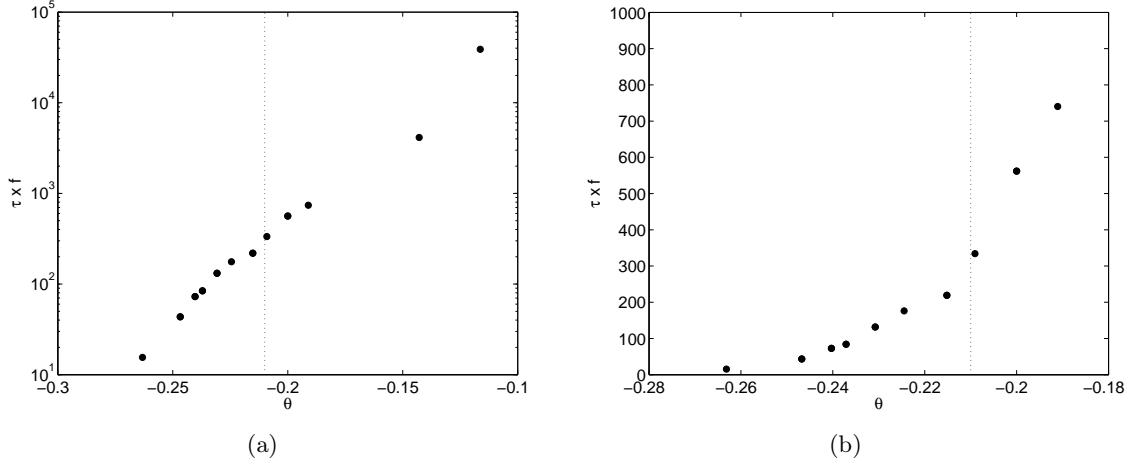


FIG. 3.24: τ caractéristique mesuré sur les CDF des premiers temps de sortie de l'état (b_2) fonction de θ . (a) $-0.3 < \theta < -0.1$, échelle logarithmique pour τ . (b) zoom sur la zone $-0.28 < \theta < -0.18$, échelle linéaire en ordonnées. Lignes verticales en pointillés : $\theta_c = -0.21$.

3.4.3 Conclusions sur l'étude des états bifurqués

La stabilité de la branche bifurquée antinaturelle est très complexe, et la mesure d'une valeur critique θ_c est très délicate à partir des mesures de temps caractéristiques de transition. Le meilleur paramètre d'ordre permettant de caractériser la fin de la branche antinaturelle semble être la fréquence caractéristique des états bifurqués f_0 , qui conduit à $\theta_c = -0.210$. Nous verrons également apparaître une valeur θ_c pour l'extension de la branche bifurquée antinaturelle égale à $\theta_c = -0.21$ pour les cycles effectués à couple imposé (voir section 3.7 page 115). Cette valeur correspond au dernier point où l'état bifurqué antinaturel commandé en couple est stationnaire en moyenne.

3.5 Modifications du cycle par des ailettes latérales

L'une des caractéristiques fortes des états bifurqués est le rôle joué par le frottement fluide sur la paroi cylindrique $K_{p\Sigma}$. En effet, pour les quantités moyennes en régime stationnaire, ce frottement compense la différence des couples ΔK_p . Dans l'état symétrique à deux cellules, cette quantité est nulle, alors que dans les états bifurqués, cette quantité est de l'ordre du quart des K_{p1} et K_{p2} . L'importance relative du frottement turbulent sur une paroi lisse et de la dissipation turbulente dans le volume est donc importante dans l'état bifurqué, bien que cet écoulement turbulent soit toujours forcé de manière inertielle (Cadot *et al.*, 1997). La rotation est en effet très forte principalement près de la paroi cylindrique pour ces $TM60_2$ -, turbines larges et fortement courbées accélérant le fluide à la manière d'une pelotte basque. De plus, on peut supposer que le frottement sur la paroi joue un rôle stabilisateur pour l'état à deux cellules, car il tend toujours à s'opposer à une variation du moment cinétique total.

Nous avons donc étudié l'influence des conditions aux limites sur le cylindre vis-à-vis de la bifurcation globale. Nous avons modifié ces conditions aux limites, jusqu'à présent lisses, par le truchement de quatre ailettes verticales dont nous avons varié l'épaisseur. En plus de la configuration avec cuve lisse, quatre tailles d'ailettes ont été utilisées : 2, 5, 7.5, et 10mm. Nous avons effectué des cycles entre $\theta = -1$ et $\theta = 1$ pour ces quatre tailles d'ailettes.

Nous nous attacherons tout d'abord à décrire l'évolution des cycles pour les couples et pour

leur différence moyennés dans le temps, puis nous décrirons l'évolution des fluctuations temporelles de ces grandeurs, et nous conclurons sur le rôle stabilisateur des ailettes.

3.5.1 Evolution des cycles $\Delta K_p(\theta)$ et $K_p(\theta)$ en fonction de l'épaisseur des ailettes

Nous avons rassemblé en figures 3.25 et 3.26 respectivement les valeurs de $\Delta K_p(\theta)$ et de $K_p(\theta)$ pour les différents cycles. Sur chacune de ces figures, (a) correspond à une cuve lisse, (b) à des ailettes de $2mm$, (c) à des ailettes de $5mm$, (d) à $7.5mm$ et (e) aux ailettes de $10mm$.

Evolution de la structure des cycles

Sans ailettes, en figure 3.25 (a), on retrouve le grand cycle d'hystérésis présenté précédemment pour la différence des couples $\Delta K_p(\theta)$. L'état symétrique (s) est réduit à un point marginalement stable. Les deux branches bifurquées traversent la ligne $\theta = 0$, c'est-à-dire que l'on a existence d'états bifurqués antinaturels. Au fur et à mesure que l'on augmente la taille des ailettes, la branche (s) semble gagner en stabilité et s'étendre. Parallèlement, les parties antinaturelles des branches bifurquées semblent reculer. Pour les ailettes de $5mm$ (c), il est toujours impossible d'obtenir un état (s) si nous démarrons d'abord une turbine, puis l'autre. Par contre, pour des ailettes de $7.5mm$ et plus (d-e), il est maintenant possible d'obtenir l'état à deux cellules (s) quelles que soient les conditions initiales choisies. Le grand cycle d'hystérésis est scindé en deux petits cycles, et les transitions de retour d'un état bifurqué à l'état symétrique ($b_1 \rightarrow (s)$ et ($b_2 \rightarrow (s)$) sont maintenant possibles. En revanche, on n'observe plus de transition directe ($b_1 \leftrightarrow (b_2)$). Les branches bifurquées traversent encore l'axe $\theta = 0$ pour des ailettes de $7.5mm$, autrement dit les états bifurqués survivent en $\theta = 0$. Pour les ailettes de $10mm$ (e), l'état (s) est le seul état observé en $\theta = 0$. La valeur du ΔK_p est discontinue lors des transitions pour chacune de ces tailles d'ailettes. Nous remarquons enfin une augmentation de la valeur du ΔK_p maximal dans les états bifurqués. En effet, d'environ 0.15 pour la cuve lisse, cette valeur passe à environ 0.35 pour les ailettes de $10mm$. Le couple de frottement au niveau de la paroi cylindrique augmente donc fortement dans les états à une seule cellule en présence des ailettes. Ces dernières jouent en effet un rôle de freinage inertiel beaucoup plus efficace que le simple frottement visqueux sur la cuve lisse.

Intéressons nous maintenant à l'évolution de $K_{p1}(\theta)$ et $K_{p2}(\theta)$ en fonction de l'épaisseur des ailettes (Fig. 3.26). Nous y retrouvons les phénomènes décrits précédemment, à savoir une extension et une stabilisation de la branche centrale, un recul des branches bifurquées antinaturelles jusqu'à disparaître pour $10mm$ et une augmentation du ΔK_p en bifurqué se traduisant ici par un écart de plus en plus important entre les deux branches supérieures dans chaque diagramme.

Synthèse quantitative de l'évolution des cycles

Nous avons étudié l'évolution avec l'épaisseur des ailettes de quelques grandeurs caractéristiques relevées sur les cycles. Les résultats, rapportés en annexe E, confirment une continuité dans l'évolution des cycles. La taille critique des ailettes permettant de faire franchir l'axe $\theta = 0$ aux deux branches bifurquées semble être de $8.5mm$, soit de l'ordre de grandeur du gap entre les turbines et la paroi cylindrique.

Réduction de la puissance dissipée

Nous remarquons de plus que la valeur du couple dans l'état symétrique en $\theta = 0$ diminue avec l'augmentation de l'épaisseur des ailettes. Les résultats sont présentés dans le tableau 3.4. Cette diminution est d'environ 25% entre les deux situations extrêmes avec cuve lisse et ailettes

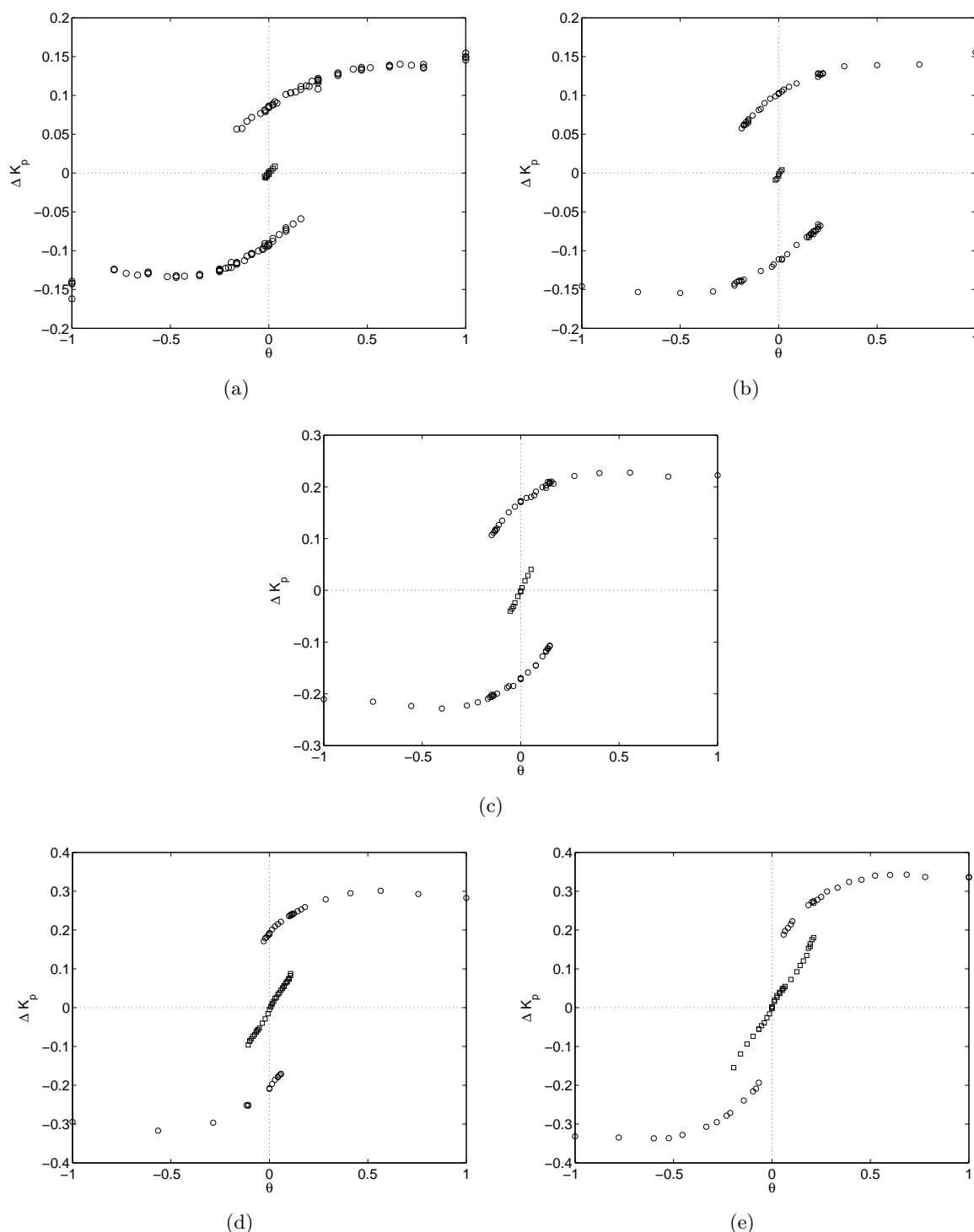


FIG. 3.25: ΔK_p en fonction de θ pour différentes épaisseurs d'ailettes (a) : sans ailettes, (b) : 2mm, (c) : 5mm, (d) : 7.5mm et (e) : 10mm. Les (\square) représentent l'état central symétrique (s), et les (\circ) les deux états bifurqués (b_1) et (b_2). L'acquisition sur chaque point se fait pendant 180s, avec un échantillonnage à la fréquence de 30Hz. La fréquence de rotation en $\theta = 0$ est de 5Hz. Les turbines sont des TM60₂, le fluide utilisé est de l'eau : $Re = 3 \times 10^5$. Nous avons représenté tous les points observés de manière stable pendant au moins $300f^{-1}$. Noter l'évolution de la pleine échelle verticale entre chaque figure.

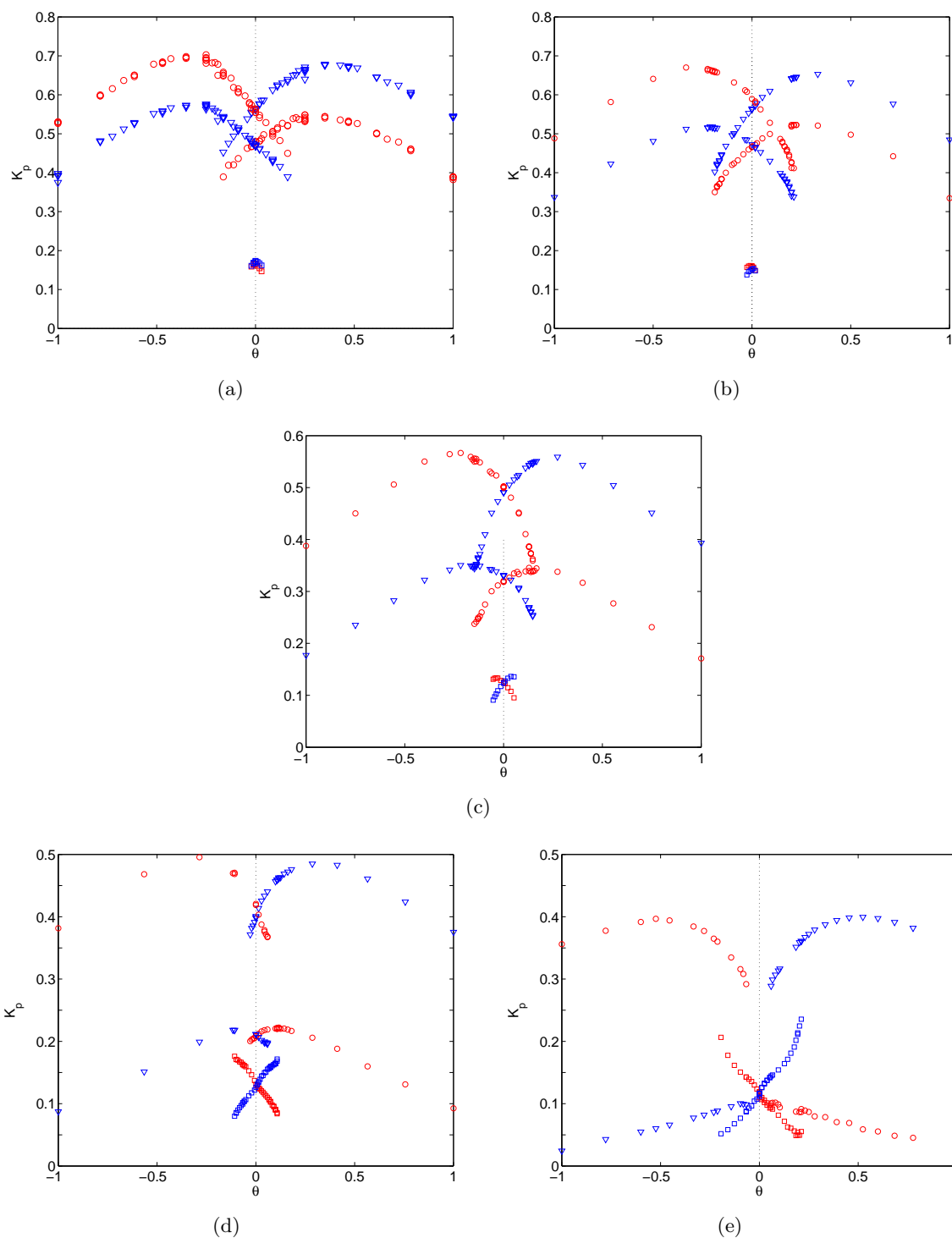


FIG. 3.26: K_{p1} (○) et K_{p2} (▽) en fonction de θ pour différentes épaisseurs d'ailettes (a) : sans ailettes, (b) : 2mm, (c) : 5mm, (d) : 7.5mm et (e) : 10mm. Noter l'évolution de la pleine échelle verticale entre chaque figure.

de $10mm$. A partir de visualisations, on remarque une stabilisation de la couche de mélange, et une réduction de son étendue spatiale. Nous ne disposons pas de mesures quantitatives de cette réduction de l'importance des structures cohérentes de la couche de mélange, qui jouent un rôle prépondérant dans la dissipation turbulente pour les états à deux cellules (Marié *et al.*, 2004a). Les tourbillons de la couche de cisaillement sont maintenant «accrochés» entre deux ailettes. L'écoulement moyen n'est ainsi plus axisymétrique, mais possède une modulation de nombre d'onde quatre dans la direction azimuthale. La mesure des différents termes du bilan de moment cinétique par LDV repose sur l'axisymétrie du champ de vitesse moyen et serait ainsi très délicate à adapter à cette situation.

taille des ailettes	0	2mm	5mm	7.5mm	10mm
$K_p(\theta = 0)$ Etat (s)	0.15	0.15	0.13	0.12	0.11

TAB. 3.4: Valeur du couple dans l'état symétrique en fonction de la taille des ailettes. Turbines TM60₂ en sens négatif.

Pour les états bifurqués, si la différence des couples augmente avec la taille des ailettes, leur valeur, elle, diminue. Si on regarde ce qu'il se passe pour la configuration à un seul disque en rotation, en $\theta = \pm 1$, le couple fourni par la turbine qui tourne passe de 0.52 à 0.35, soit une diminution de 33%, tandis que le couple fourni par la turbine à l'arrêt vaut 0.40 pour une cuve lisse et s'annule quasiment pour une cuve munie d'ailettes de $10mm$, la paroi cylindrique ayant pu ainsi dissiper toute la puissance injectée par la turbine en rotation. L'ajout d'ailettes provoque une diminution d'un facteur 2 de la puissance totale nécessaire à l'entraînement en configuration à un disque. Cette réduction est beaucoup plus efficace que dans l'état à deux cellules.

L'adjonction d'ailettes sur la paroi cylindrique de la cuve semble donc diminuer la puissance dissipée dans l'écoulement de manière très générale, quelque soit la forme du champ de vitesse moyen, du moins pour un écoulement turbulent forcé de manière inertielle. Ce point est a priori contre-intuitif, on pourrait en effet s'attendre à ce que l'ajout d'obstacle en forme de marches dans l'écoulement augmente la dissipation dans leur sillage turbulent. Si l'on reprend les arguments développés en section 2.4 page 56, portant sur le lien entre puissance dissipée et transport de moment cinétique, on peut s'attendre à voir également diminuer le niveau des fluctuations dans l'écoulement.

3.5.2 Fluctuations des couples en fonction du type d'écoulement ; évolution avec la taille des ailettes

Afin de confirmer ou d'infirmer l'hypothèse concernant la réduction des fluctuations par l'ajout d'ailettes en lien avec l'atténuation de la vigueur de la couche de mélange, nous avons rassemblé en figures 3.27 et 3.28 respectivement les valeurs des déviations standards —ou écart-type— $K_{p1rms}(\theta)$ et $K_{p2rms}(\theta)$, et enfin de la déviation standard de $\Delta K_p(\theta)$ pour les différents cycles. Sur chacune de ces figures, (a) correspond à une cuve lisse, (b) à des ailettes de $2mm$, (c) à des ailettes de $5mm$, (d) à $7.5mm$ et (e) aux ailettes de $10mm$.

Ces données sont assez dispersées, et beaucoup plus sensibles à la dissymétrie d'origine expérimentale. Néanmoins, nous pouvons observer quelques tendances systématiques. Aussi ne nous attacherons nous pas à décrire un cycle particulier, mais à considérer l'évolution des valeurs des fluctuations en quelques points des cycles.

Les valeurs de la déviations standard des couples dans l'état (s) semblent ainsi diminuer d'un facteur 2 entre la situation sans ailettes et celle avec ailettes de $10mm$. On note de plus

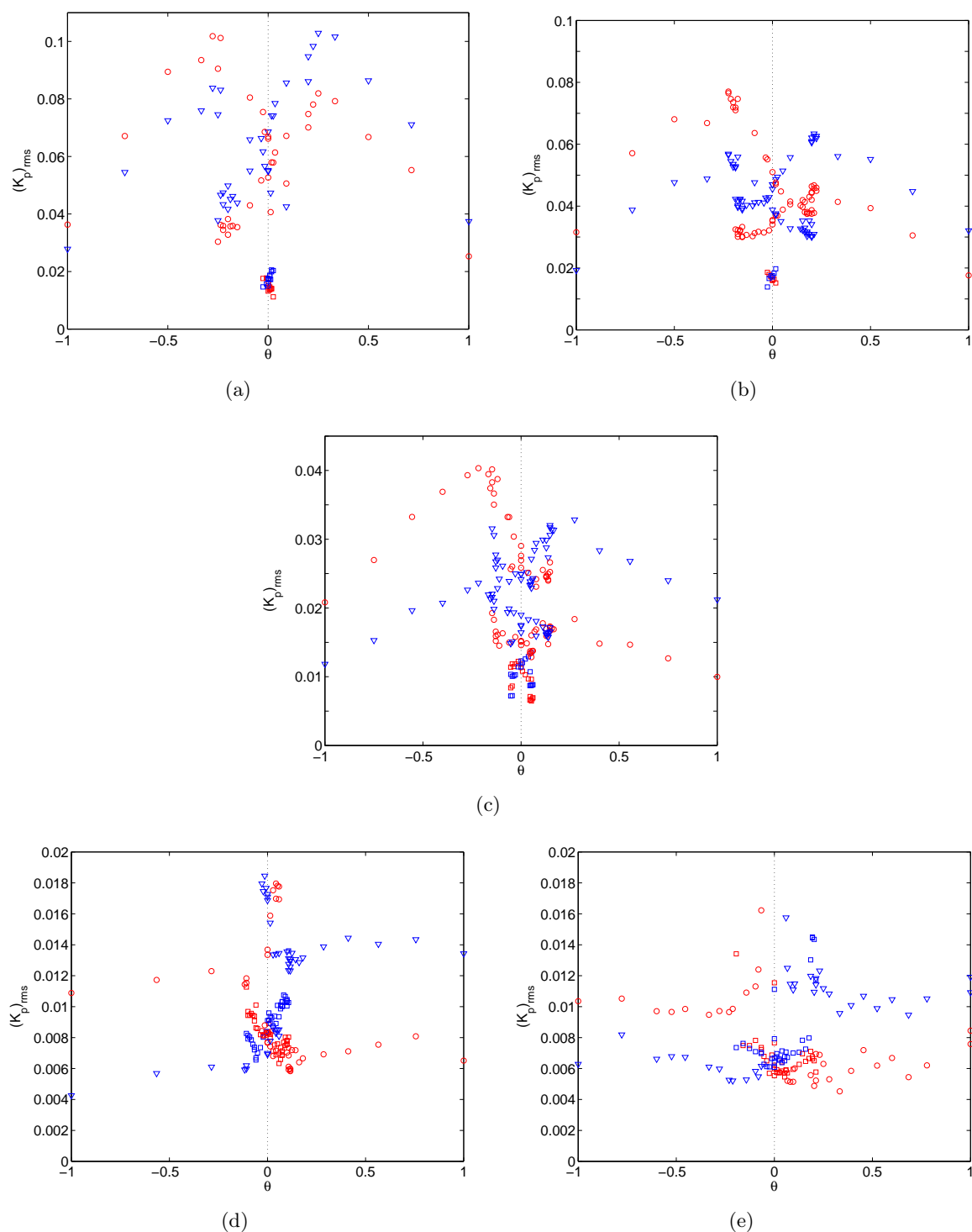


FIG. 3.27: Déviation standard des K_{p1} (\circ) et K_{p2} (∇) en fonction de θ pour différentes épaisseurs d'ailettes (a) : sans ailettes, (b) : 2mm, (c) : 5mm, (d) : 7.5mm et (e) : 10mm. Les (\square) représentent l'état central symétrique (s).

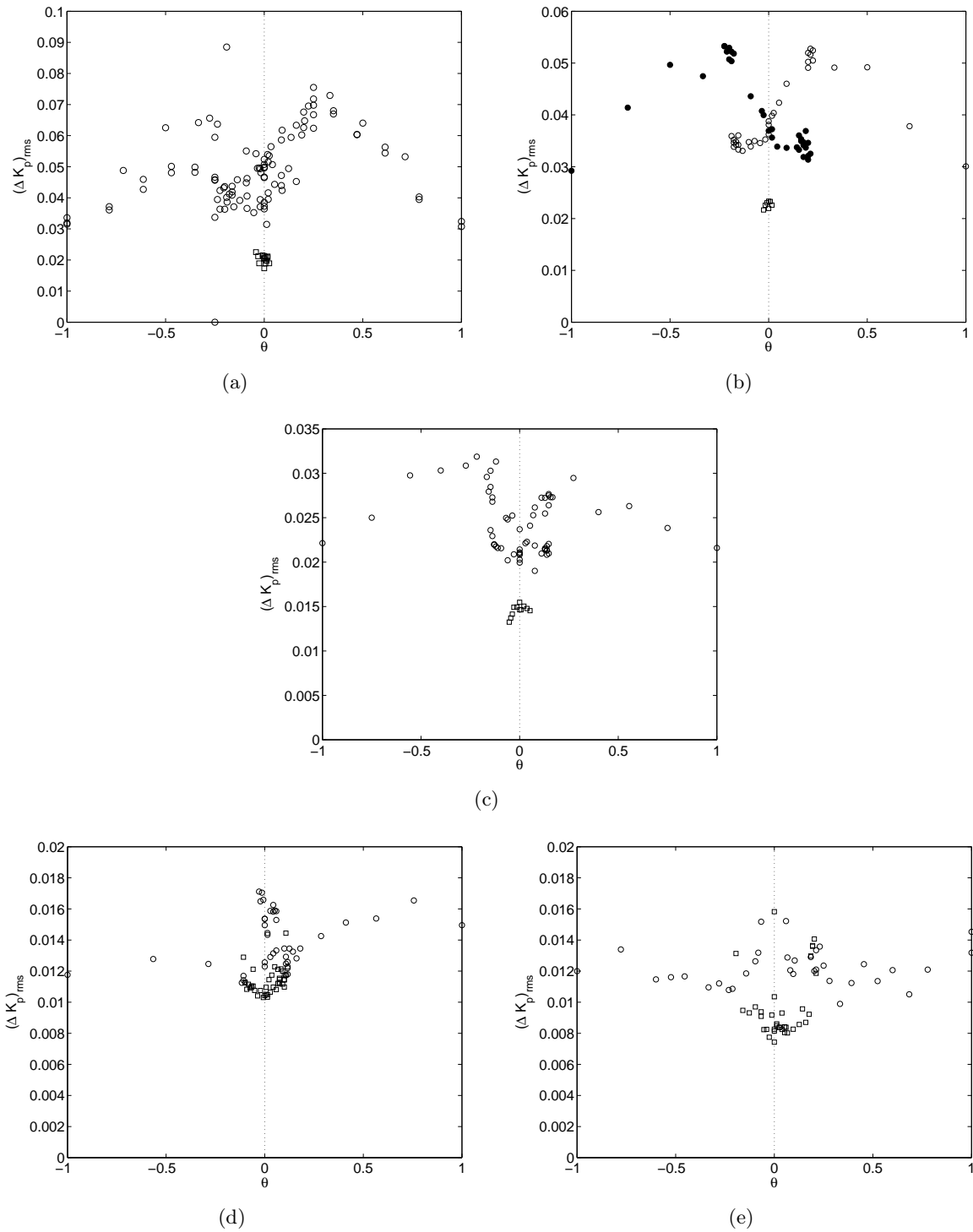


FIG. 3.28: Déviation standard de ΔK_p en fonction de θ pour différentes épaisseurs d'ailettes (a) : sans ailettes, (b) : 2mm, (c) : 5mm, (d) : 7.5mm et (e) : 10mm. Les (\square) représentent l'état central symétrique (s), et les (\bullet) fermés l'état (b_1) et les (\circ) ouverts l'état (b_2).

que les couples sont plus fluctuants en valeur absolue, mais légèrement inférieurs relativement pour les états bifurqués que pour l'état symétrique en $\theta = 0$ quelque soit l'épaisseur des ailettes. Pour la situation sans ailettes (a), la déviation standard des K_p pour le bifurqué est en effet de l'ordre de 0.06, soit un taux de fluctuation de 10%, tandis que la déviation standard du couple dans l'état symétrique est de l'ordre de 0.02, soit un taux de fluctuation de l'ordre de $10\% \pm 3\%$ (voir également figure 3.9 (a) page 84 pour une réelle mesure de la fluctuation de puissance injectée). Pour les ailettes de 7.5mm, dernière situation où les trois états coexistent en $\theta = 0$ (d), ces deux valeurs extrêmes de la déviation standard des couples sont de l'ordre de 0.018 et 0.008. On remarque enfin que pour les branches bifurquées, le couple fourni par la turbine vers laquelle l'écoulement est bifurqué est beaucoup plus fluctuant, cette tendance s'accroissant avec l'augmentation de l'épaisseur des ailettes.

L'étude de la valeur de la déviation standard de ΔK_p dans l'état (s) en $\theta = 0$, (symboles \square) confirme cette tendance à la diminution des fluctuations avec l'ajout d'ailettes. Cette valeur est en effet divisée par un facteur de l'ordre de 2.5 entre les situations (a)-sans ailettes et (e)-avec ailettes de 10mm. Nous concluons donc que les ailettes ont bien pour effet d'atténuer le niveau des fluctuations dans notre écoulement tourbillonnaire turbulent de von Kármán inertiuellement forcé à très grand nombre de Reynolds.

3.5.3 Stabilité de la branche centrale avec ailettes de 5mm

Nous supposons en outre que l'adjonction d'ailettes permet de stabiliser l'état (s). Aussi avons nous effectué une série de mesures des temps de vie de l'état (s) pour une cuve munie d'ailettes de 5mm. Le protocole expérimental est le même que celui décrit en section 3.3 page 91.

La figure 3.29 résume les résultats de cette étude. Les parties (a) et (b) de la figure sont respectivement l'histogramme des temps de transition et la CDF afférente pour une série de mesures effectuées en $\theta = 0.051$ et $f = 5.56Hz$. Nous nous sommes donc placé en un point dont, sans les ailettes de 5mm, le temps de vie serait nul. La distribution des temps de transition est exponentielle, et le temps caractéristique τ calculé par un ajustement nonlinéaire de la CDF est de 980 tours de disques.

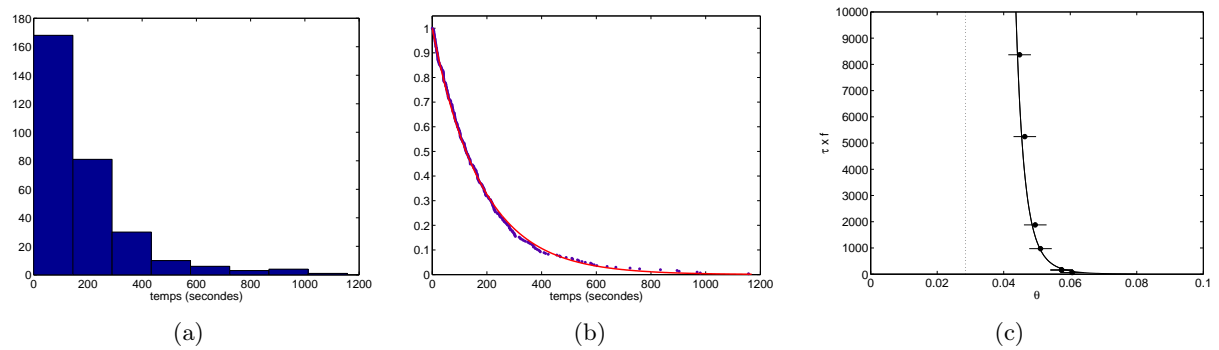


FIG. 3.29: Etude de stabilité de l'état (s) avec ailettes de 5mm. (a-b) Histogramme des temps de transition et Fonction Densité de probabilité Cumulée pour $\theta = 0.051$ et $f = 5.56Hz$. La CDF a été ajustée par une loi en $\exp[-(t - t_0)/\tau]$, avec $\tau \times f = 979$. Le coefficient de régression vaut $R^2 = 0.998$. (c) temps caractéristique τ fonction de θ et ajustement par une loi en $(\theta - \theta_c)^{-6}$. La valeur critique θ_c vaut 0.0285, avec un coefficient de régression $R^2 = 0.996$.

Nous avons effectué cette mesure pour plusieurs valeurs de θ . Les résultats sont regroupés en figure 3.29 (c). Les deux points qui s'écartent de la courbe ont été obtenus pour des valeurs

negatives de θ . Leur écart met en relief une légère dissymétrie expérimentale, entre $\theta > 0$ (turbine 2 du bas rapide) et $\theta < 0$ (turbine 1 du haut rapide). Nous avons, par analogie avec les résultats obtenus pour la configuration sans ailettes (section 3.3), ajusté la dépendance de τ en fonction de θ , pour $\theta > 0$, par une loi du type $\tau = (\theta - \theta_c)^{-6}$. Nous ne prétendons absolument pas avoir confirmé ni la validité de cette forme, ni la valeur de l'exposant dans ce cas précis, la plage de variation en θ étant trop faible pour une valeur aussi élevée d'exposant. Néanmoins, l'ajustement semble raisonnable, et cette loi fait ainsi apparaître une valeur critique de θ au delà de laquelle l'état (s) est stable. La valeur critique mesurée est de $\theta = 0.029$. Afin de confirmer la plage de stabilité de l'état (s), nous avons laissé l'expérience tourner pendant 72 heures de suite sur l'état (s), pour une valeur de la dissymétrie inférieure à cette valeur critique, en l'occurrence en $\theta = 0.020$. Nous n'avons pas observé de bifurcation.

Nous en concluons donc que l'état (s) est stabilisé par l'adjonction des ailettes.

3.5.4 Conclusions sur l'effet des ailettes

L'ajout d'ailettes verticales le long des parois cylindriques nous a permis de modifier à l'envie la structure du cycle d'hystérésis. Les ailettes ont une influence très forte sur les écoulements bifurqués, dont une caractéristique majeure est la forte rotation confinée près de la paroi. Elles modifient ainsi la stabilité relative des états symétriques et bifurqués. Pour des ailettes de 10mm, on lève une dégénérescence et le grand cycle se scinde en deux bifurcations classiques du premier ordre (Ravelet *et al.*, 2003).

3.6 Effet de la forme des turbines

Nous avons donc identifié un premier paramètre permettant de modifier la structure des cycles d'hystérésis. La présence d'ailettes de taille variable nous a permis de lever une dégénérescence pour l'état symétrique sur des turbines *TM60₂* dans le sens de rotation négatif, à haut *Re*. Les transitions entre les différents états sont cependant discontinues quelque soit la taille des ailettes employées. Or, pour les turbines à pales droites *TM80₂*, les transitions entre les différents états sont continues (voir figure 3.3 page 76). Nous nous attendons donc à ce qu'une modification de la courbure des pales change fortement la forme des cycles. Nous explorons dans cette section l'effet du paramètre α , pour quatre valeurs $0 \leq \alpha \leq 72^\circ$.

Dans le cadre de la campagne d'optimisation de VKS2, nous avons choisi d'utiliser des turbines munies de 8 pales, plus aisées à fabriquer. Nos turbines *TM60₂* sont, elles, munies de 16 pales, pour des raisons historiques. Nous avons donc fait des turbines à 8 pales de même courbure, les *TM87₂*. Les études comparatives rapportées dans cette section porteront sur quatre jeux de turbines différentes, toutes de rayon $0.925R_c$, munies de 8 pales, tournant en sens négatif, les *TM80₂*, *TM83₂*, *TM86₂*, et *TM87₂*. L'angle de sortie de pales pour ces turbines est : $\alpha = 0 ; 34 ; 57$ et 72° (voir tableau 1.1).

3.6.1 Evolution de la nature des transitions

Nous présentons en figures 3.30, 3.31 les cycles en K_p et en ΔK_p pour ces quatre turbines. Le cas des *TM80₂* a été décrit amplement en section 3.1. Rappelons que nous observons des transitions parfaitement continues entre les trois états pour $\theta = \pm 0.13$. Nous nous concentrerons d'abord sur les *TM87₂*, afin de vérifier que le nombre de pales ne rend pas de manière rédhibitoire notre étude caduque, en comparant les figures 3.30 (d) et 3.31 (d) aux figures 3.26 (a) et 3.25 (a).

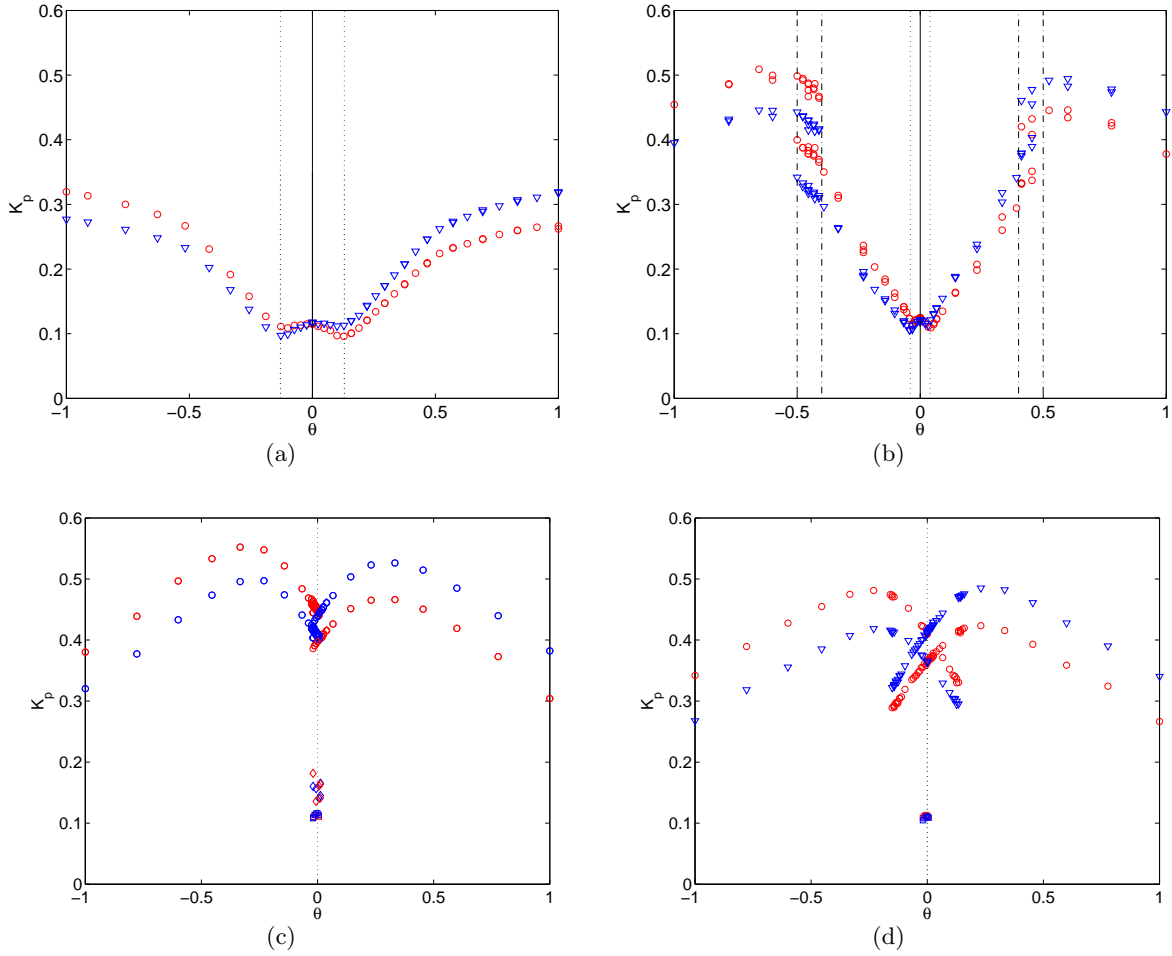


FIG. 3.30: K_{p1} (\circ) et K_{p2} (∇) en fonction de θ pour différentes turbines tournant dans le sens négatif (a) : $TM80_2$, (b) : $TM83_2$, (c) : $TM86_2$ et (d) : $TM87_2$. L'acquisition sur chaque point se fait pendant 180s à la fréquence de 30Hz. La fréquence de rotation en $\theta = 0$ est de 5Hz. Le fluide utilisé est de l'eau : $Re = 3 \times 10^5$. Pour (c-d), les (\square) représentent des états (s). Pour (c), la moyenne des signaux lors des excursions intermittentes est symbolisée par les (\diamond). Nous avons représenté par des traits verticaux pointillés les transitions continues entre un état à deux cellules et un état à une cellule, et par des traits alternés la plage d'intermittence pour la turbine $TM83_2$.

Turbines $TM87_2$ ((d) sur les figures)

Le cycle conserve la même structure que pour les turbines munies de 16 pales. On a bien une large hystérésis, et l'état symétrique ne peut être obtenu qu'à partir d'une montée à la consigne $\theta = 0$ simultanée pour les deux turbines. Toutefois, les extrémités des branches bifurquées anti-naturelles semblent s'être rapprochées de $\theta = 0$. Elles se trouvent en effet en $\theta \simeq \pm 0.15$ contre $\theta \simeq \pm 0.20$. De plus, la position du maximum de puissance dissipée s'est aussi très légèrement rapprochée de $\theta = 0$. Enfin, la valeur des couples chute significativement. On passe ainsi de $K_p = 0.15$ pour 16 pales à $K_p = 0.10$ dans l'état (s) pour 8 pales. Et la valeur de la différence des couples est elle aussi moins importante pour les turbines munies de 8 pales.

Quelque soit le type d'écoulement, l'augmentation du nombre de pales fait ainsi augmenter la puissance dissipée. En revanche, le comportement qualitatif est très similaire. Nous pouvons

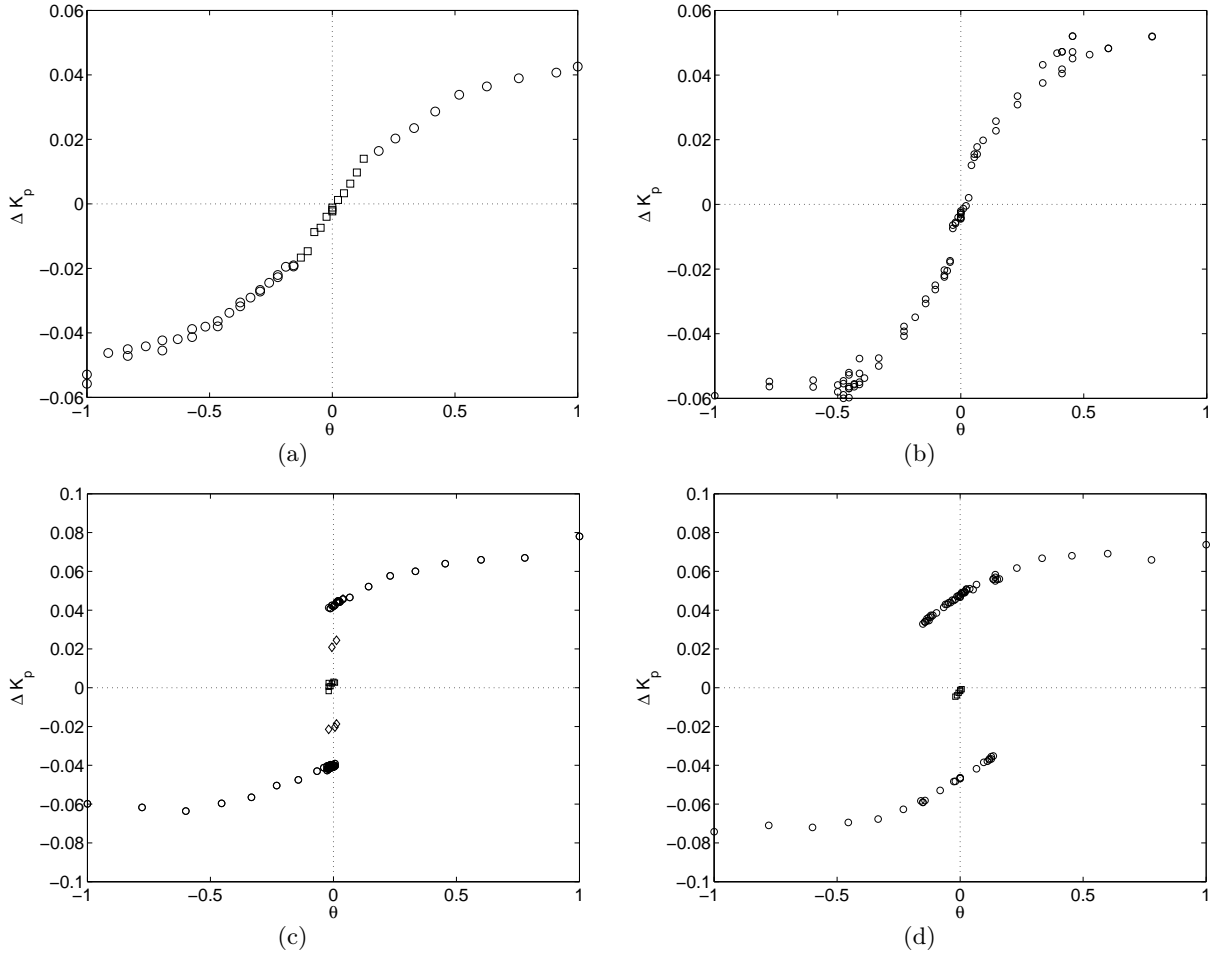


FIG. 3.31: ΔK_p en fonction de θ pour différentes turbines tournant dans le sens négatif (a) : $TM80_2$, (b) : $TM83_2$, (c) : $TM86_2$ et (d) : $TM87_2$. Les (\square) représentent l'état central symétrique (s), et les (\circ) les deux états bifurqués (b_1) et (b_2). (c) Les symboles (\diamond) pour les $TM86_2$ représentent la moyenne de ΔK_p lors des excursions intermittentes.

donc maintenant passer à l'étude des cycles pour les deux autres courbures intermédiaires.

Turbines $TM83_2$ ((b) sur les figures)

Tout d'abord, nous allons décrire le cycle pour la $TM83_2$, d'angle de sortie de pales $\alpha = 34^\circ$ (figures 3.30 (b) et 3.31 (b)). En $\theta = -1$, lorsque seule la turbine 1 est en rotation, nous nous trouvons dans un état à une cellule, avec le pompage dirigé vers la turbine 1, et la différence des couples est strictement négative. Nous identifions cet état à (b_1). En contrarotation parfaite, *i.e.* en $\theta = 0$, nous n'observons qu'un seul état stationnaire. Les valeurs de K_p sont faibles, de l'ordre de 0.10, et leur différence est nulle. Cet état possède deux cellules séparées par une couche de cisaillement. Nous sommes dans l'état (s). Pour cette courbure de pales, il n'y a donc pas coexistence d'états différents en $\theta = 0$, et l'étude du demi-plan $-1 \leq \theta \leq 0$ seule est a priori suffisante pour étudier la façon dont se fait la transition entre (b_1) et (s).

Plaçons nous en $\theta = -1$, dans l'état (b_1). En augmentant progressivement la valeur de θ , nous restons sur une branche continue jusque vers $\theta = -0.5$. Nous trouvons alors une zone s'étendant approximativement de $\theta = -0.5$ à $\theta = -0.4$ où l'écoulement n'est plus dans un

régime stationnaire, mais oscille entre deux «états» de manière intermittente.

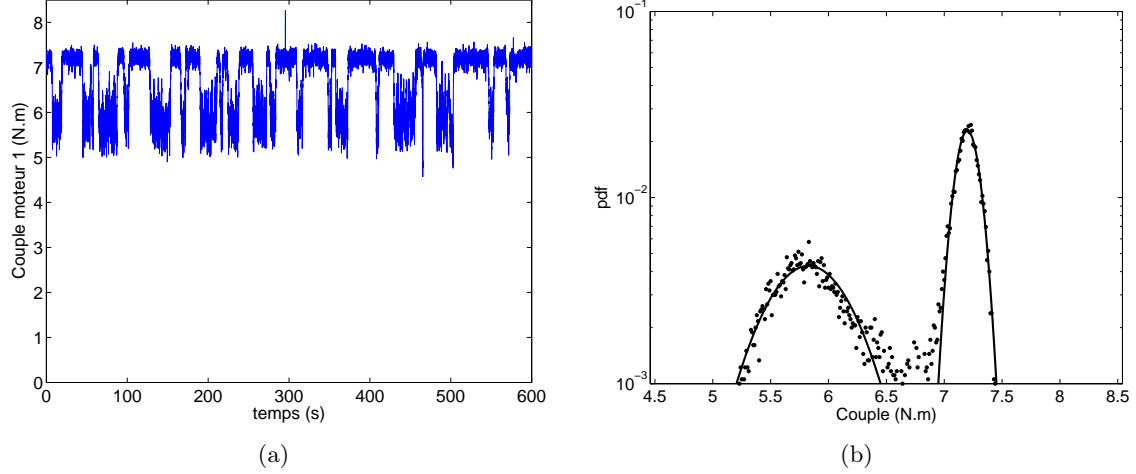


FIG. 3.32: Turbines $TM83_2$, cuve lisse. (a) Signal temporel du couple sur le moteur 1. Nous sommes en plein cœur du régime intermittent, en $\theta = -0.455$, pour $f = 6Hz$. (b) PDF du couple 1 et ajustement par deux gaussiennes, séparation entre les deux états imposée en $6.8N.m$.

Cette intermittence est illustrée en figure 3.32 par un signal de couple fourni par le moteur 1. Nous sommes en $\theta = -0.455$, avec une intensité du forçage $f = 6Hz$. Ce signal a été enregistré pendant 600 secondes, soit 3600 unités de temps. Nous avons également tracé la distribution de probabilité du couple. Nous pouvons observer deux pics sur la PDF, correspondant aux deux états. Nous avons ajusté deux gaussiennes sur la PDF en les séparant autour de $6.8N.m$. Nous avons donc tracé deux branches distinctes sur la figure 3.30 (b), entre les lignes verticales en traits et points alternés.

Dans le premier état, le couple adimensionnel vaut en moyenne 0.50, et la déviation standard est de 0.014, soit un taux de fluctuation de 3%. Cet état est continuellement connecté à l'état (b_1). Le vortex axial est très stable et vigoureux dans cet état. Dans le deuxième état, que nous nommerons «état bas», le vortex axial n'est plus aussi fermement accroché sur les turbines et ne cesse de se détruire et de se consolider au niveau de la turbine lente. Le couple est alors réduit d'environ 20% : il vaut en moyenne 0.40. La déviation standard est de 0.035, soit un taux de fluctuation d'environ 9%. Le couple 2 est lui aussi réduit d'environ 20%, et la différence des couples ΔK_p est approximativement la même dans l'état (b_1) et dans l'état bas : l'existence d'une deuxième branche distincte est ainsi indétectable dans le diagramme 3.31 (b). Les points de mesure y sont en revanche très dispersés autour de $\theta = -0.45$.

Nous remarquons également que le système visite les deux états pendant des temps qui semblent distribués de manière aléatoire. Sur l'exemple illustrant l'intermittence, pendant les 600 secondes du signal, le système visite ainsi 19 fois l'état haut (b_1) et 17 fois l'état bas. Nous avons alors calculé le temps moyen passé dans chaque état, et présentons en figure 3.33 la fraction de temps passé en moyenne dans l'état (b_1) en fonction de θ . Nous avons ainsi une mesure de l'importance de la plage intermittente. En $\theta \simeq -0.45$, le système passe en moyenne le même temps dans chaque état, et en $\theta = -0.4$ le système passe moins de 5% du temps dans l'état (b_1). Nous n'avons pas acquis assez de passages d'un état à un autre pour présenter une distribution des temps passés, l'ordre de grandeur maximum étant d'une vingtaine d'événements en 600 secondes, mais nous supposons que cette distribution est poissonnienne. Revenons maintenant au

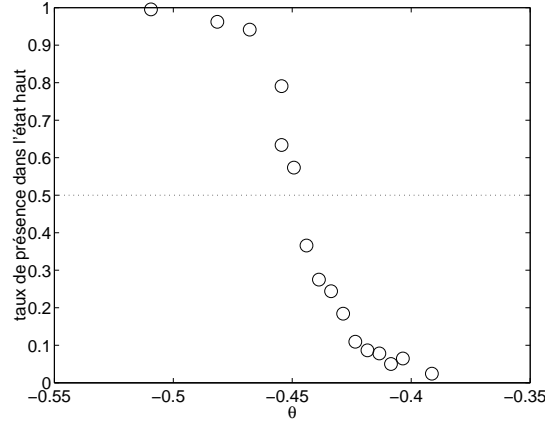


FIG. 3.33: Turbines $TM83_2$, cuve lisse. Taux de présence moyen dans l'état (b_1) en fonction de θ .

cycle.

Lorsqu'on continue à parcourir le cycle dans le sens des θ croissants, on quitte la plage de bistabilité pour $\theta \gtrsim -0.4$. Seul l'état bas est alors stable et observé de manière stationnaire. La transition entre cet état bas à une cellule et l'état (s) à deux cellules s'effectue pour $\theta \simeq -0.04$. Cette transition entre état bas et état (s), repérée par les lignes verticales en pointillés, semble continue sur les K_p (Fig. 3.30 (b)), et les courbes présentent la même forme de «w» autour de $\theta = 0$ observée précédemment pour les turbines à pales droites (3.30 (a)). En revanche, on observe un saut —du moins un fort raidissement de la courbe confinant à la tangente verticale— pour la différence des couples (figure 3.31 (b)). Une rupture de pente au moment de la transition entre état à une et deux cellules est également observée pour les pales droites (figure 3.31 (a)). On obtient un état symétrique à deux cellules (s) en $\theta = 0$. Si l'on continue maintenant le cycle, on observe bien les mêmes transitions pour des valeurs de $\theta > 0$.

Turbines $TM86_2$ ((c) sur les figures)

Passons maintenant à la troisième courbure de pales, avec des $TM86_2$ d'angle en sortie de pales $\alpha = 57^\circ$ (figures 3.30 (c) et 3.31 (c)). En $\theta = 1$, l'écoulement est dans un état (b_2). Lorsqu'on diminue progressivement la valeur de θ , nous restons sur la branche (b_2) de manière stable jusqu'en $\theta \gtrsim 0.013$. Nous avons alors vu apparaître des comportements non triviaux. Un exemple de ces comportements est donné en figure 3.34, où nous avons préparé l'écoulement dans l'état (b_2) pour $f = 5Hz$, puis avons amené la consigne en $\theta = 0$ et enregistré les signaux de couple pendant cinq heures, soit 9×10^4 tours de disques. L'écoulement peut parfois quitter l'état b_2 et aller faire des excursions très près de l'état (s) sans toutefois le rejoindre. Ces excursions correspondent à une tentative de reformation de deux cellules dans l'écoulement, et l'on voit presque se reformer une couche de mélange. La turbine qui lutte contre la rotation globale du fluide arrive ainsi à l'arrêter à son voisinage, mais ne parvient pas à mettre en rotation dans l'autre sens une moitié du volume en écoulement, ce qui correspondrait à une transition complète vers un état (s). Le fluide au contraire regagne sa rotation globale et l'écoulement redevient (b_2). Les états symétriques et bifurqués en $\theta = 0$ sont très nettement disjoints. Nous avons choisi de présenter sur les figures 3.30 et 3.31 les valeurs moyennes lors de ces excursions, et les points correspondants sont symbolisés par des (\diamond), particulièrement visibles sur la différence des couples.

Lorsque nous arrivons en $\theta = 0$, par valeurs de $\theta > 0$ depuis un état bifurqué (b_2), nous

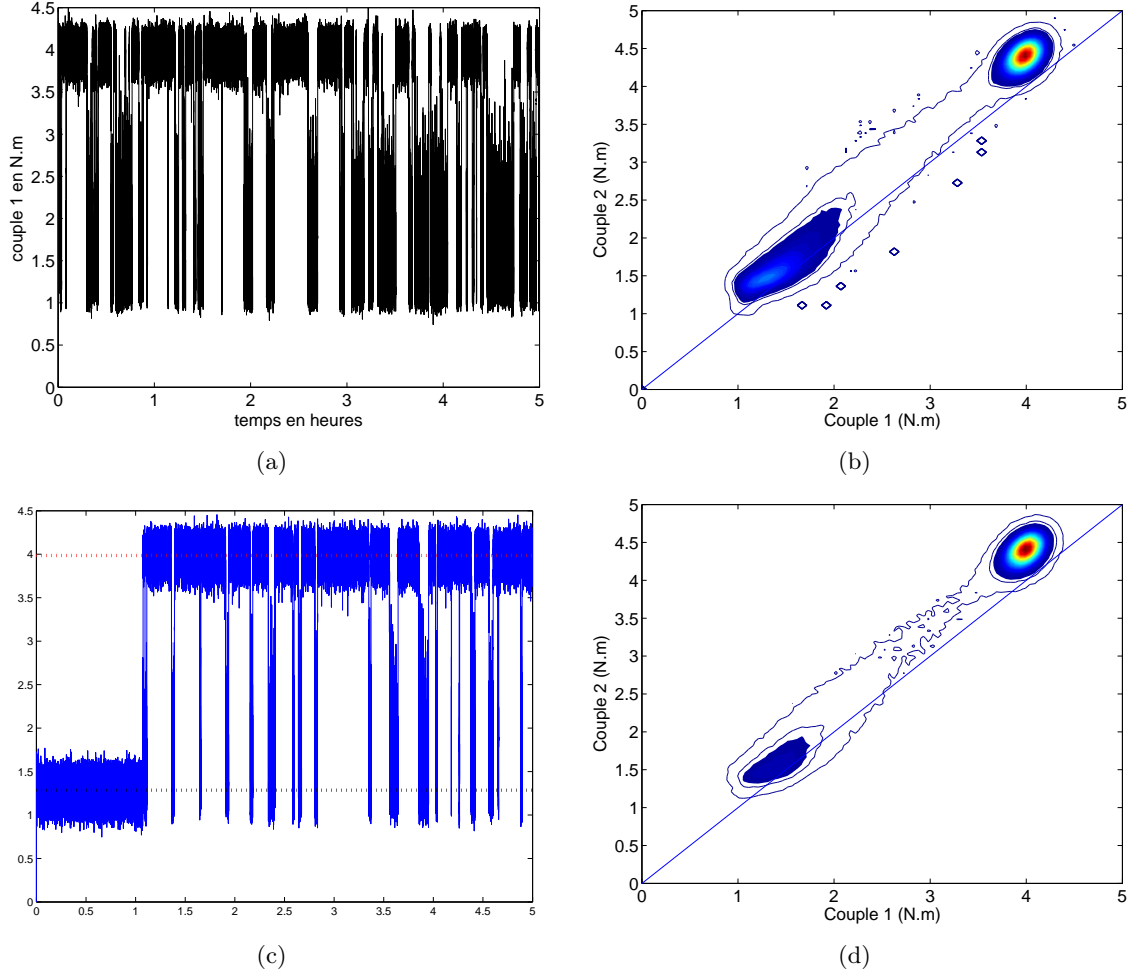


FIG. 3.34: Turbines TM86₂, cuve lisse. (a) Signal temporel en heures du couple sur le moteur 1 en N.m. L'écoulement a été préparé dans l'état (b_2) et amené en $\theta = 0$. L'enregistrement dure 5 heures. (b) PDF jointe des couples 1 et 2. Les deux contours enferment les densités de probabilités supérieures à 10^{-2} et à 10^{-1} . (c) Ecoulement préparé dans l'état (s) et amené en $\theta = 0.007$. (d) PDF jointe des couples 1 et 2 pour le signal privé de la première heure passée dans l'état (s).

observons ces excursions, mais nous n'avons jamais obtenu de passage par l'état (s) (voir figure 3.34 (a-b)). Lorsqu'on dépasse la valeur $\theta = 0$, en venant de (b_2), l'écoulement va quitter la zone d'influence de (b_2), rejoindre l'état (s) de manière transitoire, puis finalement aller explorer l'état (b_2) par intermittence, dans une situation symétrique à celle décrite ci-dessus. Nous estimons la plage des comportements non triviaux à $-0.015 \lesssim \theta \lesssim 0.015$.

Nous n'avons pas mené d'étude systématique des statistiques de transition entre les différents états pour cette courbure de pales, mais nous avons testé la stabilité de plusieurs points dans la fourchette $-0.020 \lesssim \theta \lesssim 0.020$, pendant cinq heures à $5Hz$, soit 9×10^4 tours de disques, en ayant préparé le système dans les différents états. La seule manière d'obtenir l'état (s) de manière stable est de partir de la condition initiale $\theta = 0$. Le point central semble lui aussi être stable marginalement. En effet, sur la figure 3.34 (c-d), l'écoulement préparé dans l'état (s) en $\theta = 0$ puis amené en $\theta = 0.007$ reste dans l'état (s) pendant plus d'une heure, puis va aller rejoindre l'état (b_2) pour cette valeur de $\theta > 0$ de manière intermittente, en faisant des excursions vers l'état (s) sans y arriver. Nous résumons de manière schématique les résultats de notre exploration

de la zone $-0.020 \lesssim \theta \lesssim 0.020$ en figure 3.35.

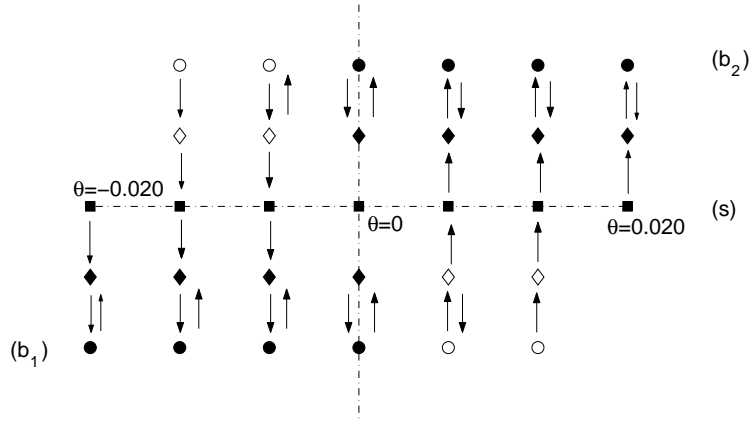


FIG. 3.35: Turbines $TM86_2$, cuve lisse. Schéma de la stabilité des différents états dans la zone $-0.020 \lesssim \theta \lesssim 0.020$ dans un plan $\{\theta ; \Delta K_p\}$. (\square) : état (s), (\diamond) : états intermédiaires toujours intermittents, (\circ) : états bifurqués. Les flèches symbolisent les transitions/excursions intermittentes observées. Les symboles fermés correspondent à des états naturels et les symboles ouverts à des états antinaturels.

Pour cette courbure de pales (57°), retenons simplement qu'il y a coexistence d'états distincts en $\theta = 0$.

3.6.2 Evolution du taux de fluctuation des couples

Nous avons également étudié le taux de fluctuation des couples en fonction de θ . Les résultats pour les quatre turbines considérées sont présentés en figure 3.36. Les fluctuations relatives des couples sont plus importantes pour les états à deux cellules. Le taux de fluctuation dans l'état (s) en $\theta = 0$ est sensiblement égal pour les quatre courbures de pales, et vaut environ 12%. Nous remarquons également que les valeurs des K_p sont elles aussi égales en ce même point pour les quatre turbines (figure 3.30). Autour de $\theta = 0$, les courbes pour la $TM80_2$ et la $TM83_2$ ont le même comportement : le taux de fluctuation du couple commence par diminuer lorsqu'on dissymétrise l'écoulement. Au moment de la transition entre écoulement à deux cellules et écoulement à une cellule, le taux de fluctuation sur la turbine rapide (turbine 1, \circ pour $\theta < 0$) atteint un minimum local. Le taux de fluctuation est ensuite sensiblement indépendant de θ dans l'état à une cellule pour la $TM80_2$. On note la très forte différence des taux de fluctuations entre les états bas et hauts dans la plage intermittente pour les $TM83_2$, le taux de fluctuation étant environ deux fois plus faible dans l'état haut continuellement connecté à l'état à un disque $\theta = -1$.

Pour la turbine $TM87_2$ dont le cycle est fortement hystérétique et conduit à la stabilité marginale de l'état (s), nous remarquons une augmentation très rapide du taux de fluctuation sur la partie antinaturelle des branches bifurquées. La même tendance, plus faible, est observée sur les $TM86_2$.

Nous ne nous étendrons pas plus sur ces mesures de taux de fluctuation des couples, si ce n'est pour remarquer enfin que ce dernier est systématiquement plus faible en $\theta = -1$ (une cellule) qu'en $\theta = 0$ (deux cellules dans l'écoulement). Cela est lié à la présence de la couche de mélange dans l'écoulement, qui augmente ainsi fortement le niveau de fluctuation global.

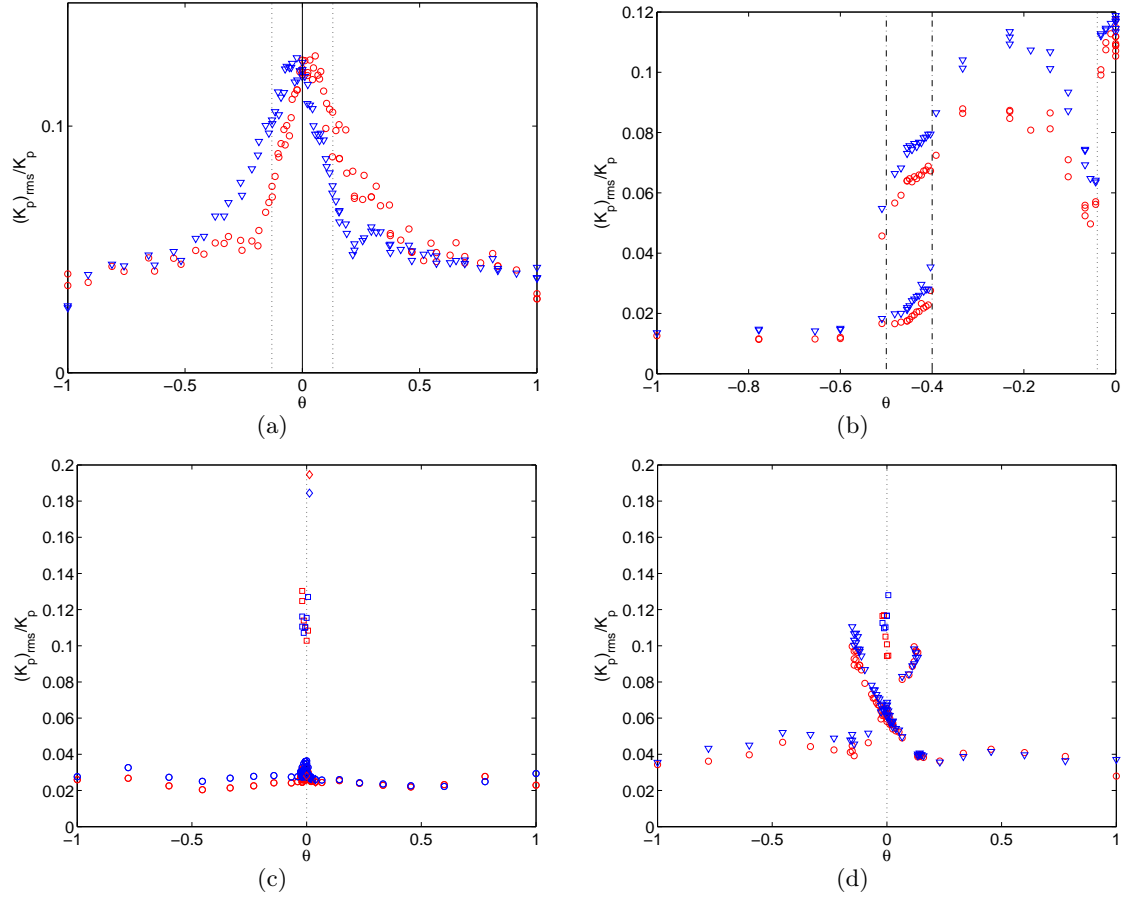


FIG. 3.36: Taux de fluctuation des couples, i.e. déviation standard relative de K_p en fonction de θ pour différentes turbines tournant dans le sens négatif (a) : $TM80_2$, (b) : $TM83_2$, (c) : $TM86_2$ et (d) : $TM87_2$. Les \circ correspondent à la turbine 1, les ∇ correspondent à la turbine 2.

Conclusions sur l'effet de la courbure

La courbure des pales, mesurée par l'angle en sortie de pales α joue donc sur la continuité des transitions entre les différents états. Dès les faibles courbures (34°), on observe des discontinuités, avec des comportements intermittents entre deux états à une cellule, dont l'un est beaucoup plus fluctuant. Le cycle en ΔK_p commence par se raidir avant de se scinder en plusieurs branches, et la coexistence des trois états en $\theta = 0$ est observée pour les courbures $\alpha \gtrsim 57^\circ$.

3.7 Dynamique instationnaire et intermittente, pilotage en couple

3.7.1 Au delà des écoulements stationnaires en moyenne

Au cours des études systématiques concernant la bifurcation globale, nous avons pu observer divers comportements instationnaires dans notre système. Nous traiterons dans cette section des turbines $TM60_2$, tournant dans une cuve lisse, à très grand nombre de Reynolds. De tels comportements ont tout d'abord été observés à l'occasion des études portant sur la transition $(b_2) \rightarrow (b_1)$, lorsqu'on impose la vitesse de rotation des deux turbines (voir section 3.4). Nous y revenons brièvement au paragraphe 3.7.2.

La discontinuité des transitions pour ces mêmes turbines implique de plus la présence de zones dans l'espace $\{\theta ; \Delta K_p\}$ où il n'y a pas de solutions stationnaires lorsqu'on impose la valeur de θ (voir page 80). Nous explorons finement au paragraphe 3.7.3 les comportements intermittents dans cette zone en utilisant la régulation en couple.

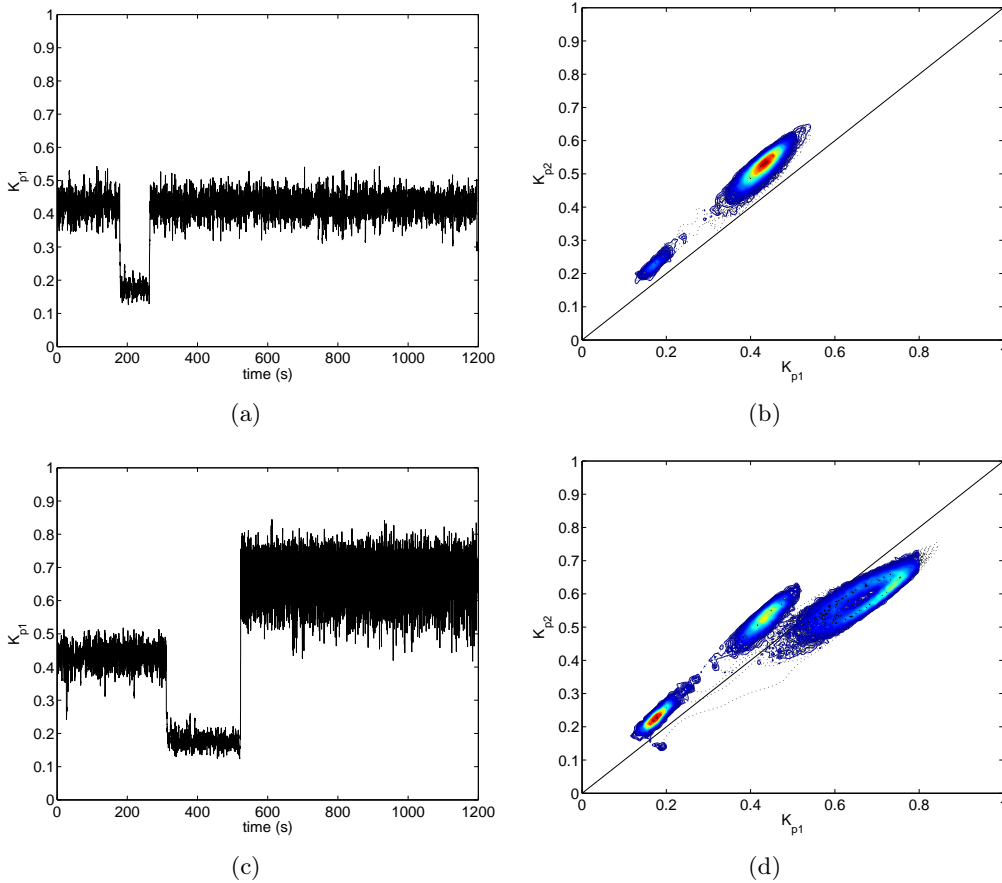


FIG. 3.37: Turbines $TM60_2$ —, cuve lisse. (a) Signal temporel de couple sur le moteur 1. L'écoulement a été préparé dans l'état (b_2) , puis amené en $\theta = -0.116$, i.e. dans une situation antinaturelle où $f_1 > f_2$. L'intensité du forçage vaut $f = 3.61\text{Hz}$. (b) Parcours dans l'espace $\{K_{p1} ; K_{p2}\}$ pour la même expérience, le code couleur correspondant à la densité des points dans cet espace. (c) et (d) : mêmes graphiques pour une autre réalisation de la même expérience.

3.7.2 Etats intermédiaires pour les turbines $TM60_2$ commandées en vitesse

Recherchons d'abord les limites de ce que l'on peut faire en pilotant en vitesse près de la «zone interdite».

Les comportements décrits ci-après ont été explorés en détails pour deux valeurs de θ , $\theta = -0.143$ et $\theta = -0.116$, à $f \simeq 3.6Hz$. Nous avons effectué environ 200 expériences pour chacun de ces deux points, en préparant l'écoulement dans l'état bifurqué antinaturel (b_2), et en enregistrant le couple sur les deux moteurs pendant 1200 secondes pour chaque réalisation expérimentale. Nous avons représenté en figures 3.37 (a-b) et (c-d) deux situations typiques pour $\theta = -0.116$. Sur chacune de ces deux paires de figures, nous avons tracé le signal temporel du couple adimensionnel sur le moteur 1, ainsi que les trajectoires parcourues dans le plan $\{K_{p1} ; K_{p2}\}$.

Dans le premier exemple (figure 3.37 (a-b)), l'écoulement reste dans l'état (b_2) pendant environ 170 secondes, avant de tomber sur un état où les couples sont beaucoup plus faibles. La transition est marquée par une chute brutale de K_{p1} et par une trajectoire directe dans le plan $\{K_{p1} ; K_{p2}\}$. Cet état se trouve toujours du côté $K_{p2} > K_{p1}$. Nous avons donc un $\Delta K_p > 0$, tout comme l'état (b_2) dont il est issu. Nous considérons que ce régime est bien un «état» possible du système dans la mesure où dans le plan $\{K_{p1} ; K_{p2}\}$, le système reste bloqué dans une région de taille restreinte pendant un temps assez long (voir le code couleur qui correspond à la densité d'évènements enregistrés dans une région donnée). Le fluide qui était globalement en rotation dans le sens de la turbine 2 est très fortement ralenti. Il n'arrive cependant pas, dans ce cas particulier à changer son sens de rotation et à rejoindre l'état (b_1). Au bout d'environ 130 secondes, l'écoulement quitte cet état intermédiaire pour retourner dans l'état (b_1).

Une deuxième situation est possible, illustrée par la figure 3.37 (c-d). Les transitions observées sont tout d'abord une transition depuis (b_2) vers l'état intermédiaire qui se produit au bout d'environ 300 secondes. Cet état survit environ 200 secondes, soit environ 720 unités de temps f^{-1} . L'écoulement rejoint alors la branche bifurquée naturelle (b_1), où $\Delta K_p < 0$. Cette transition est très nette et se traduit aussi par une trajectoire unique dans le plan $\{K_{p1} ; K_{p2}\}$.

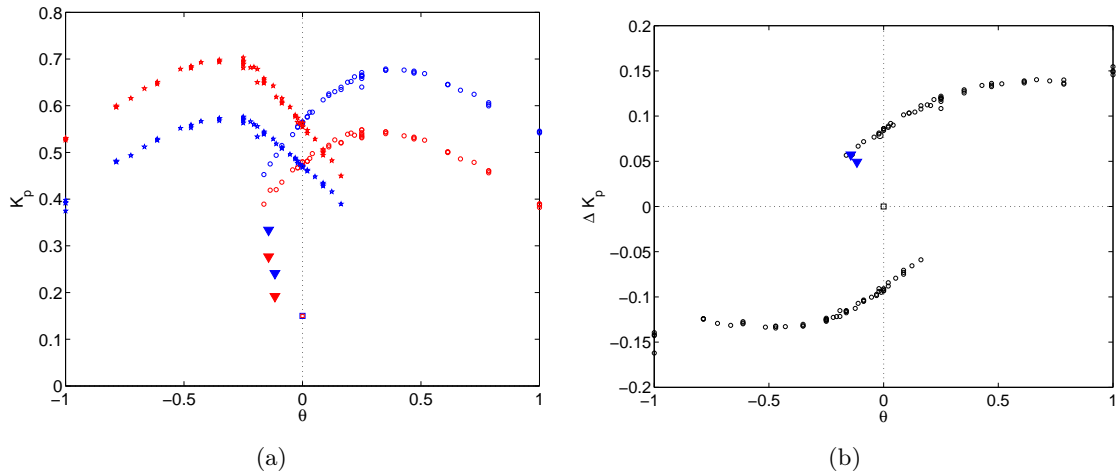


FIG. 3.38: Couples K_p (a) et différence des couples ΔK_p (b) en fonction de θ pour des turbines $TM60_2$. On impose ici la fréquence de rotation des deux turbines, donc la valeur de θ . Nous avons rajouté ici deux points (∇) correspondant à la moyenne temporelle dans l'état intermédiaire observé de manière transitoire lors des transitions entre états bifurqués antinaturels et naturels.

Nous avons donc découvert un nouvel état transitoire situé entre les branches bifurquées

antinaturelles et naturelles. Depuis cet état, obtenu uniquement à partir d'une déstabilisation de l'état bifurqué antinaturel, on peut indifféremment rejoindre la branche (b_1) ou la branche (b_2). Nous avons représenté les valeurs moyennes de K_p et ΔK_p dans cet état sur la figure 3.38, au moyen des symboles (∇). Les deux valeurs moyennes de K_p sont très différentes de celles en bifurqué, ainsi que des valeurs moyennes de K_p dans l'état (s). On remarque par contre que la différence des couples est identique à celle dans l'état (b_1) pour $\theta = -0.143$, et très légèrement inférieure pour $\theta = -0.116$, présentée en figure 3.38. Cet état intermédiaire amorce ainsi un début de connexion entre branche (b_1) et (s) dans le diagramme en différence de couple, et visite la «zone interdite».

3.7.3 Exploration de la «zone interdite» pour les turbines $TM60_2$ commandées en couple

Notre motivation est d'explorer la zone inaccessible à notre système muni de turbines $TM60_2$ tournant dans le sens négatif à vitesses imposées à grand nombre de Reynolds. En effet, dans ce cas, les valeurs de la différence des couples adimensionnels $0 < |\Delta K_p| \lesssim 0.05$ ne correspondent à aucun état stationnaire du système (voir figure 3.5 page 79, les commentaires en page 80 et l'étude statistique de la stabilité de l'état (s) en section 3.3). Nous avons évoqué de manière générale le cycle effectué à couple imposé au paragraphe 3.1.4 page 81, et insistons donc ici sur les comportements instationnaires dans la zone interdite.

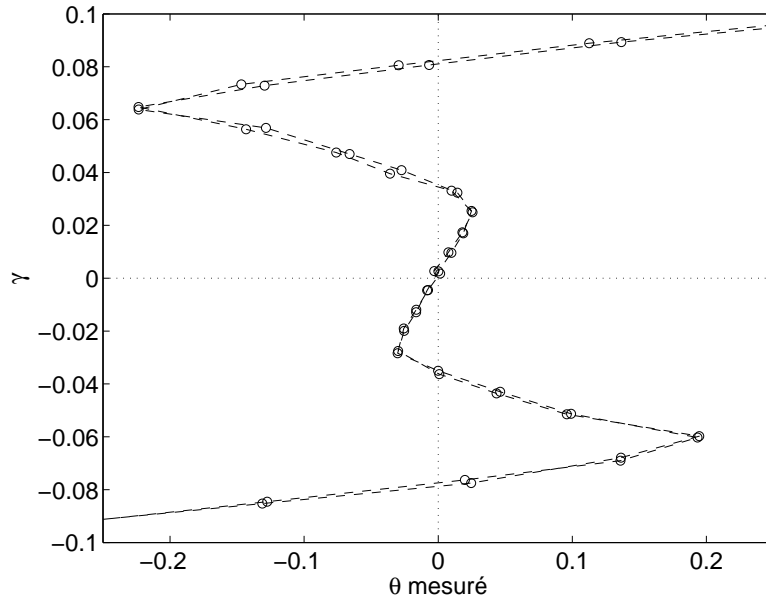


FIG. 3.39: Dissymétrie de la consigne en couple γ imposée en fonction du θ moyen mesuré. Nous n'avons gardé que la partie $-0.1 < \gamma < 0.1$.

Nous allons donc partir de l'état (s), en $\gamma = 0$ et $\theta = 0$, avec nos deux turbines tournant en moyenne à $524rpm$, et remonter progressivement le long de l'axe des ordonnées. Le premier résultat fort est que l'état (s) est stabilisé lorsque nous imposons des déséquilibres absolus de couple compris entre 0 et 0.026 (figure 3.39). La turbine 1 sur laquelle on réduit le couple exercé garde une vitesse moyenne à peu près constante, tandis que la turbine 2 qui fournit le couple le plus élevé accélère légèrement (figure 3.7 (a)). Le fait que la branche centrale soit stable dans cette gamme de déséquilibres de couples peut également nous fournir une piste permettant d'expliquer la distribution des temps d'attentes (voir section 3.9, page 128); l'évènement particulier

déclencheur de la bifurcation pour des turbines pilotées en vitesse serait alors une conséquence, ou bien créerait un déséquilibre relatif des couples supérieur à ce seuil de 0.026.

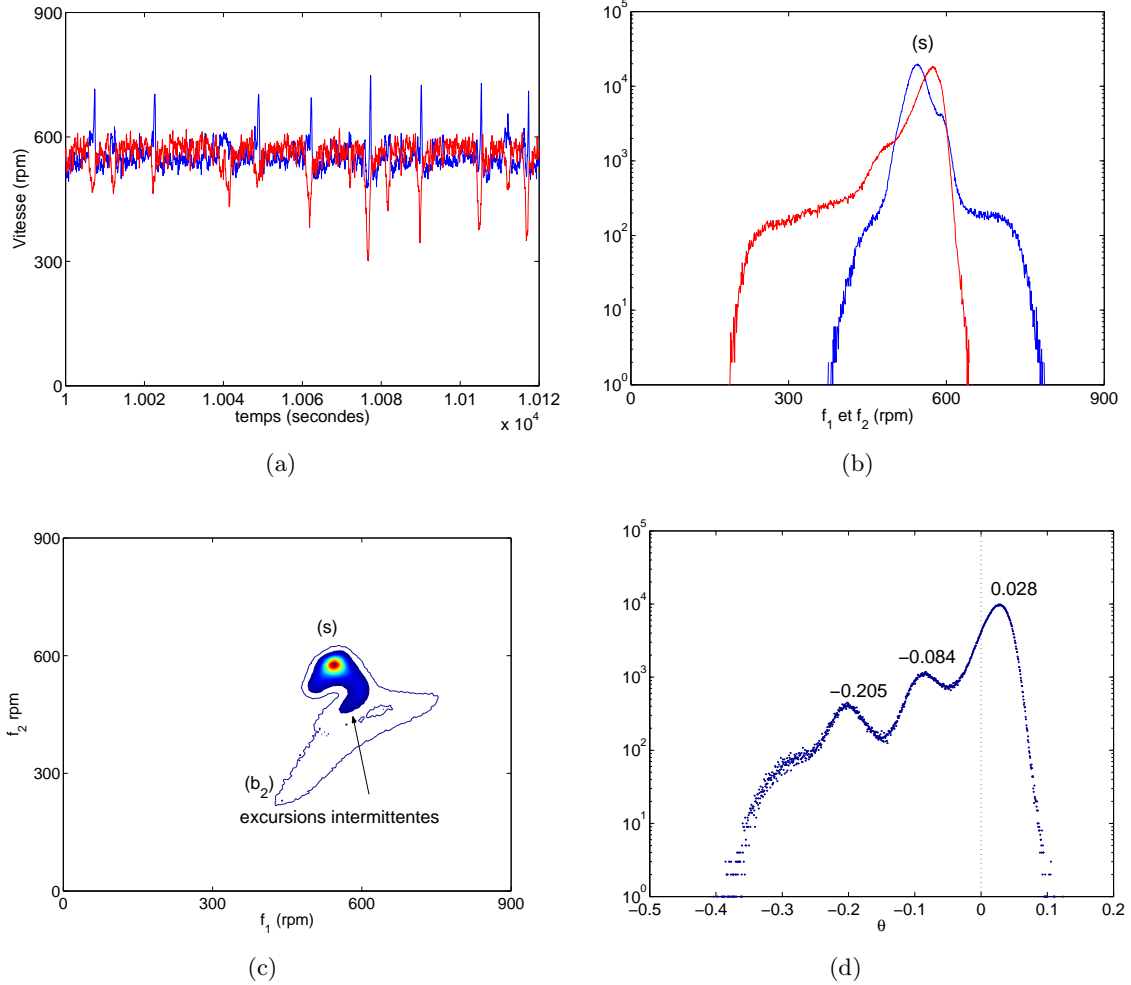


FIG. 3.40: (a) Extrait de 120 secondes de signal temporel de f_1 (bleu) et de f_2 (rouge) pour $\gamma = 0.029$. (b) Histogramme de f_1 (bleu) et f_2 (rouge) en $\gamma = 0.029$. (c) PDF jointe des vitesses de rotation des turbines en $\gamma = 0.029$. Le contour fermé représente les niveaux de densité de probabilité supérieurs ou égaux à 10^{-6} . (d) Histogramme des θ visités. Signaux acquis pendant 10 heures et échantillonnés à $30Hz$.

Lorsque nous arrivons en $\gamma = 0.026$, nous observons alors des comportements intermittents sur une plage $0.026 \lesssim \gamma \lesssim 0.067$. Nous illustrons ces états par les trois figures 3.40, 3.41 et 3.42, correspondant à trois valeurs de γ dans cette plage. Sur chacune de ces figures, nous avons tracé un extrait de 120 secondes de signal temporel des vitesses de rotation des turbines, un histogramme des vitesses des turbines, une PDF jointe des vitesses et un histogramme des θ visités par le système. Les données ont été acquises pendant 10 heures. Schématiquement, on peut résumer la situation de la manière suivante. L'écoulement à deux cellules n'est pas stable pour ces valeurs du déséquilibre de couples. Il va donc chercher à rejoindre une des deux branches bifurquées. Mais le point de fonctionnement stationnaire dans l'état bifurqué est tel que la différence des couples qui s'établirait pour compenser le frottement à la paroi cylindrique est supérieur à celui que l'on impose. Le système ne peut donc rester dans un état à une cellule et va ainsi osciller de

façon intermittente entre un état à deux cellules et un état à une cellule.

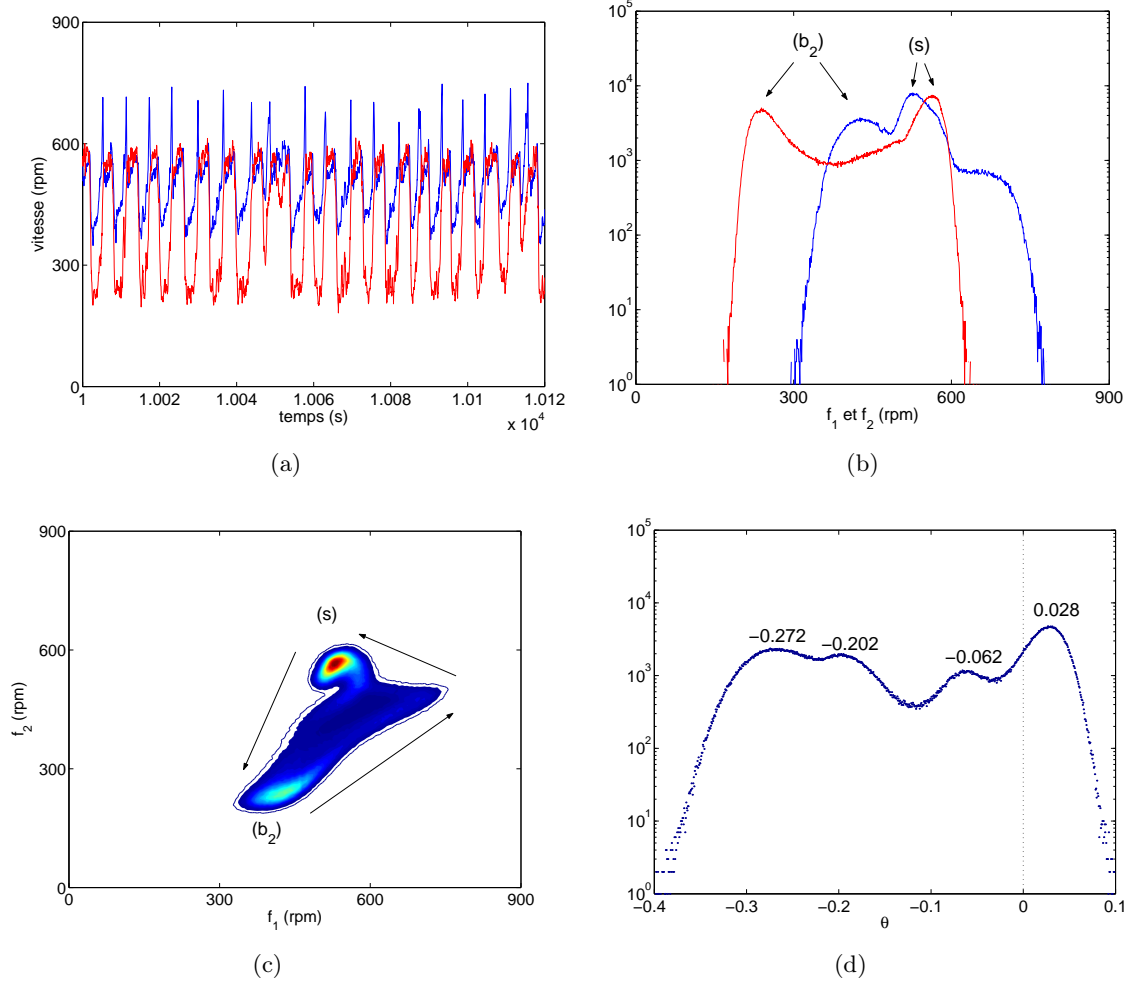


FIG. 3.41: (a) Extrait de 120 secondes de signal temporel de f_1 (bleu) et de f_2 (rouge) pour $\gamma = 0.046$. (b) Histogramme de f_1 (bleu) et f_2 (rouge) en $\gamma = 0.046$. (c) PDF jointe des vitesses de rotation des turbines en $\gamma = 0.046$. Le contour fermé représente les niveaux de densité de probabilité supérieurs ou égaux à 10^{-6} . (d) Histogramme des θ visités. Signaux acquis pendant 10 heures et échantillonnés à 30Hz .

Analysons brièvement une séquence au début de la plage intermittente, en $\gamma = 0.029$ (figure 3.40). L'état le plus visité est un état à deux cellules, où les vitesses sont élevées. La turbine 1 qui fournit le couple le plus faible va parfois accélérer et la turbine 2 va ralentir de manière très corrélée. Grâce à des observations, on se rend compte que la couche de mélange semble disparaître alors, happée par la turbine 1, et le fluide est mis en rotation plutôt par la turbine 2. Nous avons donc des excursions vers (b_2) , mais vers un état (b_2) antinaturel, où la turbine 2 tourne moins vite que la turbine 1. Ceci est particulièrement visible sur les histogramme de vitesse (b). L'examen de la PDF jointe (c) nous apprend qu'il existe réellement un chemin préférentiel dans l'espace $\{f_1 ; f_2\}$ pour s'échapper de l'état (s) sous forme d'une petite virgule qui va vers des valeurs plus élevées de f_1 et plus faibles de f_2 . Le système n'arrive pas à rejoindre l'état (b_2) qui se trouve être visité avec une densité de probabilité de l'ordre de 10^{-6} , alors que l'état (s)

correspondant à la tache rouge a une densité de probabilité de 5×10^{-4} . Sur l'histogramme des θ visités (d), nous observons trois pics, en $\theta = 0.028$, $\theta = -0.084$ et $\theta = -0.205$, correspondant respectivement à l'état (s), à un point visité lors de l'accélération de 1 et du ralentissement de 2, et à l'état (b_2) que le système cherche à rejoindre.

Pour un point situé en milieu de cette plage où sont observés les comportements intermittents, par exemple en $\gamma = 0.046$, l'écoulement oscille de manière presque périodique entre l'état (s) et l'état (b_2), en empruntant un chemin particulier, symbolisé par les flèches dans le diagramme 3.41 (c). On remarque deux zones fortement visitées sur la PDF jointe, dont les densités de probabilités sont de 1.5×10^{-4} et 0.7×10^{-4} . Les valeurs de θ pour ces deux pics de la PDF jointe sont respectivement $\theta = 0.028$ et $\theta = -0.272$. Ces deux points correspondent à un état (s) et à un état (b_2), et l'on peut noter que ces deux points sont tous deux en dehors des zones stationnaires du plan $\{\theta ; \gamma\}$, que l'on règle en couple ou en vitesse. Néanmoins, cette valeur extrême de θ pour le bifurqué antinaturel est à mettre en regard avec notre étude sur la stabilité des états bifurqués, en particulier avec la figure 3.24 page 99, où nous avons pu observer des états (b_2) instables avec un temps de vie typique de l'ordre de la dizaine d'unités de temps. Les autres pics sur la PDF de θ correspondent au chemin en forme de corne parcouru dans le plan $\{f_1 ; f_2\}$.

En fin de plage intermittente, en $\gamma = 0.064$ (figure 3.42), l'écoulement reste presque toujours dans l'état (b_2), en $\theta = -0.212$, la turbine 2 tournant moins rapidement que la turbine 1. Ce point est très proche de la limite de stabilité de l'état régulé en vitesse. Nous pouvons encore observer de rares excursions vers un état rapide à deux cellules (s) de $\theta = 0.030$, les densités de probabilités étant de 8×10^{-4} dans l'état (b_2) et 2×10^{-6} dans l'état (s).

Nous synthétisons en figure 3.43 l'ensemble des mesures effectuées, et faisons en particulier apparaître sur cette figure les points visités de manière intermittente. Les symboles \square représentent des états à deux cellules, et les \star des états à une cellule.

conclusions

Cette étude nous a permis de mieux connaître et comprendre la stabilité des différents états. Tout d'abord, l'état à deux cellules séparées par une couche de mélange est stabilisé lorsqu'on impose aux moteurs de délivrer le même couple. On obtient également une plage de stabilité pour cet état qui s'étend de $\gamma \simeq -0.03$ à $\gamma \simeq 0.03$, les valeurs des θ moyens stabilisés correspondant sont dans la gamme $|\theta| \lesssim \pm 0.03$. Nous en concluons donc que le frottement sur la paroi dans un état à deux cellules parvient à maintenir le système stable pour des valeurs relatives de la différence de couple inférieures ou égales à 0.03. La distribution en exponentielle des temps de vie de l'état (s) régulé en vitesse nous avait fait penser à un événement déclencheur dont la densité de probabilité serait mesurée par l'inverse du temps de vie caractéristique mesuré (voir page 128). Cet événement causerait dans ce cas une différence relative des couples supérieure à 0.03 pendant un temps suffisant pour provoquer la bifurcation.

Enfin, l'état bifurqué antinaturel est stationnaire lorsqu'on règle en couple jusqu'à des valeurs correspondant à $\theta \simeq \pm 0.20$, et à un déséquilibre de couple imposé de ± 0.07 . Nous pouvons donc en déduire que les états bifurqués régulés en vitesse sont stables jusqu'à ce qu'un événement provoque un déséquilibre relatif des couples inférieur à cette valeur pendant un temps suffisamment long. En revenant sur les études de stabilité effectuées à vitesse imposée lors de la section 3.4, ces valeurs nous permettent de trancher en faveur d'un changement de comportement en $\theta \simeq -0.21$, valeur de θ pour laquelle la fréquence globale caractéristique de la branche bifurquée antinaturelle s'annule.

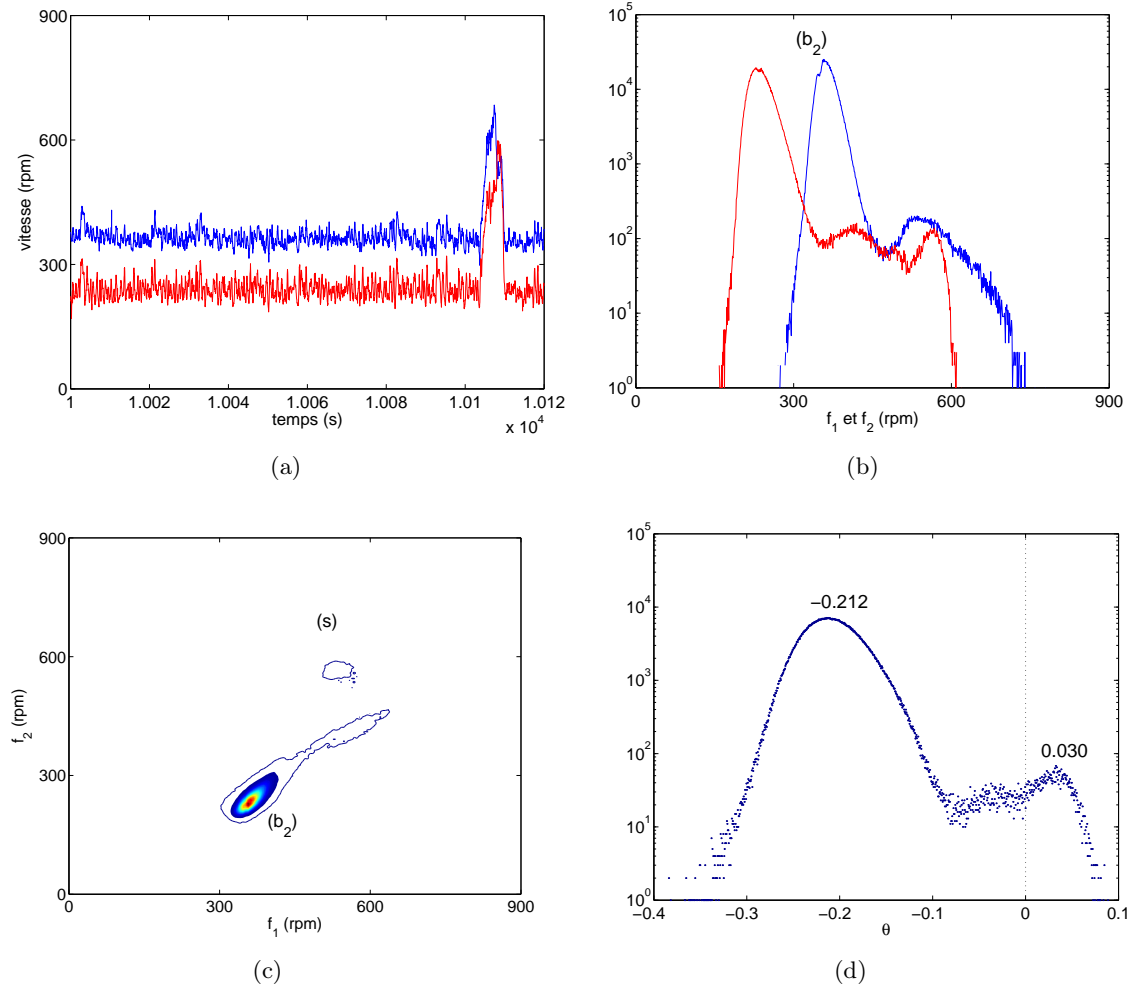


FIG. 3.42: (a) Extrait de 120 secondes de signal temporel de f_1 (bleu) et de f_2 (rouge) pour $\gamma = 0.064$. (b) Histogramme de f_1 (bleu) et f_2 (rouge) en $\gamma = 0.064$. (c) PDF jointe des vitesses de rotation des turbines en $\gamma = 0.064$. Le contour fermé représente les niveaux de densité de probabilité supérieurs ou égaux à 10^{-6} . (d) Histogramme des θ visités. Signaux acquis pendant 10 heures et échantillonnés à 30Hz .

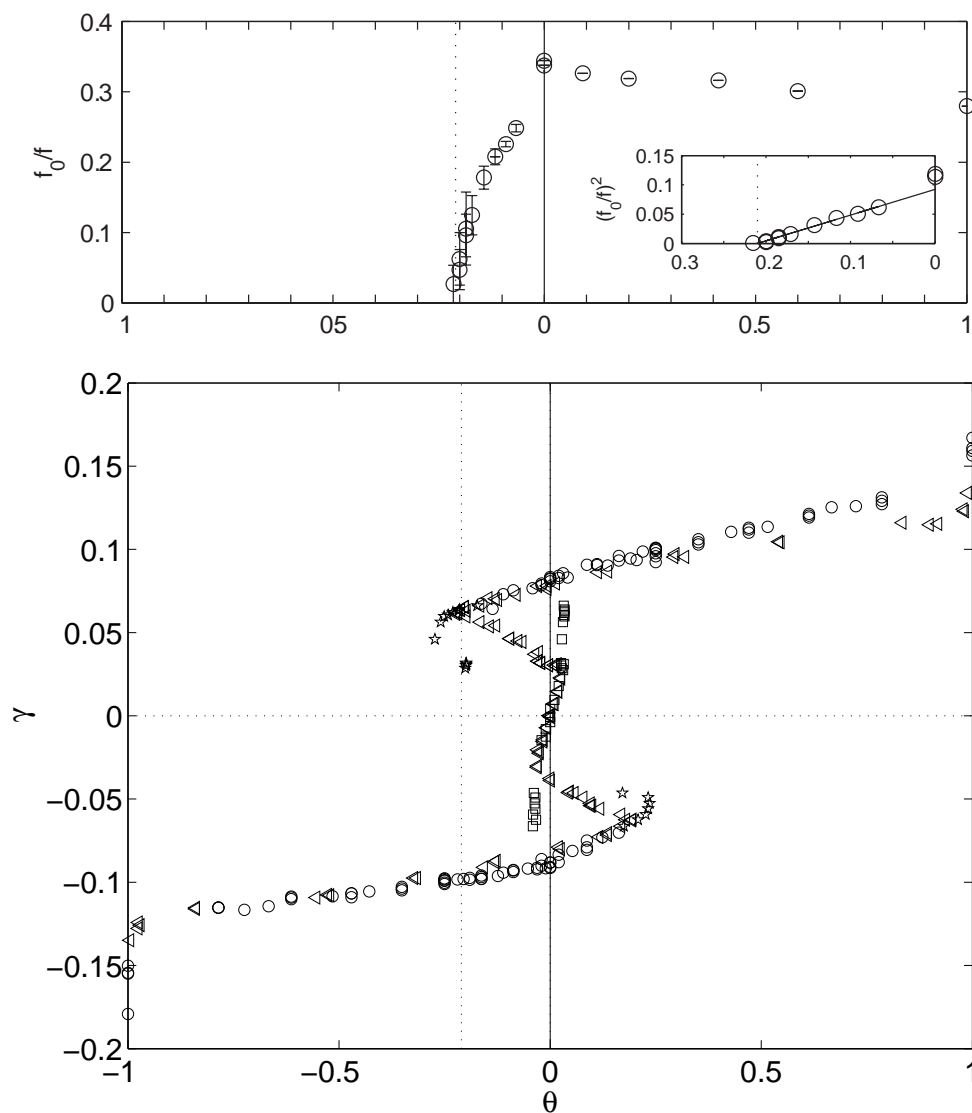


FIG. 3.43: Figure de synthèse des cycles effectués à vitesses de rotation imposées (\circ) ou à couples imposés (\square , \triangleleft et \star) pour les turbines TM60₂ en sens (—), dans un cylindre lisse. La figure du haut est une reproduction de la figure 3.21 page 96. Dans le cas des cycles à couples imposés, les (\triangleleft) représentent la moyenne brute de θ , les (\star) représentent les états à une cellule visités de manière intermittente, et les (\square) représentent les états à deux cellules visités de manière intermittente.

3.8 Rôle du champ de vitesse moyen et du nombre de Reynolds

Nous avons insisté tout au long de ce chapitre sur la valeur élevée du nombre de Reynolds dans notre expérience et sur l'intensité de la turbulence. Nous avons en effet décrit des transitions et trouvé des régimes de coexistence entre plusieurs écoulements *moyens* dans un régime de turbulence développée, pour $Re > 10^5$. Ces transitions sont fortement sous-critiques, conduisant à une très forte hystérésis, et nous les avons traitées à la manière d'une transition de phase du premier ordre, utilisant la différence des couples *moyens* comme un paramètre d'ordre. Le caractère statistique des transitions nous suggère que les fluctuations turbulentes revêtent un rôle très important. Mais se contentent-elles de provoquer les transitions entre des états qui existeraient sans bruit, ou sont-elles à l'origine de la coexistence de plusieurs états moyens, à la manière d'une «noise-induced bifurcation» (Residori *et al.*, 2002; Mallick & Marcq, 2003a,b) ?

Nous avons réalisé des cycles entre $\theta = -1$ et $\theta = 1$ pour des turbines $TM60_2$ tournant dans le sens négatif dans une cuve cylindrique lisse, en variant la viscosité du fluide utilisé. Nous sommes ainsi descendu jusqu'aux régimes où l'écoulement instantané est laminaire. Nous présentons sur la partie (a) de la figure 3.44 les valeurs de la différence des couples adimensionnels ΔK_p en fonction de θ pour des cycles obtenus pour trois valeurs différentes du nombre de Reynolds, dans des régimes où l'écoulement est chaotique, puis turbulent. Nous avons reproduit en partie (b) de cette même figure le cycle effectué pour $Re \simeq 3 \times 10^5$. Nous renvoyons le lecteur à la section 2.5 du chapitre 2 pour tout ce qui concerne la caractérisation du régime de contrarotation en fonction du nombre de Reynolds.

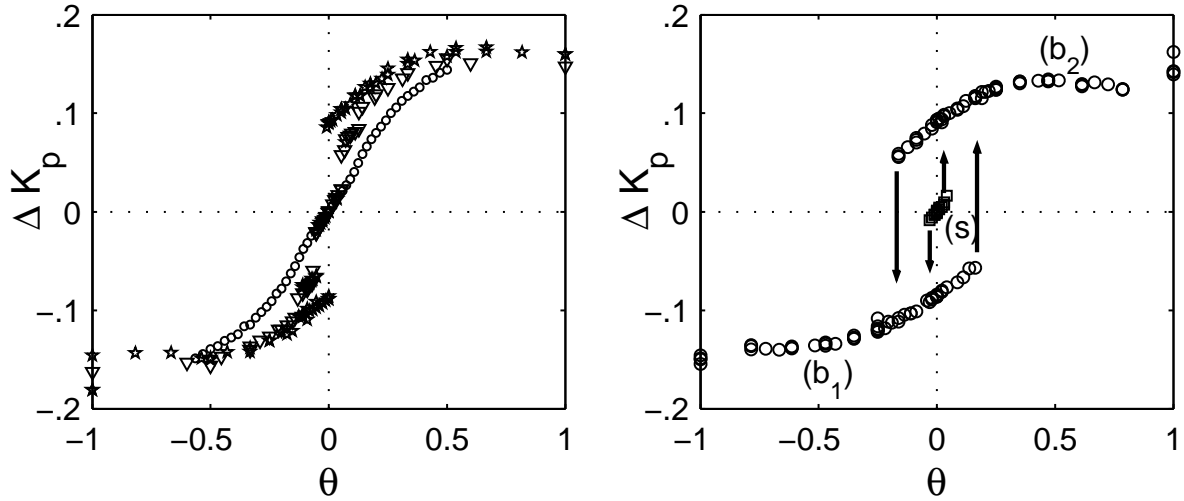


FIG. 3.44: Cycles réalisés pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Turbines $TM60_2$ tournant en sens négatif dans une cuve lisse. (a) (○) : $Re = 800$, (▽) : $Re = 5600$, (★) : $Re = 10^4$. (b) Pour mémoire, cycle dans l'eau, $Re > 10^5$.

Pour $Re = 800$ (○), on a une courbe continue similaire à celle obtenue pour des turbines à pales droites (figure 3.3). Pour cette valeur du nombre de Reynolds, l'écoulement de contrarotation est dépendant du temps de manière non triviale, mais pas encore turbulent (voir chapitre 2 page 69). Pour $Re = 5600$ (▽), on observe des transitions du premier ordre : on voit apparaître cinq branches, la différence des couples présentant une discontinuité en $\theta = \pm 0.13$ et une autre en $\theta = \pm 0.075$. Il y a donc apparition d'un état intermédiaire entre (b₁) et (s) puis entre (s) et

(b_2). Celui-ci est très fluctuant : son taux de fluctuations est 5.8 fois celui de b_1 en $\theta = -0.13$. Le taux de fluctuation de (s) est lui 3.7 fois celui de (b_1), situation comparable au cas présenté en figure 3.3, où le couple dans l'état à deux cellules a un taux de fluctuation bien plus important que dans l'état à une cellule. L'écoulement est alors déjà turbulent, mais la turbulence n'est pas pleinement développée. Nous n'avons pas encore de coexistence en $\theta = 0$ d'états moyens différents, et on peut obtenir l'état (s) depuis n'importe quelle condition initiale.

Lorsque Re atteint environ 10^4 (★), on observe la coexistence des trois états (b_1), (b_2) et (s) en $\theta = 0$. En revanche, la valeur moyenne des couples consommés dans l'état bifurqué en $\theta = 0$ vaut environ 0.30 à $Re \simeq 10^4$, et vaut environ 0.50 à $Re \simeq 5 \times 10^5$, comme permet de le voir la courbe présentant K_p fonction de Re pour $\theta = 0$. Nous avons aussi reporté sur la figure 3.45 la branche bifurquée (★) en $\theta = 0$. La puissance dissipée en régime stationnaire dans cet écoulement bifurqué en $\theta = 0$ va donc subir une forte évolution entre $Re \simeq 10^4$ et $Re \simeq 10^5$. Nous y voyons encore une preuve de l'importance des frottements visqueux à la paroi pour l'écoulement bifurqué.

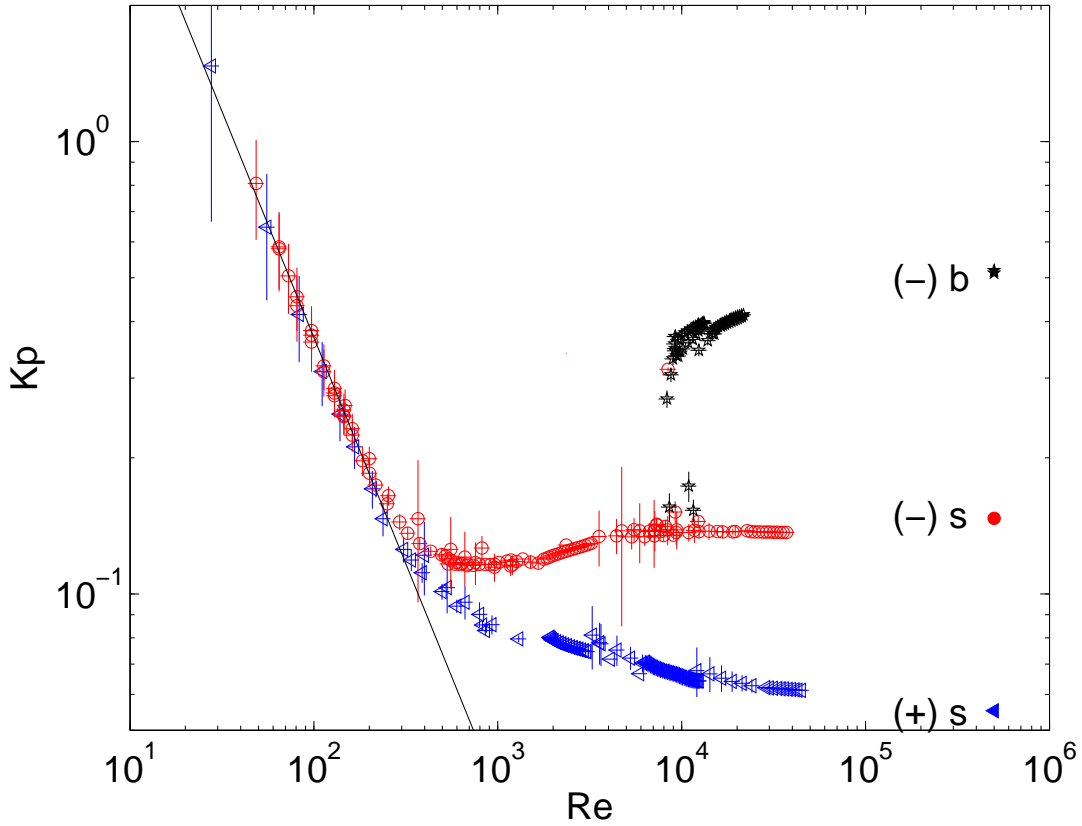


FIG. 3.45: $K_p = (K_{p1} + K_{p2})/2$ en fonction de Re en échelle log-log. (◁) : sens de rotation (+). (○) : sens de rotation (-), état (s). (★) : sens de rotation (-), état (b).

La coexistence des trois états en $\theta = 0$ n'est pas observée pour $Re \lesssim 10^4$. Pour un écoulement laminaire, les transitions entre états à une cellule et états à deux cellules se font de manière continue. Cela nous conduirait à penser que la présence de fluctuations turbulentes est nécessaire pour conserver les états bifurqués en $\theta = 0$. Cependant, si l'écoulement instantané devient turbulent lorsque la valeur du nombre de Reynolds augmente, le champ de vitesse moyen se modifie très fortement lui aussi, comme nous l'avons vu au chapitre 2 à travers l'étude de l'évolu-

tion de quelques grandeurs globales hydrodynamiques avec le nombre de Reynolds. Notamment, l'épaisseur des couches limites et le rapport de l'efficacité entre dissipation turbulente dans le volume de l'écoulement et dissipation par frottement visqueux sur la cuve cylindrique évoluent continuellement avec le nombre de Reynolds. Or, grâce aux études de stabilité, à l'utilisation des ailettes et de courbures de pales diverses, nous avons mis en relief l'importance de la forte rotation près de la paroi, et du frottement subséquent. Les écoulements moyens à très grand nombre de Reynolds vont dans le sens d'une stabilité accrue des états à un disque. Nous ne pouvons conclure maintenant sur la question du caractère «noise-induced», puisque le «niveau de bruit» turbulent n'est pas réglable indépendamment des caractéristiques du champ de vitesse moyen dans une expérience.

3.9 Discussion, modélisation

3.9.1 Nature des cycles observés et forme de l'écoulement moyen

La nature très particulière du cycle d'hystérésis observé pour les turbines $TM60_2$ tournant dans le sens négatif dans une cuve lisse, et à très grand nombre de Reynolds ($Re > 10^5$) nous a longtemps intrigué. En effet, le fait que l'état (s) soit réduit à un point peut être considéré comme un «effet mémoire» : si l'écoulement se trouve dans l'état (s), alors on connaît la façon dont le système a été mis en route. Les deux turbines doivent avoir été amenées à la consigne exactement en parallèle. De plus, les deux branches bifurquées se recouvrent grandement. Notre système est ainsi très sous-critique.

Nous expliquons tout d'abord l'existence des états bifurqués en $\theta = 0$ par des arguments simples d'hydrodynamique des écoulements quasi-inviscides, dans l'esprit de Batchelor (1951) et Stewartson (1953). Puis nous revenons sur l'effet des ailettes latérales sur la forme globale du cycle, en comparant la situation obtenue ici à d'autres situations similaires.

Hydrodynamique des écoulements à grand nombre de Reynolds

Au cours de sa thèse, Louis Marié (2003) a étudié dans le dispositif VKR qui peut être mis en rotation globale les effets de la force de Coriolis sur un écoulement de von Kármán forcé inertiuellement à grand nombre de Reynolds. Ses résultats montrent que la rotation du cylindre extérieur lisse se traduit simplement par l'ajout d'une couche limite visqueuse dont les effets sont parfaitement négligeable d'une part, et que les régimes d'exakte contrarotation *dans un référentiel tournant* peuvent être réinterprétés en termes de régimes déséquilibrés dans un référentiel inertiel. Construisons alors des solutions en rapport d'aspect fini pour notre écoulement de von Kármán à grand nombre de Reynolds avec :

- toute solution de Batchelor (1951) tronquée pour $r \leq R_c/2$;
- un écoulement de recirculation en rotation pour $R_c/2 \lesssim r \leq R_c$;
- et une fine couche limite confinée au niveau du cylindre extérieur, qui rattrape cette rotation.

L'écoulement symétrique à deux cellules (s) est simplement décrit dans le référentiel du laboratoire comme deux régions en contrarotation, séparées par une couche de cisaillement en $z = 0$. Dans le cas des écoulements bifurqués, en remarquant qu'un des deux disques éjecte le fluide et que l'autre le réinjecte vers le centre, nous comparons ces écoulements aux solutions proposées par Batchelor (1951) et Stewartson (1953) pour les régimes de corotation (se traduisant avec nos conventions de signe par $f_1 f_2 < 0$: l'une des deux turbines tournant dans le sens positif et l'autre dans le sens négatif). Ces régimes sont caractérisés par une rotation uniforme dans le volume de l'écoulement et un pompage dirigé d'un disque vers l'autre, la recirculation étant

rejetée à l'infini.

L'examen de la figure 3.4 (c) page 77 nous conduit alors à remarquer que la rotation est quasiment nulle pour $0 \leq r \leq R_c/2$ dans les états bifurqués. Nous émettons donc l'hypothèse selon laquelle les écoulements (b_1) et (b_2) sont équivalents à des écoulements en corotation *observés dans un référentiel tournant* à $\pm f_r$, avec $|f_r| > \max(|f_1|, |f_2|)$ (Ravelet *et al.*, 2004). Cette opération «remet» les turbines en contrarotation dans le référentiel du laboratoire. Comme nous l'avons montré au chapitre 2, des turbines larges et aux pales fortement courbées conduisent à une très forte rotation confinée près de la paroi cylindrique par l'effet de «pelote basque».

La stabilité de ce type de solution «Batchelor en corotation» est donc clairement renforcée pour ce type de turbines. Ainsi, le cycle est progressivement créé par l'augmentation de la courbure des pales (section 3.6). Enfin, l'étude de l'évolution du cycle avec le nombre de Reynolds (section 3.8) va dans le même sens d'une stabilisation des états bifurqués à mesure que les couches limites diminuent et que la forte rotation se concentre près de la paroi.

Nature du cycle d'hystérésis

Nous avons montré en section 3.5 que l'ajout d'ailettes latérales le long de la paroi cylindrique conduit à lever une dégénérescence, le grand cycle se scindant en deux bifurcations classiques du premier ordre. L'effet mémoire et la stabilité marginale du point central apparaissent ainsi essentiellement liés à la nature même du cycle.

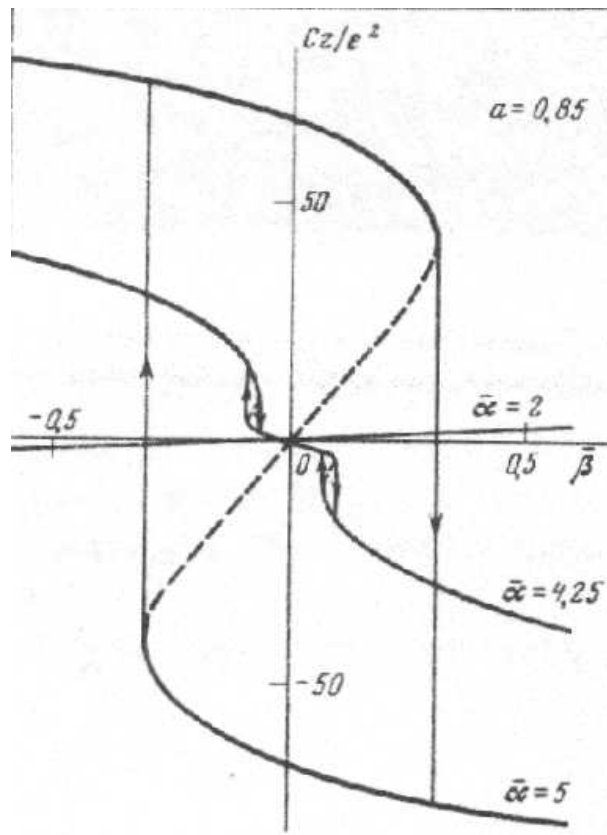


FIG. 3.46: Moment de lacet Cz exercé sur une aile Δ en fonction de l'angle de glissement β , pour diverses valeurs de l'angle d'attaque α . Figure extraite de Goman *et al.* (1985).

Des cycles possédant une telle structure ont été observés lorsqu'on souffle dans un coin (Shtern & Hussain, 1996). Il peut alors se former deux cellules et l'écoulement est symétrique, ou bien la symétrie est brisée, un seul vortex est créé : le jet s'attache à l'un ou l'autre côté du coin. On observe également une collision de deux bifurcations sous-critiques pour le moment de lacet sur des ailes delta pour de fortes valeurs de l'angle d'attaque (Goman *et al.*, 1985), menant à un large cycle d'hystérésis pour de forts angles d'attaque (voir figure 3.46). Dans le cas de l'aile delta, le raisonnement de Goman *et al.* (1985) est fait pour un cas inviscide, et pour l'écoulement dans un coin, Shtern & Hussain (1996) raisonnent également sur un cas inviscide, en réintroduisant la viscosité près des parois comme un moyen de fixer certains paramètres libres du problème.

Dans ces deux exemples, on arrive à décrire des problèmes similaires au nôtre par un système dynamique à petit nombre de degrés de liberté, écrit pour des grandeurs globales. De plus, ces cycles respectent les symétries du problème (symétrie \mathcal{R}_π dans notre cas) dans leur globalité. Ces remarques nous serviront à construire un modèle au paragraphe 3.9.3. Nous avons développé quelques arguments inviscides pour exprimer la possibilité de l'existence des états bifurqués. Notre système est de plus turbulent, et très fluctuant. La distribution statistique des temps d'attente avant bifurcation —des temps de vie de l'état symétrique— étudiée en section 3.3 nous conduit à nous interroger sur la signification de la loi exponentielle obtenue. Nous commençons donc par en donner une interprétation au paragraphe 3.9.2, ce qui nous conduit à identifier une le moment cinétique total et les couples comme des grandeurs globales pertinentes pour décrire ce système par un système dynamique à petit nombre de degrés de liberté. Nous terminons au paragraphe 3.9.3 par l'écriture d'une équation d'amplitude reproduisant les principales caractéristiques, et les évolutions du cycle.

3.9.2 Rôle du bruit, interprétation de la loi exponentielle

La distribution des temps d'attente avant bifurcation —des temps de persistance de l'état symétrique— est une loi exponentielle dont le temps caractéristique τ varie comme $|\theta|^{-6}$ (section 3.3). Pour une expérience donnée, la probabilité de rester dans l'état symétrique au bout d'un temps t après le début de l'expérience décroît exponentiellement avec ce temps t . La transition $(s) \rightarrow (b)$ ne se produit donc pas au bout d'un transitoire déterminé, auquel cas la distribution eût été piquée autour d'une valeur précise. Par contre, au vu de la forme exponentielle de la distribution, comme le montre l'illustration développée ci-dessous, on peut imaginer que ce temps d'attente corresponde au temps qu'il faut attendre statistiquement pour voir se produire un certain évènement dans l'écoulement.

Illustration par un exemple simple

Afin de mieux comprendre comment peut se construire une distribution de temps d'attente en exponentielle, étudions un problème simple sur un système discret. Supposons par exemple que nous prenions un dé à six faces et comptons le nombre de lancers nécessaires à l'obtention d'un 6. La probabilité d'obtenir un 6 est de $p = \frac{1}{6}$ à chaque lancer. Donc, la probabilité d'obtenir 6 au premier lancer est $P_6(1) = p$. La probabilité d'obtenir 6 au bout d'exactly deux lancers est quant-à elle $P_6(2) = p \times (1 - p)$. On suppose ici implicitement que le résultat du deuxième lancer est indépendant du résultat du premier. En itérant ce raisonnement, on se convainc que la distribution de probabilité du nombre n de lancers avant obtention d'un 6 suit la loi :

$$P_6(n) = p \times (1 - p)^{n-1}$$

Dans le cadre d'un processus continu, l'hypothèse d'indépendance entre deux tirages équivaut à supposer que le processus est δ -corrélé en temps. On suppose enfin que le processus est homogène

dans le temps, ce qui implique que la probabilité que l'évènement auquel on s'intéresse arrive pendant le temps infinitésimal dt est proportionnelle à dt et égale à $l dt$. Par un raisonnement analogue à celui sur le système discret, on arrive à un système différentiel, dont l'intégration donne pour la probabilité de ne pas observer d'évènement pendant un temps t la loi : $P_0(t) = \exp(-lt)$. Ceci équivaut en fait de manière formelle à considérer un processus de Poisson de paramètre lt , et à s'intéresser à la probabilité de zéro occurrence du processus.

Le paramètre l du processus de Poisson représente la densité temporelle d'évènements. Pour un processus δ -corrélé, ce paramètre est directement lié à la densité de probabilité de l'évènement. Le temps caractéristique τ que nous avons mesuré par ajustement non-linéaire des CDF de temps de transitions (voir figure 3.17 (b)) est peut-être ainsi lié à la densité de probabilité d'un évènement particulier qui déclenche la bifurcation. Nous posons donc l'hypothèse d'un évènement déclencheur de la bifurcation, et proposons une piste au paragraphe suivant.

Une fluctuation du moment cinétique total peut-elle déclencher la bifurcation ?

En s'inspirant des travaux de Marié *et al.* (2004a), si l'on écrit un bilan de l'intégrale sur le volume fluide du moment cinétique, on obtient l'expression suivante :

$$\frac{d\sigma_z}{dt} = K_{p1} + K_{p2} + K_{p\Sigma}$$

pour des valeurs signées en fonction de l'orientation autour de l'axe du cylindre \vec{e}_z , avec σ_z la projection sur l'axe du moment cinétique et avec $K_{p\Sigma}$ le couple du frottement sur la paroi cylindrique. Nous écrirons dans la suite σ pour σ_z . Dans le cas présent⁶, à grand nombre de Reynolds, nous avons ainsi trois points de fonctionnement en régime stationnaire pour $\theta = 0$:

- l'état (s) où $\sigma_0 = 0$ et $K_{p\Sigma} = 0$ par symétrie \mathcal{R}_π ;
- l'état (b_1) où $\sigma_1 > 0$ et $K_{p\Sigma} < 0$;⁷
- et enfin l'état (b_2) où $\sigma_2 < 0$ et $K_{p\Sigma} > 0$.

Nous avons représenté en figure 3.47 deux des situations possibles concernant la variation de $\frac{d\sigma}{dt}$ en fonction de σ . Les trois points de fonctionnement stationnaires correspondent à $\frac{d\sigma}{dt} = 0$. Dans la situation (a), nous avons une situation où les points fixes $\sigma_2 < 0$ et $\sigma_1 > 0$ sont stables. Supposons par exemple que notre écoulement est bifurqué dans le sens (b_1). Nous sommes donc sur le point $\sigma_1 > 0$. Si le système s'écarte faiblement de cette position vers de plus faibles valeurs de moment cinétique, la valeur de $\frac{d\sigma}{dt}$ est positive dans le cas de figure représenté. Donc le système aura tendance à gagner du moment cinétique et à revenir vers la position d'équilibre σ_1 qui est donc bien stable. Le point $\sigma_0 = 0$ est par contre instable, ce qui ne cadre pas avec notre système.

Nous envisageons alors le cas (b), où il y a maintenant cinq points fixes, dont trois stables (σ_2 , σ_0 , σ_1) et deux instables (σ_{i2} et σ_{i1}). Le point central correspondant à l'état (s) a été stabilisé, mais est entouré de deux points instables très proches. Si l'on ajoute maintenant du bruit sur le système, σ devient une quantité fluctuante. Supposons que nous soyons dans l'état (s). Le moment cinétique moyen est nul par symétrie du champ de vitesse moyen. Mais instantanément, la couche de mélange qui isole les deux cellules en contrarotation a une position qui fluctue. Ces deux cellules ont deux contributions opposées au moment cinétique total. L'une des deux peut être alors légèrement supérieure à l'autre, lorsqu'une des deux cellules occupe plus d'espace. Le frottement sur la paroi cylindrique $K_{p\Sigma}$ va alors réduire l'importance de cette dernière. Ce frottement sur le cylindre joue un rôle stabilisateur, du moins pour de faibles écarts à l'équilibre,

⁶turbines TM602 tournant en sens négatif

⁷voir section 1.2 page 15 pour les conventions de signes. On suppose que le couple de frottement sur la paroi cylindrique est opposé au sens de rotation global du fluide.

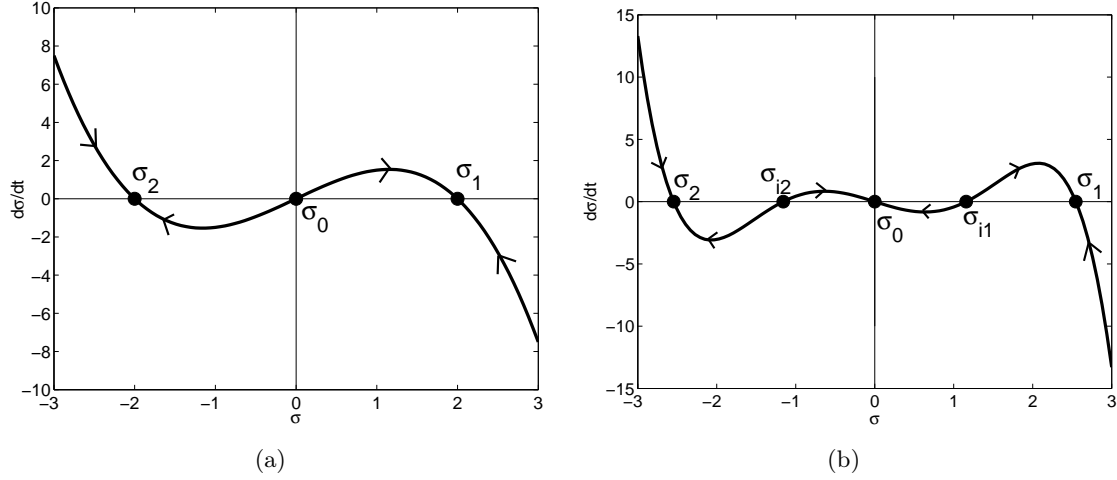


FIG. 3.47: $\frac{d\sigma}{dt}$ fonction de σ dans deux situations envisageables. Le choix de la forme en polynôme de ces fonctions est arbitraire, et nous permet d'illustrer notre propos. (a) avec un polynôme d'ordre trois, on a trois points fixes, seuls les deux points à $\sigma \neq 0$ sont stables. (b) avec un polynôme d'ordre cinq, on a stabilisé le point central et introduit deux autres points fixes instables. Les flèches indiquent le sens de parcours sur la courbe et mettent en lumière la stabilité des différents points fixes.

cette notion restant à définir ou à mesurer. Sur notre illustration (Fig. 3.47 (b)), une fluctuation suffisamment importante et négative (*resp.* positive) de moment cinétique peut faire franchir au système le point fixe instable σ_{i2} (*resp.* σ_{i1}) proche de 0 ; l'écoulement va alors rejoindre le point fixe stable σ_2 (*resp.* σ_1). Le temps caractéristique τ serait alors le temps moyen d'attente pour observer une fluctuation de moment cinétique total supérieure à ce seuil.

Lors des études portant sur les transitions $(b_1) \leftrightarrow (b_2)$ (voir section 3.4) et lors de celles portant sur les cycles à couples imposés (voir section 3.7 page 115), nous avons pu mettre en évidence des points intermédiaires que visite le système de manière transitoire pour le premier cas, et de manière intermittente dans le second, dans la «zone interdite» (voire page 80). Il existe donc d'autres états non stables du système, situés entre les états symétrique et bifurqués, ce qui nous conforte dans l'hypothèse illustrée par la figure 3.47 (b). Nous avons pu également montrer que les états à deux cellules régulés en couple perdent leur stabilité au delà d'un déséquilibre des couples imposés supérieur à $|\gamma| \gtrsim 0.026$.

Nous avons alors tenté d'identifier les τ caractéristiques des transistons $(s) \rightarrow (b)$ mesurés en section 3.3 à l'inverse de la densité de probabilité de dépassement de ce seuil dans les PDF de ΔK_p . Les mesures de couple sont imprécises sur ces données consacrées à l'origine à des mesures de temps de transition, et les résultats ne cadrent pas avec la dépendance de τ en $|\theta|^{-6}$. Cela n'est pas étonnant dans la mesure où l'on supposerait alors le couple de frottement à la paroi toujours identiquement nul. Notre argument est en effet basé sur les fluctuations de la somme de ΔK_p et du frottement à la paroi $K_{p\Sigma}$. Or, ce couple de frottement qui joue un rôle stabilisateur doit revêtir une part importante dans le déclenchement de la transition.

Perspectives de validation expérimentale

Nous proposons une idée d'expérience consistant à mesurer le couple de frottement exercé par le fluide sur le cylindre, afin d'enregistrer simultanément les K_{p1} , K_{p2} et $K_{p\Sigma}$. Nous aurions ainsi accès à la fonction densité de probabilité de la quantité $\frac{d\sigma}{dt}$. La statistique des événements

extrêmes de cette quantité permettrait peut-être de valider ou d'infirmer cette piste quant-à l'évènement déclencheur de la bifurcation, et vérifier la dépendance en $|\theta|^{-6}$. Le cylindre extérieur du montage expérimental VKR (Marié, 2003) peut tourner librement. On peut envisager d'utiliser ce montage en maintenant le cylindre extérieur immobile au moyen d'un bras relié au bâti et de mesurer les efforts encaissés par ce bras au moyen d'une jauge de contrainte, ou encore d'utiliser un accéléromètre monté en paroi. Le principal problème est lié au filtrage par les roulements sur lequel repose le cylindre, ainsi que la faible valeur du couple de frottement à la paroi. On pourrait alors envisager de suspendre le cylindre au moyen de fils de torsions, à l'intérieur d'une contre-cuve assurant l'étanchéité.

Rôle du niveau de bruit dans les transitions

Nous nommerons ici «niveau de bruit» le rapport entre l'énergie contenue dans le champ de vitesse instantané et l'énergie contenue dans le champ de vitesse moyen. Nous sommes actuellement en train de caractériser ce niveau de bruit pour les écoulements à très haut Re au moyen de mesures dans un plan de champs de vitesses instantanés par Vélocimétrie par Imagerie de Particule (PIV). Ces mesures sont effectuées par Romain Monchaux, qui débute sa thèse dans notre laboratoire.

A l'occasion de l'étude portant sur l'influence des ailettes (section 3.5), nous avons pu découvrir que la puissance dissipée dans l'écoulement commandé en vitesse diminue avec l'ajout d'ailettes, que l'écoulement présente une seule cellule ou deux cellules séparées d'une couche de mélange. A la lumière des arguments développés en section 2.4 page 56, nous pouvons penser que le niveau de bruit diminue avec l'ajout des ailettes. Nous avons montré que ce niveau de bruit diminue avec l'ajout d'un anneau. Nous avons donc également étudié les effets de l'anneau sur le cycle en annexe E. Cet anneau stabilise l'état symétrique. Or, il participe fortement à réduire le niveau de bruit de l'écoulement à deux cellules en stabilisant la couche de mélange, comme le laisse supposer des visualisations et les mesures de LDV présentées en page 61.

Nous avons déjà noté sur les mesures de puissance dissipée dans l'écoulement que les états bifurqués ont un taux de fluctuation plus faible que l'état symétrique. L'estimation par PIV du niveau de bruit dans l'écoulement turbulent de von Kármán nous indique que l'écoulement (s) a un niveau de bruit 7.5 fois plus élevé que l'écoulement (b_1) ou (b_2). Cela est dû à la présence de la couche de cisaillement.

Ceci éclaire les remarques faites au paragraphe 3.9.2, et nous conforte dans l'hypothèse illustrée par la figure 3.47 (b), le rôle des fortes fluctuations liées à la présence de la couche de mélange étant alors de *permettre* à notre système de franchir une certaine barrière pour transiter d'un état stationnaire à un autre, ces états *existant* pour d'autres raisons. Cela permet aussi d'expliquer pourquoi une fois que l'on a quitté l'état symétrique on n'y retourne plus, l'état bifurqué étant à la fois très stable pour des questions d'hydrodynamique des écoulements à haut nombre de Reynolds et, surtout, très peu fluctuant au sens où l'écoulement instantané est très proche de l'écoulement moyen.

3.9.3 Description par une équation d'amplitude

Nous présentons dans ce paragraphe un modèle très simplifié permettant de reproduire la forme et la nature des cycles. Nous avons choisi de modéliser cette «bifurcation globale» de l'écoulement turbulent de von Kármán par une équation d'amplitude réelle à deux paramètres ajustables positifs ou nuls :

$$\frac{\partial D}{\partial t} = (\epsilon - \text{sgn}(\epsilon)\epsilon_c)|D| + h|D|D - |D|^2D$$

Cette équation est écrite à partir d'une bifurcation trans-critique, que nous avons symétrisée afin de respecter la symétrie \mathcal{R}_π de notre problème. Le paramètre de contrôle dans cette équation, ϵ , est identifié au paramètre de contrôle expérimental θ et la «distance à l'état non bifurqué»⁸ D à la différence des couples ΔK_p . Nous sommes capables de reproduire les différents comportements observés expérimentalement à grand nombre de Reynolds en jouant sur les paramètres ajustables h et ϵ_c . Nous illustrons notre propos par les diagrammes de la figure 3.9.3, sur laquelle nous avons représenté les solutions stationnaires stables de notre équation d'amplitude pour diverses valeurs remarquables des paramètres h et ϵ_c .

Tout d'abord, lorsque $\epsilon_c = h = 0$, nous obtenons une courbe continue en (a). Cette situation est semblable à ce qu'il se passe lorsqu'on utilise des pales droites. Le paramètre h joue le même rôle que la courbure des pales. En effet, lorsqu'il est différent de zéro, nous avons des transitions discontinues, en (b-e). Une fois que h est fixé à une valeur différente de zéro, le paramètre ϵ_c qui «règle» la position de la perte de stabilité de la solution $D = 0$, va agir sur la forme des diagrammes. De fait, c'est la valeur de ϵ_c relativement à h qui va jouer.

Pour des valeurs de ϵ_c suffisamment élevées, *i.e.* $\epsilon_c > \frac{h^2}{4}$, nous obtenons la situation (b) qui ressemble au cas où la cuve est munie d'ailettes de 10mm. Nous avons deux bifurcations sous-critiques de part et d'autre de $\epsilon = 0$. On retrouvera la situation $D = 0$ en $\epsilon = 0$ dans tous les cas. Lorsqu'on réduit la valeur de ϵ_c , on observe un rapprochement de l'axe $\epsilon = 0$ des deux branches supérieures, jusqu'à le croiser pour $\epsilon_c = \frac{h^2}{4}$ (situation non représentée, mais obtenue en utilisant un anneau monté en paroi, voir annexe E). Il y a alors trois états stables en $\epsilon = 0$. Lorsqu'on réduit encore ϵ_c , les branches $D \neq 0$ se recouvrent, et leur recouvrement dépasse la plage de stabilité de la solution $D = 0$ pour $\epsilon_c < \frac{h^2}{8}$ (d). On a alors un grand cycle d'hystérésis lorsqu'on varie le paramètre de contrôle, et lorsqu'on a quitté l'état $D = 0$, il n'est plus possible d'y revenir. Pour reproduire la situation observée sans ailettes, avec un point central marginalement stable, il suffit de prendre $\epsilon_c = 0$.

Ce modèle permet donc de reproduire les situations observées, en variant de manière continue deux paramètres. Il nous conforte dans l'idée que les ailettes lèvent une dégénérescence, ou encore que «l'effet mémoire», *i.e.* l'impossibilité de revenir sur l'état (s) une fois qu'on l'a quitté, et la très forte hystérésis tiennent pour beaucoup à la nature même du grand cycle, qui cache en réalité deux bifurcations sous-critiques qui rentrent en collision pour certaines valeurs relative des deux paramètres (Ravelet *et al.*, 2003).

Cette description laisse cependant de côté l'aspect statistique de la transition, et surtout le caractère non pas stationnaire mais temporel des états bifurqués. Nous avons perdu des informations en nous focalisant sur les représentations en ΔK_p . Il serait donc plus à propos d'écrire un système à deux paramètres couplés, représentant les couples sur les deux turbines, puis d'étudier l'effet d'un bruit additif ou multiplicatif sur ce système.

⁸Terminologie introduite par Dauchot & Manneville (1997) dans le cadre d'une bifurcation globale. On pourrait aussi employer le terme de paramètre d'ordre au sens des transitions de phase.

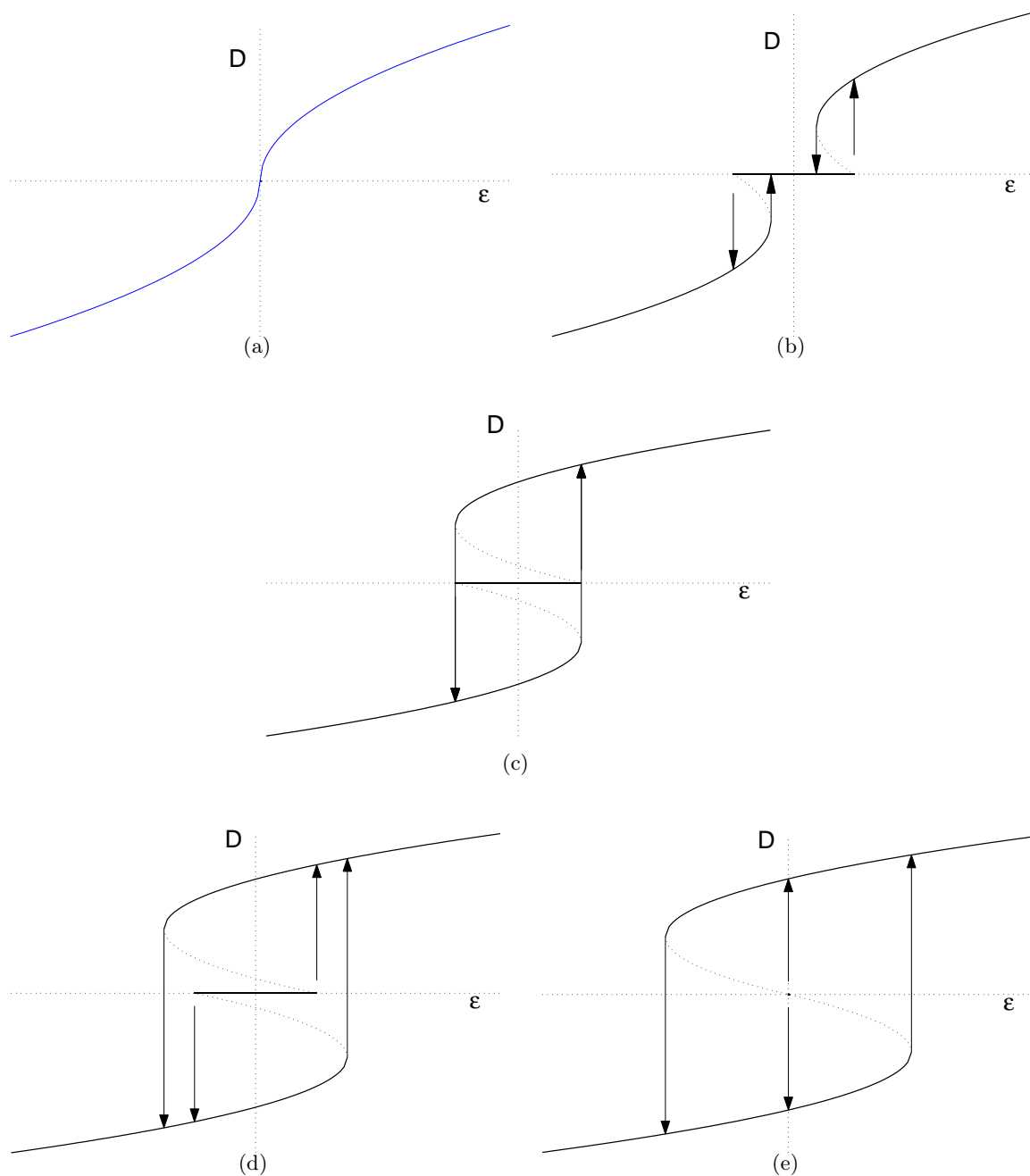


FIG. 3.48: Diagramme de stabilité des solutions de l'équation d'amplitude considérée pour : (a) $\epsilon_c = 0$ $h = 0$. Pales droites. (b) $\epsilon_c > \frac{h^2}{4}$ (cas avec ailettes de 10mm). (c) $\epsilon_c = \frac{h^2}{8}$. (d) $\epsilon_c < \frac{h^2}{8}$. (e) $\epsilon_c = 0$ $h > 0$ (cas sans ailettes). Le point central est marginalement stable.

Chapitre 4

Conclusion de la première partie

Dans cette première partie, nous avons mis l'accent sur les propriétés hydrodynamiques de l'écoulement de von Kármán forcé de manière inertielle dans un cylindre de rapport d'aspect unitaire. Nous nous sommes concentré sur la dynamique temporelle à grande échelle de l'écoulement, depuis les régimes laminaires jusqu'aux régimes turbulents.

Nous avons ainsi mis en évidence l'importance de la couche de mélange dans notre écoulement turbulent de von Kármán.

- La formation des structures cohérentes de la couche de mélange «pilote» la transition à la turbulence. Le niveau de fluctuation de la vitesse azimuthale en un point de la couche de cisaillement se comporte ainsi comme un paramètre d'ordre pour la transition à la turbulence, qui se fait ici de manière globalement super-critique.
- A travers l'évolution des spectres temporels des fluctuations de vitesse au cours de la transition à la turbulence, nous avons montré que l'écoulement peut se décomposer en trois parties, à savoir :
 - un écoulement moyen stationnaire ;
 - sur lequel se superposent les fluctuations lentes à grande échelle de la couche de mélange ;
 - et des fluctuations turbulentes à petite échelle.
- Les fluctuations lentes et cohérentes de la couche de mélange participent activement au transport de moment cinétique dans le cas de l'écoulement à deux cellules. C'est la présence de cette couche de mélange qui conduit au grand niveau de fluctuation dans l'écoulement de von Kármán à deux cellules, et non les fluctuations turbulentes à petite échelle.

Dans ces états classiques à deux cellules, l'écoulement turbulent de von Kármán rétablit en moyenne les symétries du problème. En revanche nous avons découvert et étudié une bifurcation globale de l'écoulement turbulent de von Kármán, se traduisant par une brisure statistique de symétrie, un caractère fortement sous-critique et une mémoire infinie des conditions initiales.

- Cette bifurcation n'est observée qu'en régime turbulent. Nous ne pouvons toutefois pas conclure sur la *nécessité* de la turbulence, car le champ de vitesse moyen évolue de manière parallèle à l'intensité de la turbulence dans une direction favorisant cette bifurcation.
 - L'effet mémoire tient à la nature même du cycle d'hystérésis, qui consiste en deux bifurcations classique du premier ordre qui entrent en collision. Ce cycle peut être modifié continuellement par le biais des conditions sur la paroi cylindrique ou par la variation de la courbure des pales.
 - Dans ces régimes d'écoulements à une seule cellule, la couche de mélange disparaît, et
-

un autre écoulement moyen est alors observé, avec un grand changement qualitatif dans le mode de transport du moment cinétique, ainsi que dans la statistique de grandeurs globales comme la puissance dissipée. On voit ainsi apparaître des modulations lentes de cet écoulement très turbulent.

- Nous proposons une justification de l’existence de solutions multiples pour l’écoulement moyen à partir d’arguments d’hydrodynamique quasi-inviscide.
- Certains aspects des transitions entre ces différents états moyens du système, dont les échanges de stabilité se font par des dynamiques temporelles complexes, sont interprétables en termes de physique non-linéaire. Bien que fortement turbulents, les états «moyens» de notre système peuvent être considérés comme des systèmes dynamiques de basse dimensionnalité.
- Les temps de persistance dans un état moyen donné sont statistiquement distribués exponentiellement. Cela pose très nettement la question du rôle du bruit dans ces transitions.

Enfin, de manière plus générale, nous sommes interpellés par la notion de stabilité ou de multi-stabilité «en moyenne dans le temps» des «états» d’un système fluctuant très fortement et les transitions entre ces «états». Notre exemple n’est pas unique, bien que la dynamique lente des écoulements turbulents ait été peu étudiée, à notre connaissance. Des situations similaires sont ainsi observées dans des systèmes de taille très variée :

On trouve ainsi des excursions vers des états de très fortes trainées sur des profils d’aile épais, avec des temps de persistance dans ces états distribués eux aussi exponentiellement (Sarraf *et al.*, 2005).

En météorologie, et en océanographie, on observe aussi des transitions brutales entre états «bloqués» et états «zonaux» (Legras & Ghil, 1985; Vautard *et al.*, 1988; Vautard & Legras, 1988), ou entre diverses trajectoires du Kuroshio —le Gulf-Stream japonais— (Kawabe, 1995).

L’étude du climat terrestre offre également des exemples de transitions climatiques plus ou moins périodiques et très brèves entre les périodes glaciaires et interglaciaires où un ensemble de paramètres physico-chimiques naturellement fluctuants change assez vite de valeurs moyennes pour se restabiliser autour de nouvelles valeurs pendant quelques dizaines de milliers d’années (Petit *et al.*, 1999).

Le champ magnétique de la Terre possède enfin une dynamique temporelle rapide très fluctuante, superposée à une dynamique lente de renversement de polarité qui se produisent de manière chaotique (Lowrie & Alvarez, 1981; Hoyng *et al.*, 2001). Ce comportement est un argument fort pour que la production du champ magnétique de la Terre soit un processus dynamique et auto-entretenu. La théorie communément admise est celle de l’effet dynamo, dont traite la seconde partie de ce manuscrit.

Deuxième partie

Etude numérique et expérimentale de l'instabilité dynamo pour l'écoulement de von Kármán

Chapitre 1

Introduction au problème de l'effet dynamo

1.1 Contexte astrophysique et géophysique

« D'abord un rideau sombre s'élève, des brumes violettes, mais assez transparentes pour voir les étoiles à travers. Plus haut, une lueur d'incendie. Lueur ? Bientôt lumière. Un grand arc lumineux apparaît les deux pieds posés sur le sombre horizon.

L'arc s'élève lentement, toujours plus lumineux. Des observations et calculs de Bravais, il résulterait qu'il monte aux limites extrêmes de l'atmosphère, plus de vingt-cinq lieues de hauteur, et peut-être à cinquante lieues. Hauteur prodigieuse, celle de la région où l'étoile filante, le bolide, deviennent lumineux et incandescents. Certes, rien de si grand ne se voit en ce monde.

Rien de plus solennel. La Terre entière assiste, on peut le dire ; elle est spectateur et acteur. La veille, ou plusieurs heures d'avance, sa préoccupation est partout constatée par l'aiguille aimantée. Dans tout l'hémisphère boréal, l'aiguille est émue, agitée, et même de l'un à l'autre pôle. Lorsque le phénomène se passe au pôle austral, jusqu'au



FIG. 1.1: *Aurore boréale.*

nôtre on est averti. [...]

Mais voilà que dans l'arc majestueux d'un jaune pâle, dans sa paisible ascension, éclate comme une effervescence. Il se double, se triple, on en voit souvent jusqu'à neuf. Ils ondulent. Un flux et reflux de lumière les promène comme une draperie d'or qui va, vient, se plie, se replie.

A l'âme terrestre, magnétique, reine du Nord, l'autre s'est mêlée, l'électrique, la vie de l'Équateur. Elles s'embrassent, et c'est la même âme. »

Il est maintenant bien établi que la Terre, comme la plupart des objets célestes (étoiles, galaxies et quelques planètes), possède un champ magnétique propre dont l'une des manifestations les plus spectaculaires sont ces aurores polaires, qui ont intrigué les hommes, poètes et savants jusqu'à la fin du XIX^e siècle, comme l'atteste cet extrait de l'ouvrage intitulé « La montagne¹ » par Jules Michelet, et qui insiste sur les corrélations observées entre magnétisme terrestre et aurores polaires.

L'explication des aurores polaires réside en effet dans l'interaction entre le champ magnétique de la Terre et les particules ionisantes du vent solaire. L'existence du champ magnétique de la Terre nous protège ainsi de ces particules, et contribue à rendre notre vie possible sur Terre. Avant de tenter de répondre à la question de son origine, nous allons tout d'abord brièvement décrire sa structure et sa dynamique.

Nous savons depuis les travaux de K. F. Gauss en 1839 que le champ magnétique de la Terre est en première approximation un dipôle centré au cœur de notre planète, dont l'axe est incliné d'environ 10° avec la direction des pôles géographiques. Le pôle Sud magnétique dérive lentement autour du pôle Nord géographique, l'angle que font ces deux directions se nommant déclinaison. Au premier janvier 2005, la déclinaison à Lorient (47° 45' N, 3° 21' W) est ainsi de 3.1° W et décroît d'environ 7' par an. La composante dipolaire contient environ 90% de l'énergie magnétique totale, et l'ordre de grandeur de la valeur du champ magnétique mesuré à la surface est de 10⁻⁴ Tesla, soit 1 Gauss.

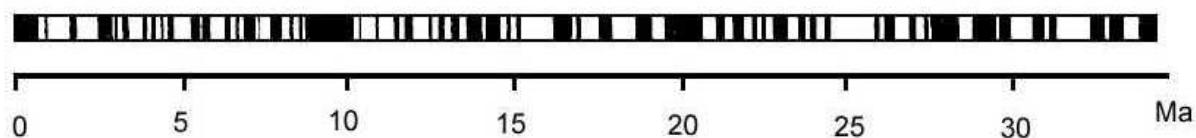


FIG. 1.2: Echelle magnétostratigraphique tirée de Lowrie & Alvarez (1981). On a représenté ici en noir les périodes de polarité «normale», i.e. similaire à celle connue actuellement, et en blanc les périodes de polarité inverse pour les 30 derniers millions d'années.

On sait enfin, grâce à certaines roches qui lors de leur formation s'orientent dans le champ magnétique et conservent ainsi en refroidissant une trace de l'histoire magnétique de la Terre, que le champ magnétique terrestre n'a pas toujours eu la même orientation. Nous reproduisons ainsi sur la figure 1.2 une «échelle magnétostratigraphique» représentant l'orientation du dipôle au cours des 30 derniers millions d'années, issue de Lowrie & Alvarez (1981). Au cours de son histoire, le champ magnétique de la Terre s'est inversé de manière chaotique, la durée séparant deux inversions pouvant varier fortement : elles sont intervenues en moyenne au rythme de quatre par million d'années pendant les derniers millions d'années, mais la dernière en date remonte à 780000 ans. De même, il y a 120 millions d'années, la polarité du champ est restée stable

¹première partie, chapitre XII, (1868)

pendant 40 millions d'années. Il arrive enfin que le champ amorce une inversion, puis revienne à son orientation initiale. Ce phénomène porte le nom d'*excursion*.

Enfin, la Terre, écorchée sur la figure 1.3 (b), possède un noyau constitué d'une partie liquide, formée de fer principalement et de nickel, entourant une sphère de fer solide, la graine. Aux pressions et températures qui y règnent, il ne peut exister d'aimantation permanente, donc la piste d'une aimantation fossile pour expliquer la présence du champ magnétique est à écarter.

Tous ces arguments et constats font pencher la balance en faveur d'un processus dynamique de génération et d'entretien du champ magnétique, que l'on nomme «effet dynamo», et proposé originellement par Larmor (1919).

1.2 La géodynamo

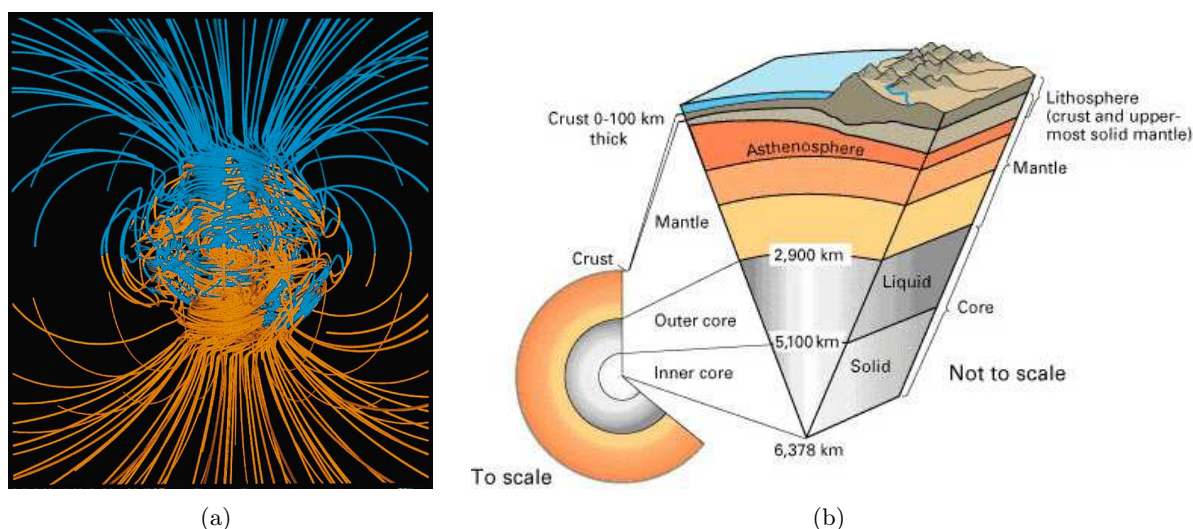


FIG. 1.3: (a) Lignes de champ magnétique issues de la simulation de Glatzmaier & Roberts (1995). On voit que la structure dominante est celle d'un dipôle axial. (b) Structure interne de la Terre. Les mécanismes générateurs du champ magnétique terrestre ont lieu dans le noyau de fer liquide.

De manière générale, le mot dynamo évoque un dispositif convertissant de l'énergie mécanique en énergie magnétique. Dans le contexte astro et géophysique, le terme d'effet dynamo désigne un mécanisme possible d'auto-entretien d'un champ magnétique par couplage avec un écoulement de fluide conducteur. En effet, un fluide conducteur en écoulement en présence d'un champ magnétique va générer un champ électromoteur induit. Celui-ci engendre des courants, eux-même à l'origine d'un champ magnétique induit. Si le champ ainsi généré est colinéaire au champ incident, on peut avoir une croissance de celui-ci. Dans le cas terrestre, les mouvements de convection dans le noyau de fer liquide, générés par le dégagement de la chaleur accumulée lors de sa formation, sont ainsi invoqués dans l'origine de l'effet dynamo. Cette théorie est considérée actuellement comme la plus plausible, et dans la limite des paramètres accessibles, a été confirmée par les simulations de Glatzmaier & Roberts (1995), dont nous reproduisons un résultat en figure 1.3 (a). Cette simulation de géodynamo se place dans une gamme de paramètres très éloignée de la réalité terrestre. En effet, le nombre de Prandtl magnétique estimé pour la Terre, qui fixe le rapport entre les échelles de variations du champ de vitesse et du champ magnétique dans le noyau, est si faible (10^{-6} environ) qu'une grille de simulation, pour fournir des résultats précis,

devrait couvrir le noyau dont le rayon est de l'ordre de 3500 kilomètres avec des mailles de taille inférieure à un mètre. De plus, une valeur réaliste du nombre d'Ekman, qui mesure le poids respectif des effets visqueux et de la rotation, estimé à 10^{-15} , est encore inaccessible aux simulations.

Champs d'investigations recouverts par le problème de la dynamo

L'étude de l'effet dynamo est donc d'un grand intérêt géophysique et astrophysique (Le Mouél, 1976).

De surcroît, il s'agit d'une instabilité se produisant sur un écoulement en général turbulent, et ce problème physique de l'effet d'un bruit sur une instabilité est d'un intérêt tout aussi fondamental pour la communauté de la physique non-linéaire et statistique (Cattaneo *et al.*, 1996; Sweet *et al.*, 2001; Leprovost *et al.*, 2005; Leprovost & Dubrulle, 2005).

Enfin, les problèmes liés à la possibilité d'effet dynamo dans les circuits de refroidissement des réacteurs à neutrons rapides utilisant du métal liquide, souvent du sodium, ont motivé de nombreux travaux, en particulier ceux de Plunian (1996).

Avant de détailler les équations descriptives de la dynamique du champ magnétique dans un fluide conducteur en section 1.4, nous allons illustrer le principe de l'effet dynamo, abordé de manière mécaniste, sur un exemple simple.

1.3 L'effet dynamo par l'exemple : la dynamo homopolaire de Bullard (1955)

1.3.1 Effet d'amplification d'un champ appliqué, nombre de Reynolds magnétique

Soit une roue conductrice de rayon R en rotation à la vitesse angulaire constante $\vec{\omega} = 2\pi f \vec{u}_z$ en présence d'un champ uniforme axial $B_0 \vec{u}_z$ (voir figure 1.4). Dans un premier temps, nous considérerons que nous sommes en régime stationnaire, et que nous n'avons pas d'effet d'induction par des variations temporelles du flux coupé par un circuit électrique fermé.

On a alors induction d'un champ électromoteur radial $\vec{E}_m(r) = 2\pi r f B_0 \vec{u}_r$. Il y a alors une différence de potentiel égale à $\Delta V = 2\pi f B_0 R^2/2$ entre l'axe de la roue et le bord. Si on ferme le circuit en joignant le bord de la roue et l'axe par un fil conducteur, on aura alors circulation d'un courant i , tel que $\Delta V = \mathcal{R}i$, avec \mathcal{R} la résistance totale du circuit.

Formons maintenant une bobine avec le fil conducteur, de sorte qu'elle s'enroule autour de l'axe de la roue. Un champ magnétique \vec{B}_i est alors induit par la circulation du courant dans la bobine, et est dirigée dans le sens de u_z si l'on choisi convenablement l'orientation de la bobine. Nous appellerons M l'inductance mutuelle entre la roue et la bobine : le flux magnétique qui traverse le disque s'exprimant donc comme $M \times i$. Nous avons donc induit un champ magnétique moyen dans le disque $\vec{B}_i = \frac{M \times i}{2\pi R^2} \vec{u}_z$. En remplaçant i par son expression venant de la loi d'Ohm, on obtient une valeur du champ induit :

$$\vec{B}_i = \frac{Mf}{\mathcal{R}} \times \vec{B}_0$$

Ce dispositif donne donc en régime stationnaire naissance à un champ magnétique induit proportionnel et colinéaire au champ appliqué. Le facteur de proportionnalité s'exprime comme le rapport entre les effets d'inductions (d'autant plus importants que la fréquence de rotation est élevée et que l'inductance mutuelle est grande) et les pertes dues à un effet Joule (résistance du circuit). Le rapport de ces deux effets sera appelé nombre de Reynolds magnétique. Dans notre

cas, s'il est supérieur à l'unité, le champ induit est supérieur au champ appliqué. Une perturbation initiale infinitésimale —dont la projection sur l'axe \vec{u}_z qui joue ici le rôle de vecteur propre est non nulle— est ainsi susceptible d'être amplifiée par ce mécanisme, ce qui peut donner lieu à une instabilité.

1.3.2 Analyse de stabilité linéaire du montage

De manière plus rigoureuse, considérons le montage comme un circuit électrique, et écrivons l'évolution d'une perturbation de courant électrique i en tenant compte des phénomènes transitoires. L'équation d'évolution s'écrit alors :

$$L \frac{di}{dt} = Mf i - \mathcal{R} i$$

Nous avons noté L l'auto inductance du bobinage. Cette équation s'intègre immédiatement et donne une solution en $\exp((Mf - \mathcal{R})/L \times t)$. Nous voyons donc que la prise en compte de L n'affecte pas le critère précédent sur cet exemple particulier : on aura instabilité quand le taux de croissance $Mf - \mathcal{R}$ sera supérieur à zéro, *i.e.* lorsque le rapport $\frac{Mf}{\mathcal{R}}$ sera supérieur à l'unité.

L'approche mécaniste (Bourgoin, 2003) qui comprend l'effet dynamo en termes d'effets d'inductions coopératifs permettant d'obtenir une amplification par bouclage trouve ici une bonne illustration.

1.3.3 Saturation non linéaire de la dynamo de Bullard

Une fois la fréquence de rotation critique $f_c = \frac{\mathcal{R}}{M}$ dépassée, le champ magnétique ne va bien sûr pas diverger exponentiellement. L'équation électrique est linéaire et n'apporte aucune possibilité de saturation. Nous avons supposé que la roue tourne à vitesse constante, sans mentionner de système d'entraînement. Nous n'avons jusqu'ici pas considéré la mécanique du montage. Or,

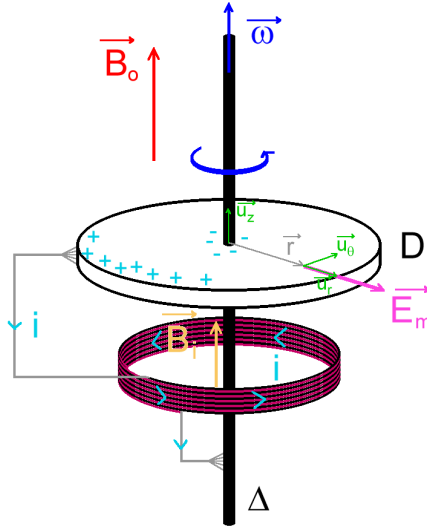


FIG. 1.4: Schéma de la dynamo homopolaire de Bullard (1955). Une roue conductrice tourne à la vitesse angulaire constante ω_z , on lui applique un champ axial uniforme \vec{B}_0 . On relie le bord du disque à l'axe de rotation en utilisant un fil conducteur bobiné autour de l'axe. La résistance totale du circuit est appelée ρ .

due à la présence d'un champ magnétique et d'une densité de courant électrique dans la roue conductrice, une force de Laplace va s'exercer sur la roue. Au vu de l'orientation des courants et champs magnétiques (voir figure 1.4), cette force sera portée par le vecteur orthoradial \vec{u}_θ et donnera naissance à un couple s'exerçant sur l'axe et s'opposant au mouvement de la roue. Pour maintenir la roue en rotation, il faudra fournir un surcroît d'énergie mécanique, qui sera transformée en énergie magnétique, et dissipée par effet Joule.

Nous retrouvons donc bien la définition d'une dynamo comme un dispositif transformant de l'énergie mécanique en énergie électrique.

1.4 Magnétohydrodynamique et effet dynamo

1.4.1 Equations de la magnétohydrodynamique

La magnétohydrodynamique (Gilbert, 2003; Moffatt, 1978) décrit la dynamique des fluides conducteurs, sensibles aux champs magnétiques. Elle couple donc les lois classiques de Maxwell de l'électromagnétisme aux équations de Navier-Stokes.

L'équation d'induction

Nous rappelons ici les équations de Maxwell décrivant l'évolution des champs d'induction magnétique \vec{B} et électrique \vec{E} , pour un milieu non ferromagnétique de permittivité électrique ϵ et de perméabilité magnétique μ uniformes :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\eta}{\epsilon} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{j} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.4)$$

Nous avons introduit la densité de charges η et la densité de courants \vec{j} . Le signe « \times » désigne le produit vectoriel. Rappelons également que la célérité c des ondes électromagnétiques dans le milieu considéré est donnée par $c^2 = (\epsilon\mu)^{-1}$. Des équations 1.1 et 1.3, on retrouve l'équation qui exprime la conservation de la charge :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (1.5)$$

$$(1.6)$$

A ce stade, il manque toujours une relation constitutive permettant de relier la densité de courant \vec{j} au champ électromagnétique. Nous considérons pour notre part des fluides conducteurs qui obéissent à la loi d'Ohm pour des milieux de conductivité électrique σ . La loi d'Ohm s'obtient dans le référentiel où le milieu considéré est au repos.

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1.7)$$

Nous considérons des systèmes où les échelles de variations temporelles sont lentes vis-à-vis des phénomènes électromagnétiques. Cela revient à négliger la finitude de la vitesse de la

lumière, et à se placer dans l'approximation quasi-statique où le champ magnétique domine. On élimine ainsi la contribution des courants de déplacement $\mu\epsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ dans l'équation 1.3, introduite par Maxwell pour satisfaire la conservation de la charge dans les régimes dépendants du temps. Nous utilisons donc le jeu d'équations « pré-maxwelliennes », et la conservation de la charge (équation 1.6) devient simplement $\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = 0$.

Nous allons maintenant considérer les mouvements du conducteur, sous la forme du champ de vitesse \vec{v} . Les équations de Maxwell sont invariantes par les transformations de Lorentz, et le champ électromagnétique n'obéit pas aux formules classiques de changement de référentiel galiléennes. Dans l'approximation quasi-statique magnétique qui nous concerne ici, le passage à la limite des formules de changement de référentiel conduit aux relations suivantes :

$$\begin{aligned}\vec{E}' &= \vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B}) \\ \vec{B}' &= \vec{B} \\ \vec{j}' &= \vec{j}\end{aligned}$$

Les primes désignent les quantités exprimées dans le référentiel en mouvement à la vitesse \vec{v} par rapport au référentiel du laboratoire où l'on observe les quantités \vec{E} , \vec{B} et \vec{j} . Cela nous permet donc d'exprimer la loi d'Ohm (équation 1.7) dans le référentiel du laboratoire. On peut maintenant remplacer \vec{j} par son expression dans l'équation (1.4). On prend ensuite le rotationnel de cette équation, puis on utilise l'équation de Faraday 1.2 et l'identité $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot) - \Delta$ pour enfin obtenir l'équation d'induction, qui explicite le couplage entre le champ magnétique et l'écoulement du fluide conducteur :

$$\mu\sigma \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \mu\sigma \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \Delta\vec{B} \quad (1.8)$$

On prend maintenant une échelle des longueurs \mathcal{L} , une échelle des vitesses \mathcal{V} , une échelle des inductions magnétiques \mathcal{B} et une échelle des temps \mathcal{T} afin d'adimensionner nos équations. On obtient :

$$\frac{\mu\sigma\mathcal{L}^2}{\mathcal{T}} \frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \mu\sigma\mathcal{V}\mathcal{L} \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \Delta\vec{B} \quad (1.9)$$

L'équation est linéaire en \vec{B} et l'échelle caractéristique \mathcal{B} n'a plus cours. Les conditions expérimentales nous donneront une vitesse et une longueurs caractéristiques \mathcal{V} et \mathcal{L} . Le choix de l'échelle de temps reste libre. On pourrait choisir :

- $\mathcal{T} = \mathcal{L}/\mathcal{V}$ — temps d'advection d'une perturbation du champ magnétique.
- $\mathcal{T} = \mu\sigma\mathcal{L}^2$ — temps de diffusion du champ magnétique dans le fluide conducteur.

C'est cette dernière échelle de temps, la plus « lente » de manière générale, que nous utiliserons pour étudier le comportement à grande échelle du champ magnétique dans l'écoulement. L'équation 1.9 prend la forme suivante :

$$\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \mu\sigma\mathcal{V}\mathcal{L} \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \Delta\vec{B} \quad (1.10)$$

L'équation est une équation différentielle du premier ordre en temps, avec un seul paramètre adimensionnel égal à $\mu\sigma\mathcal{L}\mathcal{V}$. Ce nombre sans dimension « mesure » le poids de l'advection du champ magnétique par rapport au poids de la diffusion. Nous l'appellerons « nombre de Reynolds »

magnétique», le noterons R_m , et écrirons donc pour notre cas l'équation d'induction sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = R_m \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \Delta \vec{B} \quad (1.11)$$

sous la contrainte de l'équation 1.1 de non divergence de \vec{B} qui traduit l'inexistence de monopoles magnétiques. L'évolution du champ d'induction magnétique va être gouvernée par deux termes :

- un terme de diffusion $\Delta \vec{B}$ qui va tendre à dissiper le champ.
- un terme en $\vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B})$, dont l'importance relative est mesurée par R_m , et dont nous allons expliciter les effets en remarquant que cette équation est du même type que celle de la vorticité en hydrodynamique (Rieutord, 1997; Saffman, 1992). On peut alors écrire l'équation sous une forme équivalente, valable pour un écoulement incompressible.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + R_m (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = R_m (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \Delta \vec{B} \quad (1.12)$$

Les deux premiers termes du membre de gauche correspondent à l'advection d'un vecteur passif par un écoulement, et le dernier terme représente la diffusion. Le terme en $R_m (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$ quant-à lui montre que le vecteur induction magnétique peut être «  tir  » par les gradients de vitesse. Le terme de diffusion, lui, tend toujours à dissiper l'énergie magnétique. La solution triviale de cette équation est $\vec{B} = \vec{0}$. Son analyse de stabilité linéaire pour une topologie de champ de vitesse prescrite peut conduire à l'existence d'un seuil R_m^c à partir duquel l'advection est suffisante pour que l'étirement d'une petite perturbation du champ \vec{B} provoque la croissance du champ induit. Cette instabilité linéaire de la solution triviale $\vec{B} = \vec{0}$ pour un champ de vitesse donné est ce que l'on nomme «effet dynamo cinématique». Nous reviendrons par la suite sur des exemples de mécanismes permettant l'effet dynamo, et sur des théorèmes interdisant l'effet dynamo pour certaines symétries, notamment du champ de vitesse.

Cette équation étant linéaire en \vec{B} , l'instabilité ne peut saturer. Nous trouverons en fait une réponse à ce problème en considérant la rétroaction du champ magnétique sur le champ de vitesse du fluide conducteur.

Prise en compte de l'action d'un champ magnétique sur l'écoulement d'un fluide conducteur

Nous ne considérerons dans la suite que des fluides newtoniens en écoulement incompressible. Les équations descriptives du mouvement sont les équations de Navier-Stokes, écrites en page 19 (Eqs. 1.1 et 1.2). Dans ces équations nous avons écrit la résultante des forces de volume par unité de masse sous la forme \vec{f} . Nous allons expliciter ce terme, en supposant notre fluide non pesant. L'expression de la force exercée par le champ magnétique est donnée par la loi de Laplace : $\rho \vec{f} = \vec{j} \times \vec{B}$. En utilisant l'équation 1.3, on remplace \vec{f} par son expression dans l'équation de conservation du moment, et on obtient la formulation suivante :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} (p + \frac{B^2}{2\mu}) + \frac{1}{\rho\mu} (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + \nu \Delta \vec{v} \quad (1.13)$$

On choisit maintenant de travailler avec $\Pi = Rm(p + \frac{B^2}{2\mu})$ au lieu de p , c'est-à-dire que l'on inclut un nouveau terme d'origine magnétique dans la pression, et on écrit les équations dans les variables adimensionnelles choisies plus haut. On prend pour échelle de pression $\mathcal{P} = \rho \mathcal{V}^2$, et pour échelle de l'induction magnétique $\mathcal{B} = \sqrt{\mu \rho \mathcal{V}^2}$. On obtient alors :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + R_m (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = R_m (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} - \vec{\nabla} \Pi + P_m \Delta \vec{v} \quad (1.14)$$

P_m est le nombre de Prandtl magnétique du milieu considéré, et exprime le rapport des coefficients de diffusion du champ magnétique et de la quantité de mouvement : $P_m = \mu_0 \sigma \nu$. On remarque alors que $R_m = Re P_m$, avec $Re = \frac{LU}{\nu}$ le nombre de Reynolds cinétique de l'écoulement. Dans la plupart des cas, un ordre de grandeur du seuil de la dynamo est $R_m^c \simeq 100$. Dans le cas du sodium liquide, P_m est de l'ordre de 10^{-5} , ce qui signifie que les perturbations du champ magnétique diffusent dans l'écoulement beaucoup plus rapidement que les perturbations du champ de vitesse. On déduit aussi de ces ordres de grandeur que le nombre de Reynolds cinétique au seuil de la dynamo est de l'ordre de 10^6 à 10^7 . L'écoulement est donc en général fortement turbulent au seuil de la dynamo.

Le rôle des forces de Laplace qui apparaissent en présence de champ magnétique est d'assurer la saturation d'un éventuel effet dynamo.

En conclusion, on peut rappeler les quatre équations de la magnéto-hydrodynamique sous forme adimensionnelle. On n'oubliera pas d'y adjoindre les conditions aux limites de non glissement pour le fluide visqueux, et les conditions aux limites pour le champ \vec{B} qui dépendront de la conductivité électrique et de la perméabilité magnétique de l'enveloppe et du milieu extérieur :

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$	=	0
$\partial_t \vec{B}$	=	$R_m \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \Delta \vec{B}$
$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$	=	0
$\partial_t \vec{v} + R_m (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$	=	$R_m (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + P_m \Delta \vec{v} - \vec{\nabla} \Pi$

Notons que si le couple $\{\vec{v}, \vec{B}\}$ est solution de ce problème, le couple $\{\vec{v}, -\vec{B}\}$ est également solution. La théorie de l'effet dynamo est donc bien compatible avec les inversions de polarité observées pour le champ magnétique de la Terre.

1.4.2 Simplification du problème : la dynamo cinématique

Dans le cas des métaux liquides, le nombre de Prandtl magnétique est très petit, de l'ordre de 10^{-5} . Le nombre de Reynolds cinétique est très grand, et la gamme des échelles mise en jeu est donc très large. On ne sait pas résoudre le problème complet par des simulations numériques directes. On peut toutefois tirer profit de la séparation des échelles de dissipation magnétique et visqueuse (le nombre de Prandtl magnétique mesurant d'ailleurs ce rapport), et utiliser des techniques de «Large Eddy Simulation», par exemple (Ponty *et al.*, 2004, 2005), ou bien encore tirer profit de la forte rotation dans les cas d'intérêts géophysiques (Gillet, 2004; Schaeffer & Cardin, 2004). Nous signalons toutefois que la prise en compte d'un forçage mécanique réaliste dans une géométrie fermée n'est à ce jour effectuée que pour des nombres de Prandtl d'ordre unitaire (Bayliss *et al.*, 2004). Une approche originale du problème pour la géométrie cylindrique est en cours de développement par Boronski & Tuckerman (2004a,b).

En revanche, si l'on ne s'intéresse qu'à l'analyse de stabilité linéaire de l'équation d'induction,

on peut se contenter de se donner un champ de vitesse \vec{v} , et étudier la stabilité d'une perturbation infinitésimale du champ magnétique \vec{B} . Cette approche est celle de la *dynamo cinématique*, et est valide tant que les forces de Laplace sont négligeables devant les effets inertiels² dans l'équation de Navier-Stokes. Cela équivaut à découpler les équations régissant l'évolution du champ de vitesse de celles régissant l'évolution du champ magnétique. Nous utiliserons cette approche, et nous étudierons l'effet dynamo cinématique pour la moyenne temporelle du champ de vitesse mesurée par LDV dans notre expérience en eau (voir la première partie du présent manuscrit). Nous décrivons en détails notre approche dans la référence Ravelet *et al.* (2005) dont nous incluons une copie au chapitre 2. Dans la suite de ce chapitre d'introduction, nous considérerons exclusivement le problème de la dynamo cinématique.

Nous pouvons ainsi étudier en fonction de la topologie du champ de vitesse moyen le seuil de l'instabilité R_m^c d'une part, et le mode neutre \vec{B}_c associé d'autre part. La nature vectorielle et complètement tridimensionnelle du problème lui confère une grande complexité. Néanmoins, quelques résultats théoriques permettent de ne pas aborder le problème de manière aveugle.

1.4.3 Principaux résultats théoriques portant sur l'effet dynamo cinématique

Nous allons ici résumer rapidement quelques points clés de l'approche cinématique de l'effet dynamo, et nous renvoyons le lecteur aux revues et ouvrages de Moffatt (1978); Roberts & Soward (1992); Plunian & Massé (2002); Fauve & Pétrélis (2003).

La plupart des cas étudiés concernent une géométrie sphérique ou cylindrique. On utilise donc des coordonnées adaptées et une décomposition des champs de vecteurs entre partie « poloïdale » (composantes radiales et axiales dans le cas du cylindre) et « toroïdale » (composante orthoradiale dans le cas du cylindre). La partie toroïdale sera aussi désignée sous les termes « azimuthale » ou « équatoriale ».

Les «théorèmes anti-dynamo»

Tout écoulement ne peut pas nécessairement produire un effet dynamo. Nous avons en effet insisté lors de l'écriture des équations gouvernant le problème sur le rôle des gradients de vitesse. Ainsi, un écoulement stationnaire et uniforme ne pourra jamais conduire à l'instabilité dynamo, par absence de terme moteur. Ce résultat constitue en quelque sorte un premier «théorème anti-dynamo». Si l'on ne connaît pas de conditions suffisantes sur la topologie du champ de vitesse pour qu'il conduise à l'effet dynamo, on a en revanche pu démontrer qu'un certain nombre de symétries du problème le rendaient impossible. Ces théorèmes sont exposés dans le livre de Moffatt (1978). Nous en citons ici deux parmi les plus utiles dans notre cas.

- Théorème de Cowling³ : un écoulement axisymétrique ne peut pas entretenir un champ magnétique axisymétrique. Dans notre cas, nous nous attendons à avoir des modes propres non axisymétriques au seuil de l'instabilité dynamo.
- Théorème 2D : un champ magnétique bidimensionnel, *i.e.* indépendant d'une des coordonnées dans un repère cartésien, ne peut être auto-entretenu par effet dynamo. Les modes propres vont donc en général avoir une forme non simple.

La recherche de théorèmes anti-dynamo, ou de contre-exemple est toujours un sujet d'actualité parmi les théoriciens friands de mathématiques (Love & Gubbins, 1996; Proctor, 2004).

²Nous nous placerons en effet à grand nombre de Reynolds cinétique.

³Nous en donnons la forme rigoureuse proposée par Moffatt (1978)

Mécanismes de bouclage dynamo

Nous avons évoqué une interprétation mécaniste de l'effet dynamo cinématique comme la coopération réussie d'effets d'inductions. Nous allons maintenant étudier de manière qualitative les mécanismes de bouclage possibles entre champs magnétiques poloïdaux et toroïdaux.

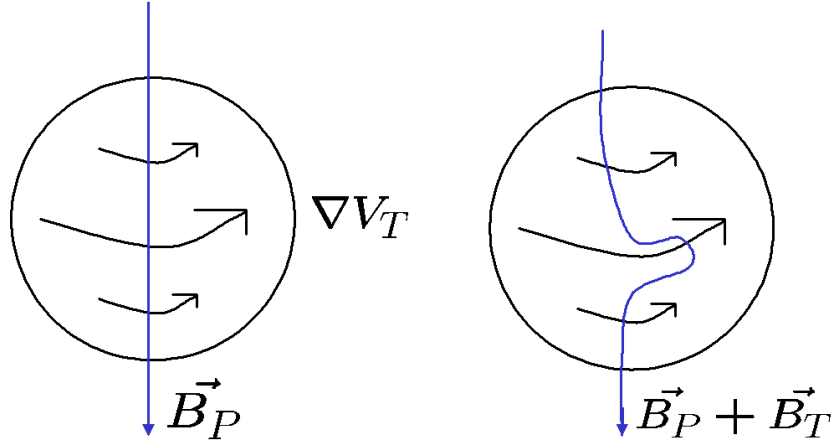


FIG. 1.5: Effet Ω .

– Effet Ω .

L'effet Ω est un mécanisme linéaire expliquant la création d'un champ toroïdal à partir d'un champ poloïdal. Imaginons un champ poloïdal axisymétrique dans un écoulement toroïdal v_T : d'après le théorème du flux gelé, les lignes de champ dirigées selon z se déforment comme des éléments matériels dans le champ de vitesse toroïdal. Ces déformations sont toutes orientées selon e_θ : il se crée donc un champ toroïdal le long de ces déformations. La figure 1.5 présente le cas d'un champ magnétique s'exerçant à travers une sphère de fluide conducteur en écoulement : dans la sphère, sous l'effet de la rotation différentielle le champ magnétique B_P est déformé par le gradient axial de la vitesse v_T et crée une composante toroïdale B_T .

– Effet “Parker”, effet α .

L'effet Parker (1955) est un mécanisme quadratique décrivant la création d'un champ poloïdal à partir d'un champ toroïdal, ou l'inverse, par l'intermédiaire d'un courant \vec{j} parallèle au champ initial ; ce mécanisme ne se décompose pas simplement, il existe plusieurs approches pour le décrire.

Nous illustrons par la figure 1.6 ce mécanisme quadratique à grande échelle de création de champ poloïdal à partir d'un champ toroïdal par reconnection des lignes de champ sous l'effet de l'hélicité de l'écoulement. Le champ toroïdal B_0 , déformé en deux étapes par le champ de vitesse hélicitaire, forme des « boucles de champ » ; la boucle fermée peut alors être considérée comme un champ induit ajouté au champ initial, en forme de spire, créant dans le fluide un courant j_α parallèle au champ initial appliqué, et qui donne naissance à un champ B poloïdal. De tels effets d'induction quadratiques en R_m ont été mesurés dans l'expérience VKS1 (Pétrélis *et al.*, 2003). Le lien que ce mécanisme entretient avec le caractère hélicitaire du champ de vitesse moyen trouve une très bonne illustration dans la thèse de Mickaël Bourgoïn (2003). Mickaël Bourgoïn a réalisé une étude numérique perturbative

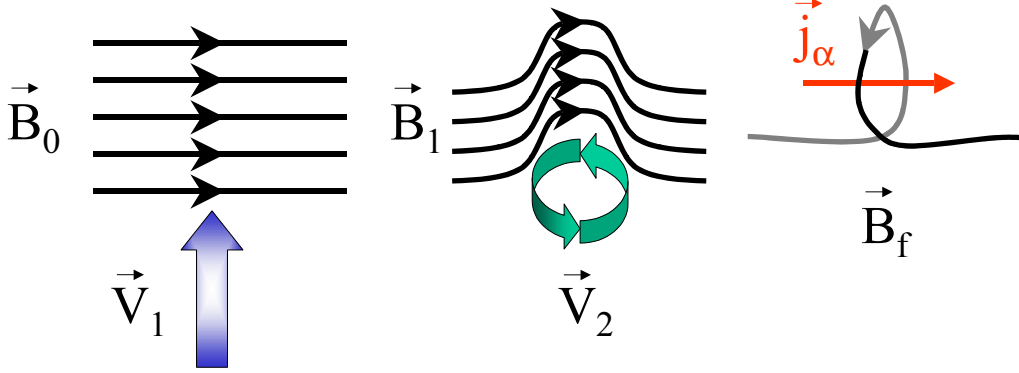


FIG. 1.6: Effet “Parker”.

de l'équation d'induction en géométrie cylindrique, et a ainsi pu montrer en utilisant un champ de vitesse moyen mesuré dans l'expérience VKE en configuration un disque l'induction d'un champ axial B_z à partir d'un champ appliqué transverse B_0 , dont l'intensité est proportionnelle à l'hélicité du champ de vitesse⁴ : $B_z \propto \Omega \partial_r V_z B_0$.

L'approche de dynamo turbulente, ou de champ moyen, décrite en détails dans le livre de Krause & Rädler (1980), donne le nom d'effet α à un mécanisme d'induction à grande échelle par la coopération des fluctuations de vitesse à petite échelle. La démarche est similaire à celle qui permet d'introduire le tenseur de Reynolds en turbulence. En séparant *spatialement* les champs de vitesse u et magnétique B en valeur moyenne et en fluctuations (de moyenne nulle) $u = \bar{u} + u'$ et $B = \bar{B} + B'$, et en réintroduisant ces termes dans l'équation d'induction pour la grande échelle \bar{B} , on a en moyenne $\overline{u \times B} = \bar{u} \times \bar{B} + \varepsilon$, avec $\varepsilon = \overline{u' \times B'}$ le “champ électromoteur moyen”. Effectuant un développement en série de Taylor, on exprime ε au premier ordre sous la forme $\varepsilon = \alpha \cdot \bar{B}$. On a donc création par les fluctuations d'un champ électromoteur colinéaire au champ \bar{B} . La loi d'Ohm nous donne alors : $\bar{j} = \sigma \varepsilon = \sigma \alpha \cdot \bar{B}$. On a création d'un courant moyen \bar{j} orienté parallèlement au champ moyen \bar{B} , et ce courant crée un champ magnétique perpendiculaire au champ appliqué.

- Effet de la diffusion en géométrie cylindrique.

Pour un champ magnétique non axisymétrique, la diffusion permet de coupler les composantes radiales et orthoradiales en géométrie cylindrique. Ce mécanisme intervient dans l'analyse du bouclage de la dynamo de Ponomarenko, consistant en un cylindre de longueur infini et conducteur animé d'un mouvement hélicoïdal dans un milieu infini de même conductivité au repos (Ponomarenko, 1975; Plunian & Massé, 2002; Fauve & Pétrélis, 2003).

- “Stretch-Twist-Fold” et dynamos rapides.

Ce mécanisme peut être appliqué à des milieux où la diffusion est nulle. On construit alors des dynamos «chaotiques», selon un processus d'étirement, torsion et pliage (Childress & Gilbert, 1995) qui fait furieusement penser au modèle de la transformation du boulanger. Le raisonnement est basé sur la conservation du flux magnétique dans des tubes de champ (voir figure 1.7). La boucle de flux est d'abord étirée, et donc si la section est divisée par deux, l'intensité du champ est multipliée par deux. La boucle est en suite tordue pour former un huit, dont les deux parties sont repliées l'une sur l'autre. Dans le volume de

⁴voir chapitre 2 de la première partie.

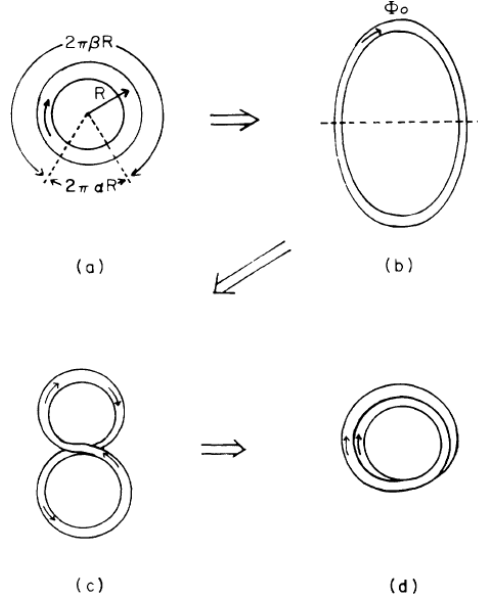


FIG. 1.7: “Stretch-Twist-Fold” mechanism. Figure extraite de Finn & Ott (1988).

départ, la circulation du flux est doublée.

Conclusions sur le problème de la dynamo cinématique

Nous concluerons cette courte revue de quelques effets de conversions ou d'amplification du champ magnétique en remarquant que le champ induit est parfois orthogonal au champ appliqué, ou alors parfois transporté dans une autre région. Assurer une bonne coopération de ces effets en vue d'obtenir un effet dynamo cinématique est une vraie gageure. L'effet dynamo, sa disparition et l'évolution du seuil sont ainsi connus pour être très sensibles à de petites modifications du champ de vitesse (Dudley & James, 1989; Marié *et al.*, 2003). Ainsi, l'efficacité de la dynamo de Ponomarenko dépendra fortement du «pas de vis» du mouvement hélicoïdal (voir par exemple Stefani *et al.* (1999); Pétrélis (2002); Gailitis *et al.* (2003) et les références incluses dans ce dernier article), et nous verrons dans notre cas, au chapitre 2 l'importance de la topologie du champ de vitesse, par exemple de la valeur du rapport Γ entre parties poloïdales et toroïdales du champ de vitesse moyen.

1.5 Dispositifs expérimentaux de mise en évidence de l'effet dynamo

Pour notre part, nous étudierons l'effet dynamo d'un point de vue expérimental. Nous regroupons ici divers dispositifs expérimentaux, réalisés ou en cours de réalisation. Nous les avons classé par leur caractère «contraint» décroissant. Nous les décrivons brièvement en insistant sur certains points spécifiques.

1.5.1 *Dynamos solides*

Dynamo-disque de Bullard

Nous avons mentionné la dynamo homopolaire de Bullard comme exemple d'introduction à l'effet dynamo (voir section 1.3). Il s'agit d'un dispositif très contraint, où le mouvement du conducteur est un mouvement de corps solide, et où les courants électriques sont astreints à

adopter une topologie particulière au moyen de fils électriques. Cette expérience n'a, à notre connaissance pas encore été réalisée, pour des problèmes pratiques de matériaux disponibles, et reste à l'état de modèle analytique.

Dynamo de Rikitake (1958)

Ce dispositif est une extension de l'exemple précédent. Il s'agit de deux dynamos de Bullard que l'on couple en reliant le bobinage de l'une au disque de l'autre. Ce dispositif est toujours très contraint, mais à travers le couplage entre les deux modules, le champ généré a une dynamique chaotique et présente des inversions de polarité (Plunian *et al.*, 1998).

Dynamo de Lowes et Wilkinson

Il s'agit toujours d'une dynamo solide, celle-ci réalisée expérimentalement par Lowes & Wilkinson (1963, 1968). Deux rotors conducteurs tournent dans une masse du même métal, et les deux axes de rotation ne sont pas dans un même plan. Ici, le mouvement des rotors est toujours contraint, mais les courants électriques sont moins contraints puis libres dans la seconde version de l'expérience. Notons que pour des raisons pratiques, les matériaux utilisés sont des matériaux ferromagnétiques, dont la perméabilité magnétique très élevée rend l'expérience possible à échelle humaine, mais qui conduisent à des mécanismes de saturation dus à la rémanence et donc sans liens avec les problèmes considérés ici.

1.5.2 *Dynamos fluides « contraintes »*

Deux expériences ont à ce jour montré l'effet dynamo dans un écoulement de fluide conducteur. Toutes deux utilisent du sodium liquide, pour sa très grande conductivité et sa densité proche de celle de l'eau. Nous rappelons dans le tableau 1.1 ses principales caractéristiques physiques. Les données sont issues de Rodriguez (1996).

T (°C)	ρ (kg.m ⁻³)	ν (10 ⁻⁶ m ² .s ⁻¹)	$\mu\sigma$ (m ⁻² .s ¹)
100	937	0.748	12.4
120	932	0.678	11.7
140	926	0.620	11.1
160	921	0.572	10.5
180	916	0.532	10.0

TAB. 1.1: *Propriétés physiques du sodium liquide en fonction de la température, pour des températures comprises entre 100 °C et 180 °C. Données extraites de Rodriguez (1996).*

Le sodium est liquide au dessus de 98 °C. Il s'agit du métal liquide possédant l'une des plus grandes conductivités. On remarque également que la conductivité chute assez rapidement avec l'élévation de la température. Il sera ainsi préférable de travailler à une température la plus proche du point de fusion, en conservant toutefois une certaine marge de sécurité. De plus, sa faible masse volumique le rend plus aisé à mettre en mouvement que du gallium liquide, par exemple. Il s'agit en outre d'un fluide newtonien et les valeurs de sa viscosité cinématique et de sa densité lui confèrent quasiment les mêmes propriétés hydrodynamiques que l'eau. Cela justifie ainsi les études des écoulements sur des modèles en eau. En revanche, sa forte réactivité chimique avec l'air, l'eau et la plupart des composés organiques le rend délicat à manipuler. Ainsi, toutes

les expériences décrites ci-après demandent de grandes précautions, le sodium étant contenu dans une boucle sous atmosphère d'argon, et les expériences étant parfois montées sur des bâtis répondant aux normes anti-sismiques.

Les deux expériences décrites ci-après cherchent à réaliser des écoulements modèles dont on connaît la capacité à conduire à l'effet dynamo cinématique. La structure de l'écoulement est imposée par la présence de parois, c'est pourquoi nous les avons regroupées sous l'adjectif «contraintes».

La dynamo « Ponomarenko (1975) » de Riga (Lettonie)

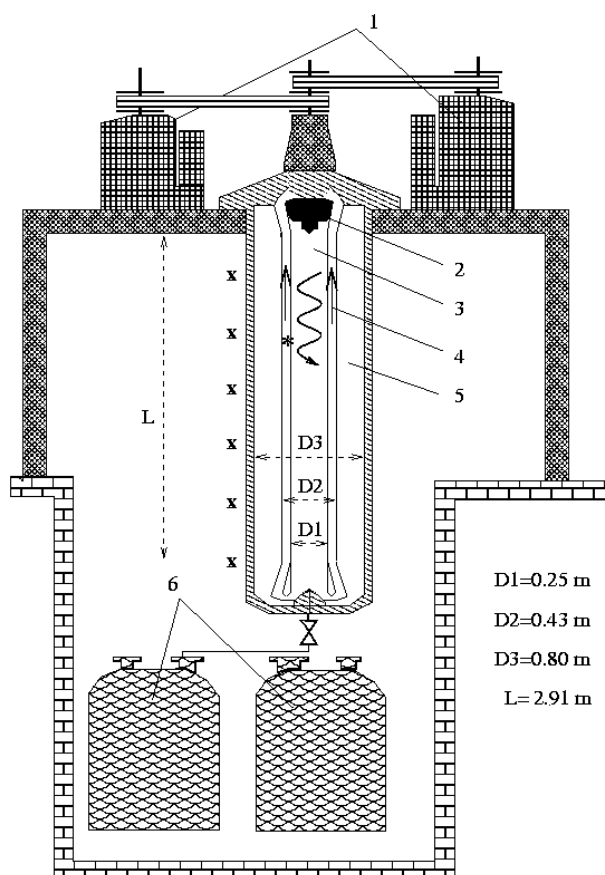


FIG. 1.8: La dynamo expérimentale de Riga. (1) Deux moteurs servent à entraîner la turbine (2). Le fluide contenu dans le cylindre interne (3) est alors animé d'une vitesse hélicoïdale, et recircule dans une seconde coquille (4). Du fluide est au repos dans une enveloppe externe (5). Au repos, le sodium est stocké dans les réservoirs (6).

L'écoulement de Ponomarenko est un écoulement très simple qui est instable vis à vis de l'effet dynamo pour un nombre de Reynolds magnétique assez bas, de l'ordre d'une vingtaine. Le module expérimental dont le principe est exposé ci-dessous par le schéma 1.8 a été construit à Riga, en Lettonie. Le fluide est mis en écoulement au moyen d'une turbine située dans le cylindre central. Les études préliminaires, et l'optimisation de la configuration retenue ont été réalisées par Stefani *et al.* (1999). L'effet dynamo y a été observé en l'an 2000 pour des valeurs du nombre de Reynolds magnétique très proches du seuil cinématique (Gailitis *et al.*, 2000, 2001, 2003). Il s'agit d'une bifurcation de Hopf vers un mode neutre oscillant, de forme hélicoïdale.

L'énergie magnétique à saturation croît linéairement avec l'écart au seuil. Les expériences ont pu être menées jusqu'à 40% au delà du seuil. Il faut alors injecter 10% de puissance supplémentaire pour maintenir la vitesse de l'écoulement. Le mécanisme de saturation consiste principalement à mettre en mouvement le fluide contenu dans l'enveloppe externe ((6) sur la figure 1.8) par un effet de pompe électromagnétique, ce qui réduit le gradient de vitesse à la paroi, le principal moteur de l'instabilité.

La dynamo «G. O. Roberts» de Karlsruhe (Allemagne)

Cette expérience (Stieglitz & Müller, 2001; Tilgner, 2002; Tilgner & Busse, 2002; Müller *et al.*, 2004) utilise l'écoulement périodique de Roberts (1972). Le schéma 1.9 représente l'expérience de Karlsruhe. Elle a commencé à fonctionner en février 2000. Il s'agit d'une bifurcation imparfaite (à cause du champ magnétique terrestre). Le champ magnétique observé est stationnaire. Il consiste en un dipole perpendiculaire à l'axe des tubes. La valeur du champ à saturation à 10% au dessus du seuil est de l'ordre de 250G, et le taux de fluctuation du champ magnétique est inférieur au pourcent. La puissance en excès est de 120%. Cette dynamo est beaucoup plus «dure» que la précédente, la topologie de l'écoulement étant beaucoup plus contrainte, la rétroaction des forces de Laplace s'opposant principalement au gradient de pression moteur de l'écoulement.

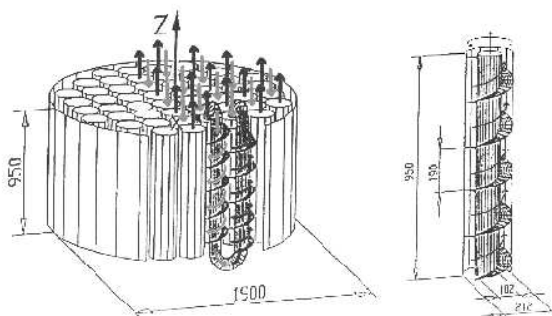


FIG. 1.9: La dynamo expérimentale de Karlsruhe. Le fluide circule dans des tubes alternés munis de parois imposant un mouvement hélicoïdal. Le fluide est mis en mouvement au moyen d'un gradient de pression imposé.

1.5.3 *Dynamos fluides « homogènes »*

Après ces deux succès majeurs, plusieurs équipes se sont alors penché sur le problème, en tentant de réaliser des écoulements beaucoup moins contraints. Busse (2000) a réalisé une revue des projets en cours à l'époque.

Les dynamos " s^2t^2 " sphériques

Les deux expériences dont il est question ici consistent en une sphère contenant du sodium liquide, et où le fluide est mis en mouvement aux moyens de deux hélices coaxiales contrarotatives. Cette situation se rapproche donc fortement d'un écoulement de von Kármán, et vise à reproduire des écoulements " s^2t^2 " connus pour leur capacité à générer un effet dynamo cinématique (Bullard & Gubbins, 1977; Dudley & James, 1989).

Les dispositifs et les études les concernant sont décrits dans les proceedings de Chossat *et al.* (2001) et les articles de Forest *et al.* (2002); Shew *et al.* (2002); Bayliss *et al.* (2004). L'expérience de l'équipe de C. B. Forest (Wisconsin, Etats-Unis) a un diamètre de 1m, pour une puissance

totale de 150kW . L'équipe de D. P. Lathrop (Maryland, Etats-Unis) a quant-à-elle construit une sphère de 3m de diamètre.

La dynamo transitoire de Perm (Russie)

L'équipe de P. Frick construit actuellement un dispositif de dynamo basé sur l'écoulement de sodium liquide produit dans un tore par une hélice fixe. Le tore de un mètre de diamètre est en rotation très rapide, jusqu'à obtenir une rotation solide. Une masse de une tonne tombe alors sur une pédale de frein qui commande douze freins de camions synchronisés, arrêtant la rotation du tore en un dixième de seconde. L'écoulement est un écoulement de vissage en déclin, et on espère «allumer» une dynamo pendant ce déclin (Dobler *et al.*, 2003).

La dynamo von Kármán Sodium (VKS)

Ce projet est mené conjointement par des équipes du CEA Saclay, du CEA Cadarache et des Écoles Normales Supérieures de Paris et de Lyon. Il met en œuvre l'écoulement de von Kármán dans le sodium (voir première partie du présent manuscrit). Une première version de l'expérience a permis de mettre en évidence divers mécanismes d'induction (Bourgoin *et al.*, 2002; Marié *et al.*, 2002; Pétrélis *et al.*, 2003; Marié *et al.*, 2003).

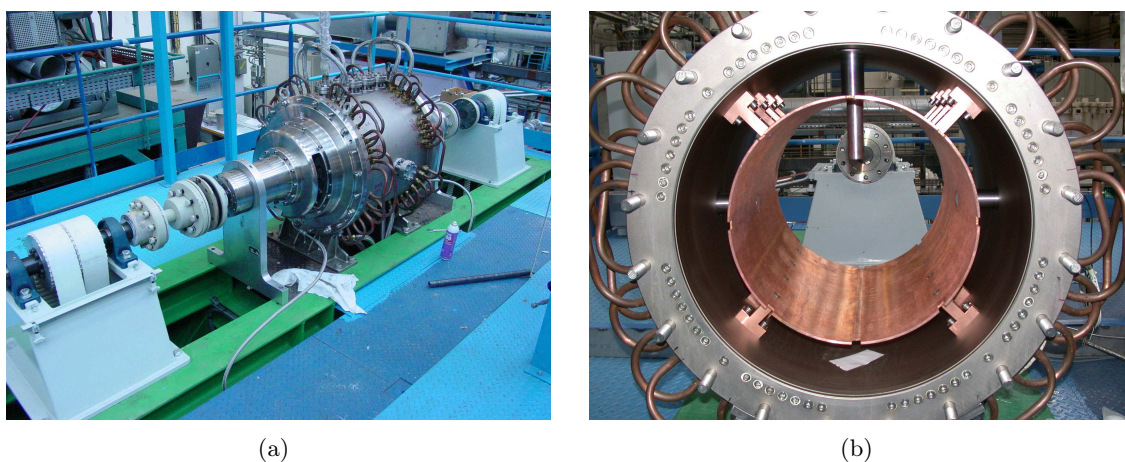


FIG. 1.10: Photographies de l'expérience VKS2 (CEA Cadarache). (a) On distingue les tuyaux de cuivre du système de refroidissement. (b) Intérieur de la cuve, avec la chemise en cuivre.

Le choix de cet écoulement comme configuration de base de l'expérience VKS a été motivé par le fait que le champ de vitesse moyen de tels écoulements comporte des zones où :

- l'étirement est important ;
- il existe une rotation différentielle ;
- il existe une hélicité moyenne non nulle.

Tout ceci peut favoriser l'amplification du champ magnétique. Des expériences de magnétohydrodynamique utilisant du gallium liquide dans un écoulement de von Kármán —le dispositif s'appelle donc VKG— ont été menées en parallèle à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon (Odier *et al.*, 1998; Bourgoin, 2003; Bourgoin *et al.*, 2004a). Le gallium présente l'avantage d'être beaucoup plus facile à manipuler que le sodium, mais sa conductivité électrique est 2,5 fois plus faible que celle du sodium liquide. De plus, sa densité 6 fois plus élevée le rend beaucoup plus difficile à entraîner, car la puissance dissipée dans l'écoulement de von Kármán est proportionnelle à

la densité du fluide, tous autres paramètres adimensionnels égaux par ailleurs. Les nombres de Reynolds magnétiques atteints dans l'expérience VKG sont par conséquent très faibles.

Les résultats des expériences VKG et VKS1 ont montré que les effets d'induction observés sont en très bon accord avec ceux imputables aux champs de vitesse moyennés dans le temps, mesurés dans l'expérience VKE, au CEA Saclay. Malheureusement, les nombres de Reynolds magnétiques atteints dans l'expérience VKS1 demeurent en dessous des seuils prévus par les calculs de dynamo cinématique de Marié *et al.* (2003), ne nous permettant ainsi pas de conclure sur la possibilité d'un effet dynamo dû au seul champ de vitesse moyen, ni sur le rôle de la turbulence sur l'instabilité.

Une nouvelle expérience —VKS2— a été construite récemment, avec pour but avoué de permettre de travailler au dessus d'un seuil prévu pour la partie moyenne de l'écoulement. La contribution à la collaboration VKS de mon travail de thèse a ainsi principalement consisté à définir la configuration finale retenue. Les principales évolutions concernent la taille qui a été portée de 430mm de diamètre à 600mm, l'ajout d'un système de refroidissement permettant de maintenir une température constante dans la cuve, une puissance multipliée par deux, portée à 300kW, et enfin l'ajout d'une chemise en cuivre séparant l'écoulement d'une zone au repos (voir figure 1.10 pour une vue d'ensemble de l'expérience VKS2 dans le hall d'expériences).

Nous décrivons brièvement en annexe F le code de dynamo cinématique nous ayant servi à définir cette configuration. Nous reproduisons au chapitre 2 un article consacré à l'optimisation de l'expérience et à la compréhension des mécanismes à l'origine de notre dynamo cinématique. Nous présentons enfin les premiers résultats de l'expérience VKS2 au chapitre 3.

Chapitre 2

Etude de l'effet dynamo cinématique du champ de vitesse moyenné dans le temps pour un écoulement de von Kármán contrarotatif / optimisation de l'expérience VKS2

Dans ce chapitre, nous reproduisons un article consacré à l'optimisation de la configuration expérimentale retenue pour l'expérience VKS2. Cet article a été soumis à la revue *Physics of Fluids* en octobre 2004 et a été accepté pour publication (Ravelet, Chiffaudel, Daviaud & Léorat, 2005).

2.1 Objectifs de l'optimisation - résumé des résultats forts

Nous utilisons un code de dynamo cinématique écrit par J. Léorat (1994)¹, afin d'étudier la capacité à générer un effet dynamo des champs de vitesse créés par différentes turbines et mesurés par LDV dans le dispositif expérimental VKE. L'objectif est de trouver une configuration possédant un seuil R_m^c atteignable dans le dispositif expérimental VKS2. Nous nous concentrons sur la partie moyennée dans le temps des champs de vitesse, aucune simulation numérique directe en géométrie et avec un forçage réalistes n'étant actuellement disponible, comme nous l'expliquons au paragraphe 1.4.2 page 145². Nous sommes également confortés dans cette démarche cinématique pour le champ de vitesse moyen par les succès de l'optimisation des expériences de Riga (Gailitis *et al.*, 2000) et Karlsruhe (Stieglitz & Müller, 2001). Les mesures de champ magnétique induit en réponse à un champ extérieur appliqué (mesures d'induction) dans l'expérience VKS1 ont en outre pu être interprétées dans une large mesure en termes d'effets du champ de vitesse moyen. Les effets des fluctuations turbulentes à petite échelle, ainsi que les fluctuations cohérentes de la structure à grande échelle du champ de vitesse ne sont pas pris en compte dans les expériences numériques rapportées ci-après et leur étude reposera sur les résultats de l'expérience VKS2.

Dans la première partie consacrée à la recherche d'une configuration optimale, nous confir-

¹Nous en décrivons le principe et reproduisons une situation connue et bien documentée avec ce code en annexe F

²Citons toutefois les travaux prometteurs de Boronski & Tuckerman (2004a)

mons tout d'abord l'extrême sensibilité de l'effet dynamo vis-à-vis de légères variations du champ de vitesse moyen ; cette sensibilité est bien connue, et a été mise en évidence notamment par Dudley & James (1989).

Cette première section de l'article s'inscrit dans une très forte interaction avec le chapitre 2 de la première partie du manuscrit. Nous y retrouvons ainsi une comparaison des différentes grandeurs globales en fonction de la forme du dispositif d'entraînement ; l'étude est ici restreinte aux grands nombres de Reynolds et aux turbines de rayon $R = 0.75$. Le point de vue porté sur ces grandeurs est en outre différent de celui adopté dans la première partie dans la mesure où nous établissons un lien entre ces grandeurs et le caractère «dynamogène» du champ de vitesse. Nous mettons ainsi en relief l'effet du rapport poloidal sur toroidal Γ sur le seuil de l'effet dynamo (voir Fig. 2.5 page 165).

Nous proposons alors l'ajout d'une couche de sodium au repos entourant l'écoulement. En faisant varier l'épaisseur w de cette couche conductrice, nous montrons que son ajout permet de diviser le seuil de l'instabilité R_m^c par 4 pour la turbine optimale pour l'épaisseur $w = 0.4$ retenue dans la configuration expérimentale VKS2 (voir Fig. 2.16 page 176). L'ajout de cette couche conductrice permet aussi de gagner en robustesse face à de légères variations du champ de vitesse (voir Fig. 2.10 page 171).

Nous étudions enfin dans un second temps la structure du mode propre attendu ainsi que les modifications de cette structure lors de l'ajout de la couche conductrice. La bifurcation est stationnaire, vers un mode de nombre d'onde azimuthal $m = 1$. La structure du mode neutre consiste en un dipôle équatorial important au niveau de la paroi cylindrique et en deux «bananes» localisées vers l'axe et où le champ magnétique est principalement axial. Le principal changement lié à l'ajout de la couche conductrice concerne le dipôle équatorial qui se trouve être renforcé. Cette seconde partie contribue à une compréhension approfondie des mécanismes impliqués dans l'effet dynamo dû au champ de vitesse moyenné au cours du temps dans un écoulement de von Kármán.

Nous complétons ces études à la fin de ce chapitre, et le resituons dans le cadre plus général de mon travail de thèse. Les points abordés à la fin de ce chapitre (page 187) sont les suivants :

- Problèmes pratiques posés par l'implémentation d'une couche de sodium au repos dans le dispositif expérimental VKS2.
 - Limites de notre code numérique homogène et périodique dans la direction axiale, comparaison avec un code de dynamo en géométrie fermée.
 - Pertinence du champ de vitesse moyenné dans le temps dans un écoulement de von Kármán contrarotatif à deux cellules pour l'approche cinématique de la dynamo. L'un des résultats importants de la première partie de ce manuscrit porte en effet sur le rôle prépondérant de structures cohérentes sur des temps très longs dans cette classe d'écoulements.
-

2.2 Introduction

In an electrically conducting fluid, kinetic energy can be converted into magnetic energy, if the flow is both of adequate topology and sufficient strength. This problem is known as the dynamo problem Moffatt (1978), and is a magnetic seed-field instability. The equation describing the behavior of the magnetic induction field \mathbf{B} in a fluid of resistivity η under the action of a velocity field \mathbf{v} is written in a dimensionless form :

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{\eta}{\mathcal{V}^* \mathcal{L}^*} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (2.1)$$

where \mathcal{L}^* is a typical length scale and \mathcal{V}^* a typical velocity scale. In addition, one must take into account the divergence-free nature of \mathbf{B} , the electromagnetic boundary conditions and the Navier-Stokes equations governing the fluid motion, including the back-reaction of the magnetic field on the flow through the Lorentz force.

The magnetic Reynolds number $R_m = \mathcal{V}^* \mathcal{L}^* \eta^{-1}$, which compares the advection to the Ohmic diffusion, controls the instability. Although this problem is simple to set, it is still open. While some flows lead to the dynamo instability with a certain threshold R_m^c , other flows do not, and anti-dynamo theorems are not sufficient to explain this sensitivity to flow geometry Moffatt (1978). The two recent experimental success of Karlsruhe and Riga Gailitis *et al.* (2000); Stieglitz & Müller (2001); Gailitis *et al.* (2001, 2002); Müller *et al.* (2004) are in good agreement with analytical and numerical calculations Stefani *et al.* (1999); Tilgner (2002); Tilgner & Busse (2002); Plunian & Rädler (2002); these two dynamos belong to the category of constrained dynamos : the flow is forced in pipes and the level of turbulence remains low. However, the saturation mechanisms of a dynamo are not well known, and the role of turbulence on this instability remains misunderstood Sweet *et al.* (2001); Gailitis *et al.* (2003); Cattaneo *et al.* (1996); Pétrélis & Fauve (2001); Ponty *et al.* (2004); Pétrélis (2002); Fauve & Pétrélis (2003).

The next generation of experimental homogeneous unconstrained dynamos (still in progress, see for example Frick *et al.*, Shew *et al.*, Marié *et al.* and O'Connell *et al.* in the Cargèse 2000 workshop proceedings Chossat *et al.* (2001)) might provide answers to these questions. The VKS liquid-sodium experiment in Cadarache, France Marié *et al.* (2002); Bourgoin *et al.* (2002); Pétrélis *et al.* (2003) belongs to this category. The VKS experiment is based on a class of flows called von Kármán type flows. In a closed cylinder, the fluid is inertially set into motion by two coaxial counterrotating impellers fitted with blades. This paper being devoted to the hydrodynamical and magnetohydrodynamical properties of the mean flow, let us first describe briefly the phenomenology of such mean flow. Each impeller acts as a centrifugal pump : the fluid rotates with the impeller and is expelled radially by the centrifugal effect. To ensure mass conservation the fluid is pumped in the center of the impeller and recirculates near the cylinder wall. In the exact counterrotating regime, the mean flow is divided into two toric cells separated by an azimuthal shear layer. Such a mean flow has the following features, known to favor dynamo action : differential rotation, lack of mirror symmetry and the presence of a hyperbolic stagnation point in the center of the volume. In the VKS experimental devices, the flow, inertially driven at kinetic Reynolds number up to 10^7 (see below), is highly turbulent. As far as full numerical MHD treatment of realistic inertially driven high-Reynolds-number flows cannot be carried out, this study is restricted to the kinematic dynamo capability of von Kármán mean flows.

Several measurements of induced fields have been performed in the first VKS device (VKS1) Bourgoin *et al.* (2002), in rather good agreement with previous numerical studies Marié *et al.* (2003), but no dynamo was seen : in fact the achievable magnetic Reynolds number in the VKS1 experiment remained below the threshold calculated by Marié *et al.* Marié *et al.* (2003). A larger

device —VKS2, with diameter 0.6 m and 300 kW power supply— is under construction. The main generic properties of mean-flow dynamo action have been highlighted by Marié *et al.* Marié *et al.* (2003) on two different experimental von Kármán velocity fields. Furthermore, various numerical studies in comparable spherical flows confirmed the strong effect of flow topology on dynamo action Dudley & James (1989); Forest *et al.* (2002). In the experimental approach, many parameters can be varied, such as the impellers' blade design, in order to modify the flow features. In addition, following Bullard & Gubbins Bullard & Gubbins (1977), several studies suggest adding a layer of stationary conductor around the flow to help the dynamo action. All these considerations lead us to consider the implementation of a static conducting layer in the VKS2 device and to perform a careful optimization of the mean velocity field by a kinematic approach of the dynamo problem.

Looking further towards the actual VKS2 experiment, one should discuss the major remaining physical unexplored feature : the role of hydrodynamical turbulence. Turbulence in an inertially-driven closed flow will be very far from homogeneity and isotropy. The presence of hydrodynamical small scale turbulence could act in two different ways : on the one hand, it may increase the effective magnetic diffusivity, inhibiting the dynamo action Reighard & Brown (2001). On the other hand, it could help the dynamo through a small-scale α -effect Krause & Rädler (1980). Moreover, the presence of a turbulent mixing layer between the two counterrotating cells may move the instantaneous velocity field away from the time-averaged velocity field for large time-scales Marié *et al.* (2004a). As the VKS2 experiment is designed to operate above the predicted kinematic threshold presented in this paper, it is expected to give an experimental answer to this question of the role of turbulence on the instability. Furthermore, if it exhibits dynamo action, it will shed light on the dynamical saturation regime which is outside the scope of the present paper.

In this article, we report the optimization of the time-averaged flow in a von Kármán liquid sodium experiment. We design a solution which can be experimentally achieved in VKS2, the new device held in Cadarache, France. This solution particularly relies on the addition of a static conducting layer surrounding the flow. The paper is organized as follows. In Section 2.3 we first present the experimental and numerical techniques that have been used. In Section 2.4, we present an overview of the optimization process which lead to the experimental configuration chosen for the VKS2 device. We study the influence of the shape of the impellers both on the hydrodynamical flow properties and on the onset of kinematic dynamo action. In Section 2.5, we focus on the understanding of the observed kinematic dynamo from a magnetohydrodynamical point of view : we examine the structure of the eigenmode and the effects of an outer conducting boundary. Finally, in Section 2.6, we review some possible mechanisms leading to kinematic dynamo action in a von Kármán flow and propose some conjectural explanations based on our observations.

2.3 Experimental and numerical tools

2.3.1 What can be done numerically

The bearing of numerical simulations in the design of experimental fluid dynamos deserves some general comments. Kinetic Reynolds numbers of these liquid sodium flows are typically 10^7 , well beyond any conceivable direct numerical simulation. Moreover, to describe effective MHD features, it would be necessary to treat very small magnetic Prandtl numbers, close to 10^{-5} , a value presently not within computational feasibility. Several groups are progressing in this way on model flows, for example with Large Eddy Simulations Ponty *et al.* (2004) which can reach

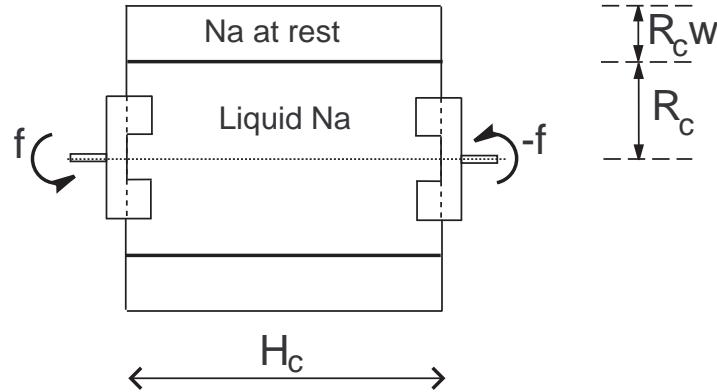


FIG. 2.1: Sketch of the VKS2 experiment. The container radius R_c is taken as unit scale. w is the dimensionless thickness of sodium at rest.

magnetic Prandtl numbers as low as 10^{-2} – 10^{-3} . Another strong difficulty arises from the search of realistic magnetic boundary conditions treatment which prove in practice also to be difficult to implement, except for the spherical geometry.

An alternative numerical approach is to introduce a given flow in the magnetic induction equation (2.1) and to perform *kinematic dynamo* computations. This flow can be either analytical Dudley & James (1989); Tilgner (2002), computed by pure hydrodynamical simulations (which may now be performed with Reynolds numbers up to a few thousands), or measured in laboratory water models Forest *et al.* (2002); Marié *et al.* (2003) by Laser Doppler velocimetry (LDV) or by Particle Imaging Velocimetry (PIV). Such measurements lead to a map of the time-averaged flow and to the main properties of the fluctuating components : turbulence level, correlation times, etc. Kinematic dynamo computations have been successfully used to describe or to optimize the Riga Stefani *et al.* (1999) and Karlsruhe Tilgner (2002) dynamo experiments.

We will follow here the kinematic approach using the time-averaged flow measured in a water model at realistic kinetic Reynolds number. Indeed, potentially important features such as velocity fluctuations will not be considered. Another strong limitation of the kinematic approach is its linearity : computations may predict if an initial seed field grows, but the study of the saturation regime will rely exclusively on the results of the actual MHD VKS-experiment.

2.3.2 Experimental measurements

In order to measure the time-averaged velocity field —hereafter simply denoted as the mean field— we use a water-model experiment which is a half-scale model of the VKS2 sodium device. The experimental setup, measurement techniques, and methods are presented in detail in Refs. Marié *et al.* (2003); Marié (2003). However, we present below an overview of our experimental issues and highlight the evolutions with respect to those previous works.

We use water as the working fluid for our study, noting that its hydrodynamical properties at 50°C (kinematic viscosity ν and density ρ) are very close to those of sodium at 120°C .

A sketch of the von Kármán experiments is presented in Fig. 2.1. The cylinder is of radius R_c and height $H_c = 1.8R_c$. In the following, all the spatial quantities are given in units of $R_c = \mathcal{L}^*$. The hydrodynamical time scale is based on the impeller driving frequency f : if \mathbf{V} is the measured velocity field for a driving frequency f , the dimensionless mean velocity field is thus $\mathbf{v} = (2\pi R_c f)^{-1} \mathbf{V}$.

The integral kinetic Reynolds number Re is typically 10^6 in the water-model, and 10^7 in the

sodium device VKS2. The inertially driven flow is highly turbulent, with velocity fluctuations up to 40 percent of the maximum velocity Bourgoin *et al.* (2002); Marié *et al.* (2003). In the water model, we measure the time-averaged velocity field by Laser Doppler Velocimetry (LDV). Data are averaged over typically 300 disk rotation periods. We have performed velocity measurements at several points for several driving frequencies : as expected for so highly turbulent a flow, the dimensionless velocity \mathbf{v} does not depend on the integral Reynolds number $Re = \mathcal{V}^* \mathcal{L}^* \nu^{-1}$ Frisch (1995).

Velocity modulations at the blade frequency have been observed only in and very close to the inter-blade domains. These modulations are thus time-averaged and we can consider the mean flow as a solenoidal axisymmetric vector field Ravelet (2002). So the toroidal part of the velocity field V_θ (in cylindrical coordinates) and the poloidal part (V_z, V_r) are independent.

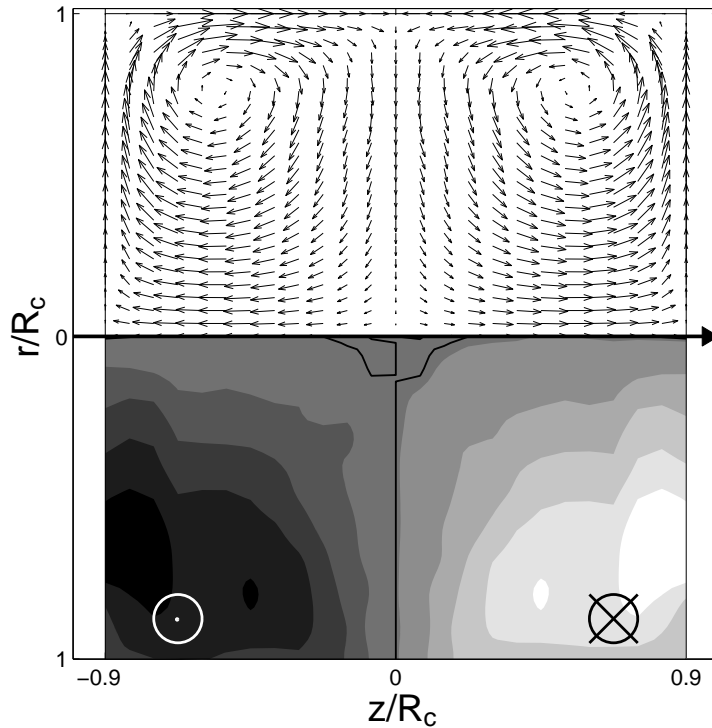


FIG. 2.2: Dimensionless mean velocity field measured by LDV and symmetrized for kinematic dynamo simulations. The cylinder axis is horizontal. Arrows correspond to poloidal part of the flow, shading to toroidal part. We use cylindrical coordinates (r, θ, z) , with origin at the center of the cylinder.

In the water-model experiment dedicated to the study reported in this paper, special care has been given to the measurements of velocity fields, especially near the blades and at the cylinder wall, where the measurement grid has been refined. The mechanical quality of the experimental setup ensures good symmetry of the mean velocity fields with respect to rotation of π around any diameter passing through the center of the cylinder (\mathcal{R}_π -symmetry). The fields presented in this paper are thus symmetrized by \mathcal{R}_π with no noticeable changes in the profiles but with a slightly improved spatial signal-to-noise ratio. With respect to Ref. Marié *et al.* (2003), the velocity fields are neither smoothed, nor stretched to different aspect ratios.

Fig. 2.2 shows the mean flow produced by the optimal impeller. The mean flow respects

the phenomenology given in the Introduction : it is composed of two toroidal cells separated by a shear layer, and two poloidal recirculation cells. High velocities are measured over the whole volume : the inertial stirring is actually very efficient. Typically, the average over the flow volume of the mean velocity field is of order of $0.3 \times (2\pi R_c f)$.

In addition to velocity measurements, we perform global power consumption measurements : torques are measured through the current consumption in the motors given by the servo drives and have been calibrated by calorimetry.

2.3.3 Kinematic dynamo simulations

Once we know the time-averaged velocity field, we integrate the induction equation using an axially periodic kinematic dynamo code, written by J. Léorat (1994). The code is pseudo-spectral in the axial and azimuthal directions while the radial dependence is treated by a high-order finite difference scheme. The numerical resolution corresponds to a grid of 48 points in the axial direction, 4 points in the azimuthal direction (corresponding to wave numbers $m = 0, \pm 1$) and 51 points in the radial direction for the flow domain. This spatial grid is the common basis of our simulations and has been refined in some cases. The time scheme is second-order Adams-Bashforth with diffusive time unit $t_d = R_c^2 \eta^{-1}$. The typical time step is 5×10^{-6} and simulations are generally carried out over 1 time unit.

Electrical conductivity and magnetic permeability are homogeneous and the external medium is insulating. Implementation of the magnetic boundary conditions for a finite cylinder is difficult, due to the non-local character of the continuity conditions at the boundary of the conducting fluid. In contrast, axially periodic boundary conditions are easily formulated, since the harmonic external field then has an analytical expression. We thus choose to look for axially periodic solutions, using a relatively fast code, which allows us to perform parametric studies. To validate our choice, we compared our results with results from a finite cylinder code (F. Stefani, private communication) for some model flows and a few experimental flows. In all these cases, the periodic and the finite cylinder computations give comparable results. This remarkable agreement may be due to the peculiar flow and to the magnetic eigenmodes symmetries : we do not claim that it may be generalized to other flow geometries. Indeed, the numerical elementary box consists of two mirror-symmetric experimental velocity fields in order to avoid strong velocity discontinuities along the z axis. The magnetic eigenmode could be either symmetric or antisymmetric with respect to this artificial mirror symmetry Knobloch (1996). In almost all of our simulations, the magnetic field is mirror-antisymmetric, and we verify that no axial currents cross the mirror boundary. The few exotic symmetric cases we encountered cannot be used for optimization of the experiment.

Further details on the code can be found in Ref. Léorat (1994). We use a mirror-antisymmetric initial magnetic seed field optimized for a fast transient Marié *et al.* (2003). Finally, we can act on the electromagnetic boundary conditions by adding a layer of stationary conductor of dimensionless thickness w , surrounding the flow exactly as in the experiment (Fig. 2.1). This extension is made while keeping the grid radial resolution constant (51 points in the flow region). The velocity field we use as input for the numerical simulations is thus simply in an homogeneous conducting cylinder of radius $1 + w$:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &\equiv \mathbf{v}_{\text{measured}} & \text{for } 0 \leq r \leq 1 \\ \mathbf{v} &\equiv 0 & \text{for } 1 < r \leq 1 + w \end{aligned}$$

2.4 Optimization of the VKS experiment

2.4.1 Optimization process

The goal of our optimization process is to find the impeller whose mean velocity field leads to the lowest R_m^c for the lowest power cost. We have to find a solution feasible in VKS2, *i.e.* with liquid sodium in a 0.6 m diameter cylinder with 300 kW power supply. We performed an iterative optimization loop : for a given configuration, we measure the mean velocity field and the power consumption. Then we simulate the kinematic dynamo problem. We try to identify features favoring dynamo action and modify parameters in order to reduce the threshold and the power consumption and go back to the loop.

2.4.2 Impeller tunable parameters.

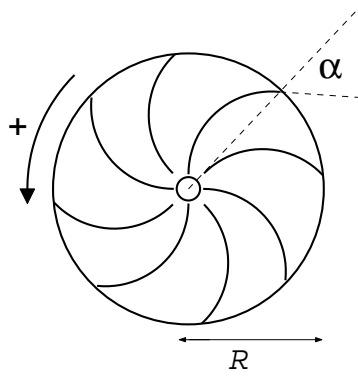


FIG. 2.3: Sketch of the impeller parameters. R is the dimensionless radius, α the blade curvature angle. The sign of α is determined by the sense of rotation : positive when rotated anticlockwise.

The impellers are flat disks of radius R fitted with 8 blades of height h . The blades are arcs of circles, with a curvature radius C , whose tangents are radial at the center of the disks. We use the angle $\alpha = \arcsin(\frac{R}{2C})$ to label the different curvatures (see Fig. 2.3). For straight blades $\alpha = 0$. By convention, we use positive values to label the direction corresponding to the case where the fluid is set into motion by the convex face of the blades. In order to study the opposite curvature ($\alpha < 0$) we just rotate the impeller in the other direction. The two counterrotating impellers are separated by H_c , the height of the cylinder. We fixed the aspect ratio H_c/R_c of the flow volume to 1.8 as in the VKS device. In practice we successively examine the effects of each parameter h , R and α on global quantities characterizing the mean flow. We then varied the parameters one by one, until we found a relative optimum for the dynamo threshold. We tested 12 different impellers, named TMxx, with three radii ($R = 0.5, 0.75$ & 0.925), various curvature angles α and different blade heights h .

2.4.3 Global quantities and scaling relations

We know from empirical results Marié *et al.* (2003); Dudley & James (1989); Forest *et al.* (2002) that the poloidal to toroidal ratio Γ of the flow has a great impact on the dynamo threshold. Moreover, a purely toroidal flow is unable to sustain dynamo action Bullard & Gellman (1954); Backus (1958), while it is possible for a purely poloidal flow Love & Gubbins (1996); Proctor (2004). We also note that, for a Ponomarenko flow, the pitch parameter plays a major role Stefani *et al.* (1999); Pétrélis (2002); Fauve & Pétrélis (2003). All these results lead us to

first focus on the ratio

$$\Gamma = \frac{\langle P \rangle}{\langle T \rangle}$$

where $\langle P \rangle$ is the spatially averaged value of the poloidal part of the mean flow, and $\langle T \rangle$ the average of the toroidal part.

Another quantity of interest is the velocity factor \mathcal{V} : the dimensionless maximum value of the velocity. In our simulations, the magnetic Reynolds number R_m is based on the velocity factor, *i.e.* on a typical *measured* velocity in order to take into account the stirring efficiency :

$$\mathcal{V} = \frac{\max(\|\mathbf{V}\|)}{2 \pi R_c f}$$

$$R_m = 2 \pi R_c^2 f \mathcal{V} / \eta$$

We also define a power coefficient K_p by dimensional analysis. We write the power \mathcal{P} given by a motor to sustain the flow as follows :

$$\mathcal{P} = K_p(Re, geometry) \rho R_c^5 \Omega^3$$

with ρ the density of the fluid and $\Omega = 2\pi f$ the driving pulsation. We have checked Marié (2003) that K_p does not depend on the Reynolds number Re as expected for so highly turbulent inertially driven flows Frisch (1995).

The velocity factor measures the stirring efficiency : the greater \mathcal{V} , the lower the rotation frequency needed to reach a given velocity. Besides, a lower K_p implies that less power is needed to sustain a given driving frequency. The dimensionless number which we need to focus on compares the velocity effectively reached in the flow to the power consumption. We call it the MaDo number :

$$\text{MaDo} = \frac{\mathcal{V}}{K_p^{1/3}}$$

The greater MaDo, the less power needed to reach a given velocity (*i.e.* a given magnetic Reynolds number). The MaDo number is thus a hydrodynamical efficiency coefficient. To make the VKS experiment feasible at laboratory scale, it is necessary both to have great MaDo numbers and low critical magnetic Reynolds numbers R_m^c . The question underlying the process of optimization is to know if we can, on the one hand, find a class of impellers with mean flows exhibiting dynamo action, and, on the other hand, if we can increase the ratio MaDo/R_m^c . This means that we have to look both at the global hydrodynamical quantities and at the magnetic induction stability when varying the impellers' tunable parameters h , R and α .

Fig. 2.4 presents MaDo for the entire set of impellers. For our class of impellers, the MaDo number remains of the same order of magnitude within $\pm 10\%$. Only the smallest diameter impeller ($R = 0.5$) exhibits a slightly higher value. In the ideal case of homogeneous isotropic turbulence, far from boundaries, we can show that what we call the MaDo number is related to the Kolmogorov constant $C_K \simeq 1.5$ Lesieur (1990). The Kolmogorov constant is related to the kinetic energy spatial spectrum :

$$E(k) = C_K \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

where ϵ is the dissipated power per unit mass, and k the wave number. If we assume that ϵ is homogeneous and that \mathcal{P} is the total dissipated power we measure, we have :

$$\epsilon = \frac{\mathcal{P}}{\rho \pi R_c^2 H_c}$$

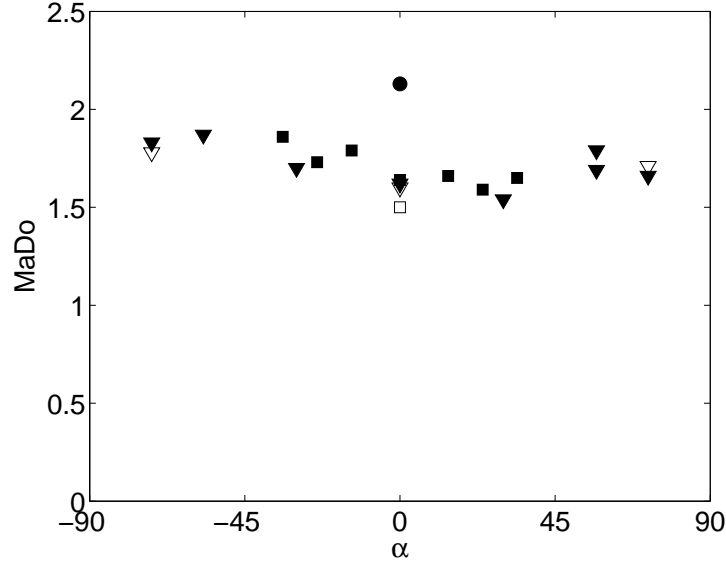


FIG. 2.4: MaDo number vs α for all the impellers we have tested. $R = 0.925(\blacktriangledown)$, $R = 0.75(\blacksquare)$ and $R = 0.5(\bullet)$. Closed symbols : $h = 0.2$. Open symbols : $h \leq 0.1$

Using the definition

$$\frac{1}{2}\langle v^2 \rangle = \int E(k) dk$$

and assuming $\frac{1}{2}\langle v^2 \rangle \simeq \frac{1}{2}\mathcal{V}^2$ and using the steepness of the spectrum, we obtain :

$$E(k_0) = \frac{1}{3}\mathcal{V}^2 k_0^{-1}$$

with $k_0 = 2\pi/R_c$ the injection scale. Then the relation between the MaDo number and C_K is :

$$\text{MaDo}^2 \simeq 3\pi^{-4/3} \left(\frac{H_c}{R_c} \right)^{-2/3} C_K \simeq 0.44 C_K$$

i.e., with $C_K = 1.5$, we should have, for homogeneous isotropic turbulence $\text{MaDo} \simeq 0.81$. In our closed system with blades, we recover the same order of magnitude, and the fact that MaDo is almost independent of the driving system. Thus, there is no obvious optimum for the hydrodynamical efficiency. Between various impellers producing dynamo action, the choice will be dominated by the value of the threshold R_m^c .

Let us first eliminate the effect of the blade height h . The power factor K_p varies quasi-linearly with h . As MaDo is almost constant, smaller h impellers require higher rotation frequencies, increasing the technical difficulties. We choose $h = 0.2$, a compromise between stirring efficiency and the necessity to keep the free volume sufficiently large.

2.4.4 Influence of the poloidal/toroidal ratio Γ

In our cylindrical von Kármán flow without a conducting layer ($w = 0$), there seems to be an optimal value for Γ close to 0.7. Since the mean flow is axisymmetric and divergence-free, the ratio Γ can be changed numerically by introducing an arbitrary multiplicative factor on, say, the toroidal part of the velocity field. In the following, Γ_0 stands for the experimental ratio for the measured mean velocity field \mathbf{v}^{exp} , whereas Γ stands for a numerically adjusted velocity field \mathbf{v}^{adj} . This flow is simply adjusted as follows :

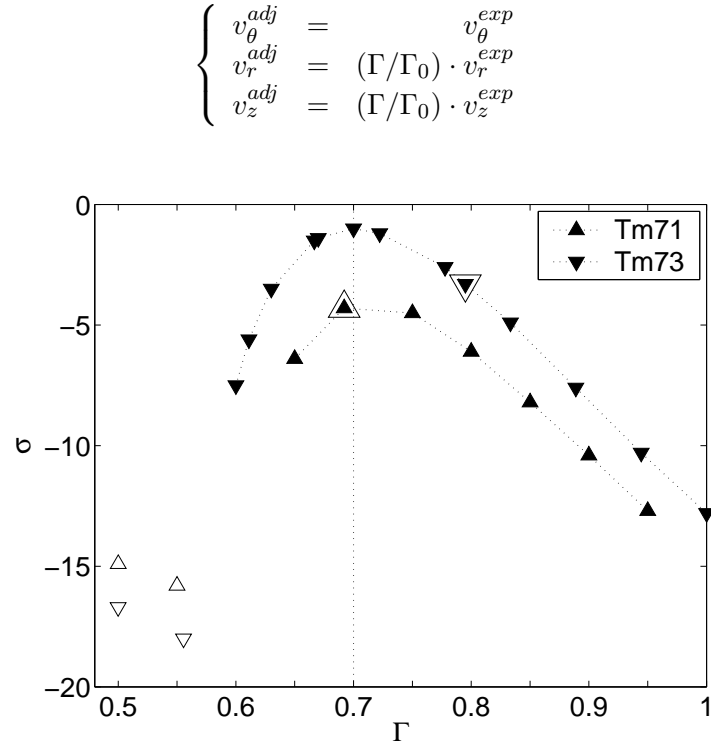


FIG. 2.5: Magnetic energy growth rate σ vs. numerical ratio Γ . $R_m = 100$, $w = 0$. Simulations performed for two different mean velocity fields (impellers TM71 (\blacktriangle) and TM73 (\blacktriangledown) of radius $R = 0.75$). Larger symbols correspond to natural Γ_0 of the impeller. Vertical dashed line corresponds to optimal $\Gamma = 0.7$. Closed symbols stand for stationary regimes, whereas open symbols stand for oscillating regimes for $\Gamma \lesssim 0.6$.

In Fig. 2.5, we plot the magnetic energy growth rate σ (twice the magnetic field growth rate) for different values of Γ , for magnetic Reynolds number $R_m = 100$ and without conducting layer ($w = 0$). The two curves correspond to two different mean velocity fields which have been experimentally measured in the water model (they correspond to the TM71 and TM73 impellers, see table 2.1 for their characteristics). We notice that the curves show the same shape with maximum growth rate at $\Gamma \simeq 0.7$, which confirms the results of Ref. Marié *et al.* (2003).

For $\Gamma \lesssim 0.6$, oscillating damped regimes (open symbols in Fig. 2.5) are observed. We plot the temporal evolution of the magnetic energy in the corresponding case in Fig. 2.6 : these regimes are qualitatively different from the oscillating regimes already found in Marié *et al.* (2003) for *non* \mathcal{R}_π -symmetric $\Gamma = 0.7$ velocity fields, consisting of one mode with a complex growth rate : the magnetic field is a single traveling wave, and the magnetic energy, integrated over the volume, evolves monotonically in time.

In our case, the velocity field is axisymmetric and \mathcal{R}_π -symmetric, *i.e.*, corresponds to the group $O(2)$ Knobloch (1996). The evolution operator for the magnetic field also respects these symmetries. It is known that symmetries strongly constrain the nature of eigenvalues and eigenmodes of linear stability problems. We observe two types of non-axisymmetric $m = 1$ solutions consistent with the $O(2)$ group properties :

- A steady bifurcation with a real eigenvalue. The eigenmode is \mathcal{R}_π -symmetric with respect to a certain axis. We always observed such stationary regimes for $\Gamma \gtrsim 0.6$.

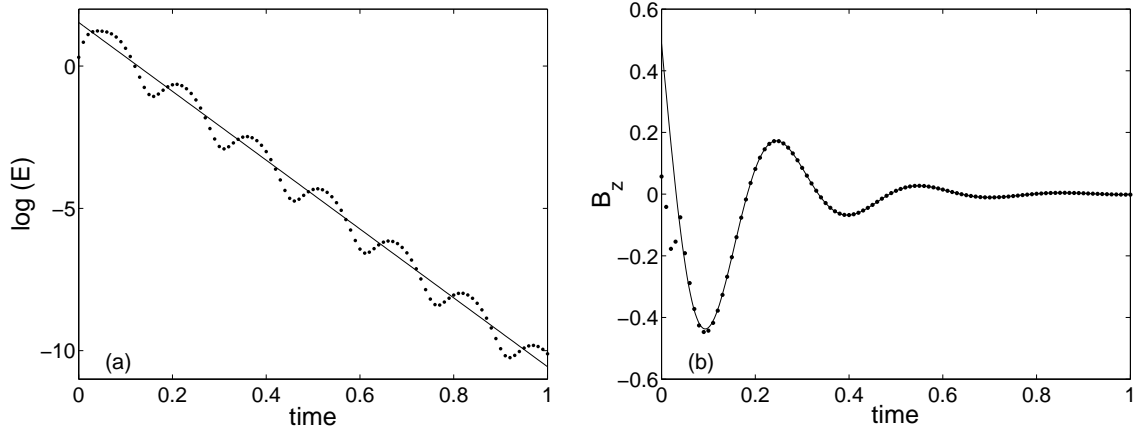


FIG. 2.6: Typical damped oscillating regime for impeller TM70 at $\Gamma = 0.5$, $w = 0$, $R_m = 140$. (a) : temporal evolution of the magnetic energy $E = \int \mathbf{B}^2$. Straight line is a linear fit of the form $E(t) = E_0 \exp(\sigma t)$ and gives the temporal growth rate $\sigma = -12.1$. (b) : temporal evolution of the z component of \mathbf{B} at the point $r = 0.4, \theta = 0, z = -0.23$ with a nonlinear fit of the form : $B_z(t) = a \exp(\sigma t/2) \cos(\omega t + \phi)$ which gives $\sigma = -12.2$ and $\omega = 20.7$.

- Oscillatory solutions in the shape of standing waves associated with complex-conjugate eigenvalues.

The latter oscillatory solutions are observed for $\Gamma \lesssim 0.6$. Since the temporal integration starts with a \mathcal{R}_π -symmetric initial condition for the magnetic field, we obtain decaying standing waves corresponding to the sum of two modes with complex-conjugate eigenvalues and the same amplitudes. The magnetic energy therefore decays exponentially while pulsating (Fig. 2.6 (a)).

The same feature has been reported for analytical “ $s_2^0 t_2^0$ –like flows” in a cylindrical geometry with a Galerkin analysis of neutral modes and eigenvalues for the induction equation Marié *et al.* (2004b). A major interest of the latter method is that it gives the structure of the modes : one mode is localized near one impeller and rotates with it, the other is localized and rotates with the other impeller. Growing oscillating dynamos are rare in our system : a single case has been observed, for TM71(–) ($\Gamma_0 = 0.53$) with a $w = 0.4$ conducting layer at $R_m = 215$ ($R_m^c = 197$, see table 2.1). Such high a value for the magnetic Reynolds number is out of the scope of our experimental study, and is close to the practical upper limit of the numerical code.

Experimental dynamo action will thus be sought in the stationary regimes domain $\Gamma \gtrsim 0.6$. Without a conducting layer, we must look for the optimal impeller around $\Gamma_0 \simeq 0.7$.

2.4.5 Effects of the impeller radius R

One could *a priori* expect that a very large impeller is favorable to the hydrodynamical efficiency. This is not the case. For impellers with straight blades, MaDo slightly decreases with R : for respectively $R = 0.5, 0.75$ and 0.925 , we respectively get $\text{MaDo} = 2.13, 1.64$ and 1.62 . This tendency is below the experimental error. We thus consider that MaDo does not depend on the impeller.

Nevertheless one should not forget that \mathcal{V} varies quasi-linearly with impeller radius R : if the impeller becomes smaller it must rotate faster to achieve a given value for the magnetic Reynolds number, which may again cause mechanical difficulties. We do not explore radii R smaller than 0.5 .

Concerning the topology of the mean flow, there are no noticeable effects of the radius R on

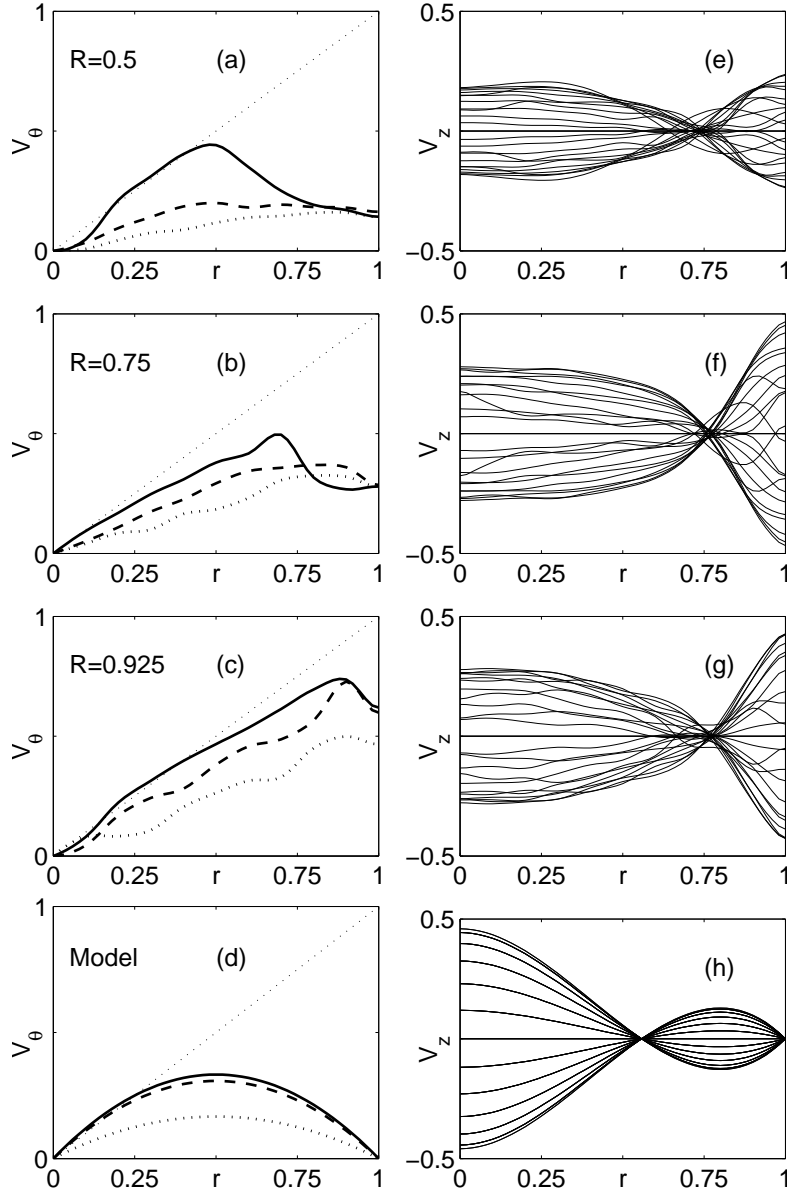


FIG. 2.7: Radial profiles of toroidal velocity v_θ ((a)–(d)) for $z = 0.3$ (dotted line), 0.675 (dashed line), & 0.9 (solid line); and axial velocity v_z ((e)–(h)) for various equidistant z between the two rotating disks. From top to bottom : experimental flow for (a-e) : $R = 0.5$, (b-f) : $R = 0.75$, (c-g) : $R = 0.925$ impeller and (d-h) : model analytical flow (see equations (2.3) and discussion below).

the poloidal part. We always have two toric recirculation cells, centered at a radius r_p close to 0.75 ± 0.02 and almost constant for all impellers (Fig. 2.7 (e-f-g-h)). The fluid is pumped to the impellers for $0 < r < r_p$ and is reinjected in the volume $r_p < r < 1$. This can be interpreted as a geometrical constraint to ensure mass conservation : the circle of radius $r = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (very close to 0.75) separates the unit disk into two regions of the same area.

The topology of the toroidal part of the mean flow now depends on the radius of the impeller. The radial profile of v_θ shows stronger departure from solid-body rotation for smaller R (Fig. 2.7 (a-b-c-d)) : this will be emphasized in the discussion. We performed simulations for

three straight blades impellers of radii $R = 0.5$, $R = 0.75$ and $R = 0.925$; without a conducting shell ($w = 0$) and with a conducting layer of thickness $w = 0.4$. We have integrated the induction equation for the three velocity fields numerically set to various Γ and compared the growth rates. The impeller of radius $R = 0.75$ close to the radius of the center of the poloidal recirculation cells systematically yields the greatest growth rate. Thus, radius $R = 0.75$ has been chosen for further investigations.

2.4.6 Search for the optimal blade curvature

The hydrodynamical characteristics of the impellers of radius $R = 0.75$ are given in table 2.1. For increasing blade curvature the average value of the poloidal velocity $\langle P \rangle$ increases while the average value of the toroidal velocity $\langle T \rangle$ decreases : the ratio Γ_0 is a continuous growing function of curvature α (Fig. 2.8). A phenomenological explanation for the $\langle T \rangle$ variation can be given. The fluid pumped by the impeller is centrifugally expelled and is constrained to follow the blades. Therefore, it exits the impeller with a velocity almost tangent to the blade exit angle α . Thus, for $\alpha < 0$ (resp. $\alpha > 0$), the azimuthal velocity is bigger (resp. smaller) than the solid body rotation. Finally, it is possible to adjust Γ_0 to a desired value by choosing the appropriate curvature α , in order to lower the threshold for dynamo action.

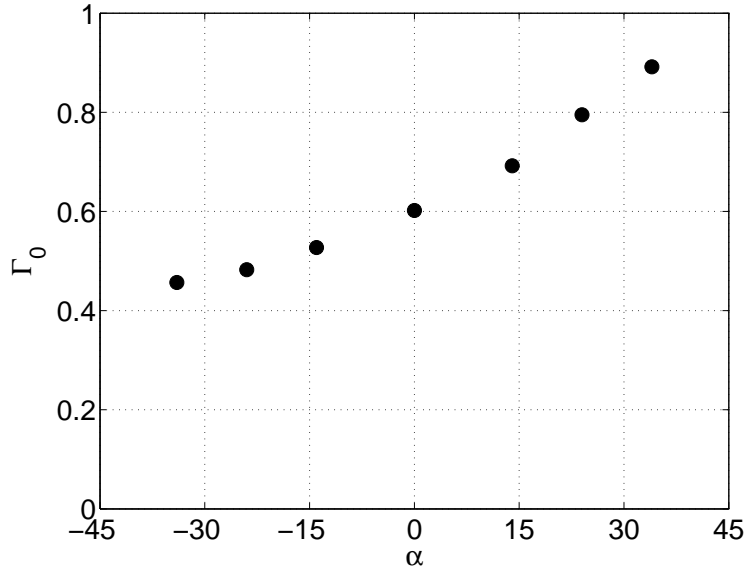


FIG. 2.8: Γ_0 vs α for four impellers of radius $R = 0.75$ rotated in positive and negative direction (see Table 2.1).

Impeller	$\alpha^{(0)}$	$\langle P \rangle$	$\langle T \rangle$	$\Gamma_0 = \frac{\langle P \rangle}{\langle T \rangle}$	$\langle P \rangle, \langle T \rangle$	$\langle H \rangle$	\mathcal{V}	K_p	$MaDo$	$R_m^c (w = 0)$	$R_m^c (w = 0.4)$
TM74−	−34	0.15	0.34	0.46	0.052	0.43	0.78	0.073	1.86	n.i.	n.i.
TM73−	−24	0.16	0.34	0.48	0.055	0.41	0.72	0.073	1.73	n.i.	n.i.
TM71−	−14	0.17	0.33	0.53	0.057	0.49	0.73	0.069	1.79	n.i.	197 (o)
TM70	0	0.18	0.30	0.60	0.056	0.47	0.65	0.061	1.64	(1)	(1)
TM71	+14	0.19	0.28	0.69	0.053	0.44	0.64	0.056	1.66	179	51
TM73	+24	0.20	0.25	0.80	0.051	0.44	0.60	0.053	1.60	180	43
TM74	+34	0.21	0.24	0.89	0.050	0.44	0.58	0.043	1.65	∞	44

TAB. 2.1: Global hydrodynamical dimensionless quantities (see text for definitions) for the radius $R = 0.75$ impeller family, rotating counterclockwise (+), or clockwise (−) (see Fig. 2.3). The last two columns present the thresholds for kinematic dynamo action with ($w = 0.4$) and without ($w = 0$) conducting layer. Optimal values appear in bold font. Most negative curvatures have not been investigated (n.i.) but the TM71−, which presents an oscillatory (o) dynamo instability for $R_m^c = 197$ with $w = 0.4$. (1) : the TM70 impeller ($\Gamma_0 = 0.60$) has a tricky behavior, exchanging stability between steady modes, oscillatory modes and a singular mode which is mirror-symmetric with respect to the periodization introduced along z and thus not physically relevant.

Without a conducting shell, the optimal impeller is the TM71 ($\Gamma_0 = 0.69$). But its threshold $R_m^c = 179$ cannot be achieved in the VKS2 experiment. We therefore must find another way to reduce R_m^c , the only relevant factor for the optimization.

2.4.7 Optimal configuration to be tested in the VKS2 sodium experiment

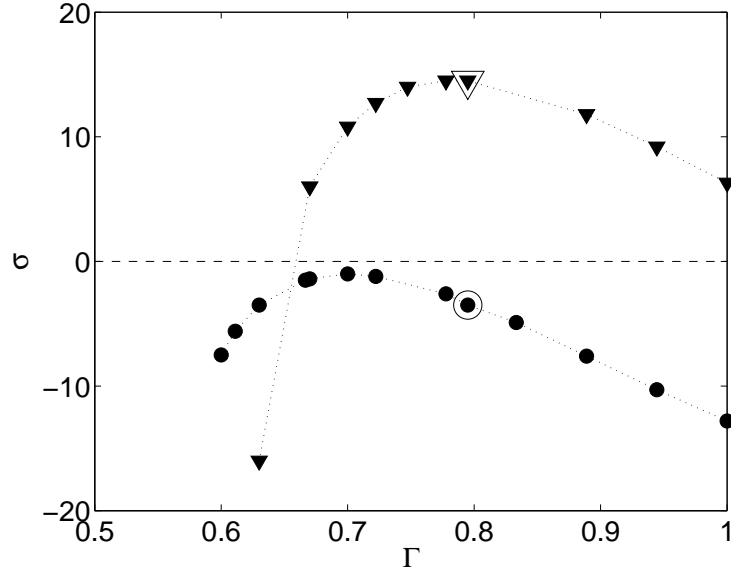


FIG. 2.9: Shift in the optimal value of Γ when adding a conducting layer. Magnetic energy growth rate σ vs. Γ for $w = 0$ (●) and $w = 0.4$ (▼). Impeller TM73, $R_m = 100$. Larger symbols mark the natural Γ_0 of the impeller.

As in the Riga experiment Stefani *et al.* (1999); Gailitis *et al.* (2001), and as in numerical studies of various flows Bullard & Gubbins (1977); Kaiser & Tilgner (1999); Avalos-Zuniga & Plunian (2003), we consider a stationary layer of fluid sodium surrounding the flow. This significantly reduces the critical magnetic Reynolds number, but also slightly shifts the optimal value for Γ . We have varied w between $w = 0$ and $w = 1$; since the experimental VKS2 device is of fixed overall size (diameter 0.6 m), the flow volume decreases while increasing the static layer thickness w . A compromise between this constraint and the effects of increasing w has been found to be $w = 0.4$ and we mainly present here results concerning this value of w . In Fig. 2.9, we compare the curves obtained by numerical variation of the ratio Γ for the same impeller at the same R_m , in the case $w = 0$, and $w = 0.4$. The growth rates are much higher for $w = 0.4$, and the peak of the curve shifts from 0.7 to 0.8. We have performed simulations for velocity fields achieved using four different impellers (Fig. 2.10), for $w = 0.4$ at $R_m = 43$: the result is very robust, the four curves being very close.

In Fig. 2.11, we plot the growth rates σ of the magnetic energy simulated for four experimentally measured mean velocity fields at various R_m and for $w = 0.4$. The impeller TM73 was designed to create a mean velocity field with $\Gamma_0 = 0.80$. It appears to be the best impeller, with a critical magnetic Reynolds number of $R_m^c = 43$. Its threshold is divided by a factor 4 when adding a layer of stationary conductor. This configuration (TM73, $w = 0.4$) will be the first one tested in the VKS2 experiment. The VKS2 experiment will be able to reach the threshold of kinematic dynamo action for the mean part of the flow. Meanwhile, the turbulence level will be high and could lead to a shift or even disappearance of the kinematic dynamo threshold. In

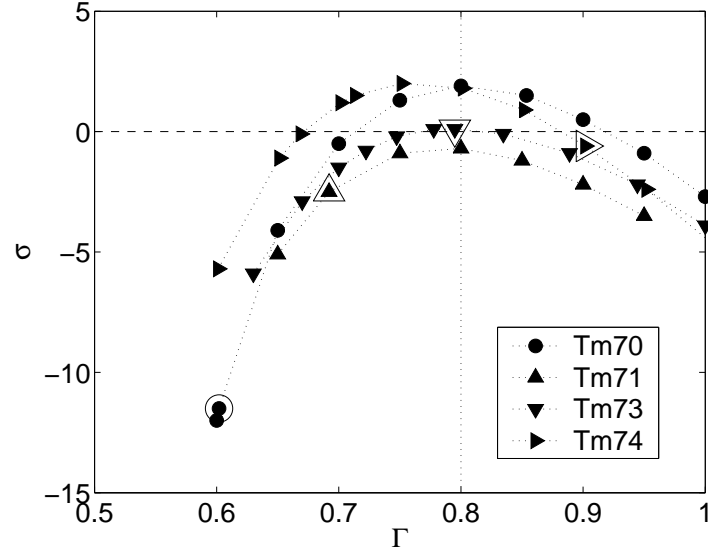


FIG. 2.10: Growth rate σ of magnetic energy vs numerical ratio Γ . $R_m = 43$, $w = 0.4$ for 4 different $R = 0.75$ impellers : TM70 (\bullet), TM71 (\blacktriangle), TM73 (\blacktriangledown) and TM74 (\blacktriangleright). Larger symbols mark the natural Γ_0 of each impeller.

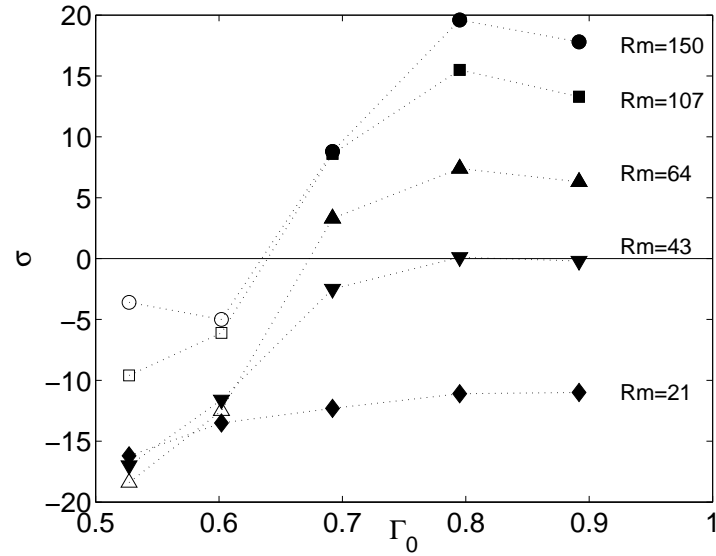


FIG. 2.11: Growth rate σ vs natural ratio Γ_0 for five impellers at various R_m and $w = 0.4$. From left to right : TM71– with $\Gamma_0 = 0.53$, TM70 ($\Gamma_0 = 0.60$), TM71 ($\Gamma_0 = 0.69$), TM73 ($\Gamma_0 = 0.80$), TM74 ($\Gamma_0 = 0.89$), see also table 2.1). Closed symbols : stationary modes. Open symbols : oscillating modes.

Section 2.5, we examine in detail the effects of the boundary conditions on the TM73 kinematic dynamo.

2.4.8 Role of flow helicity vs. Poloidal/Toroidal ratio

Most large scale dynamos known are based on helical flows Moffatt (1978); Parker (1955). As a concrete example, while successfully optimizing the Riga dynamo experiment, Stefani *et*

al. Stefani *et al.* (1999) noticed that the best flows were helicity maximizing. The first point we focused on during our optimization process, *i.e.*, the existence of an optimal value for Γ , leads us to address the question of the links between Γ and mean helicity $\langle H \rangle$. In our case, for aspect ratio $H_c/R_c = 1.8$ and impellers of radius $R = 0.75$, the mean helicity at a given rotation rate $\langle H \rangle = \int \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) r dr dz$ does not depend on the blade curvature (see Table 2.1). Observation of Fig. 2.12 also reveals that the dominant contribution in the helicity scalar product is the product of the toroidal velocity ($v_\theta \propto \langle T \rangle$) by the poloidal recirculation cells vorticity ($(\nabla \times \mathbf{v})_\theta \propto \langle P \rangle$). We can therefore assume the scaling $\langle H \rangle \propto \langle P \rangle \langle T \rangle$, which is consistent with the fact that the product $\langle P \rangle \langle T \rangle$ and $\langle H \rangle$ are both almost constant (Table 2.1).

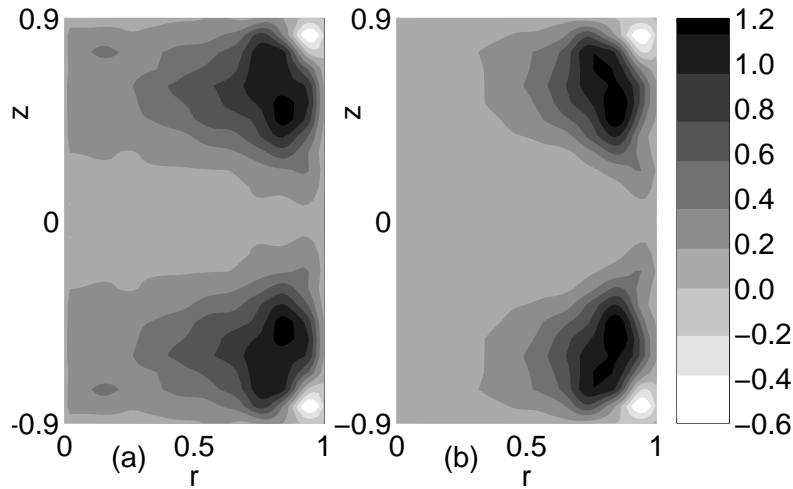


FIG. 2.12: Contours of kinetic helicity $H = \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{v})$ for TM73 velocity field. (a) : total helicity. (b) : azimuthal contribution $v_\theta \cdot (\nabla \times \mathbf{v})_\theta$ is dominant.

To compare the helicity content of different flows, we now consider the mean helicity at a given R_m , $\langle H \rangle / \mathcal{V}^2$, more relevant for the dynamo problem. Figure 2.13 presents $\langle H \rangle / \mathcal{V}^2$ versus Γ_0 for all $h = 0.2$ impellers. The $R = 0.75$ family reaches a maximum of order of 1 for $\Gamma_0 \simeq 0.9$. This tendency is confirmed by the solid curve which shows a numerical variation of Γ for the TM73 velocity field and is maximum for $\Gamma = 1$. In addition, even though $R = 0.925$ impellers give reasonably high values of helicity near $\Gamma = 0.5$, there is an abrupt break in the tendency for high curvature : TM60 (see Ref. Marié *et al.* (2003)) exhibits large $\Gamma_0 = 0.9$ but less helicity than TM74. Inset in Fig. 2.13 highlights this optimum for $\langle H \rangle / \mathcal{V}^2$ versus impeller radius R . This confirms the impeller radius $R = 0.75$ we have chosen during the optimization described above.

Since the optimal value toward dynamo action for the ratio Γ (close to $0.7 - 0.8$, depending on w) is lower than 1, the best velocity field is not absolutely helicity-maximizing. In other words, the most dynamo promoting flow contains more toroidal velocity than the helicity-maximizing flow. As shown by Leprovost Leprovost (2004), one can interpret the optimal Γ as a quantity that maximizes the product of mean helicity by a measure of the ω -effect, *i.e.*, the product $\langle H \rangle \langle T \rangle \sim \langle P \rangle \langle T \rangle^2$.

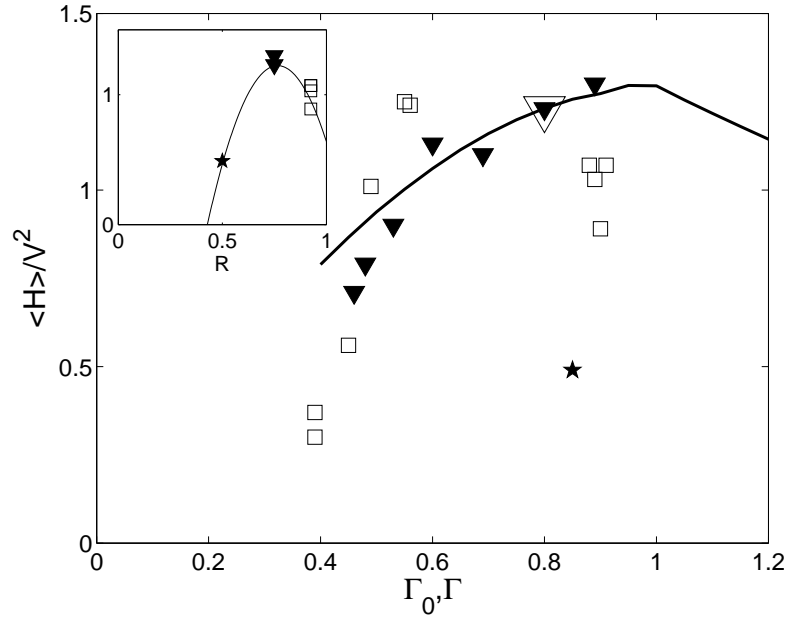


FIG. 2.13: Mean helicity at a given R_m ($\langle H \rangle / \mathcal{V}^2$) vs. poloidal over toroidal ratio. The $R = 0.75$ impeller series (▼) is plotted as a function of Γ_0 . The large open symbol stands for TM73 at Γ_0 and the solid line stands for the same quantity plotted vs. numerical variation of TM73 velocity field (Γ). We also plot $\langle H \rangle / \mathcal{V}^2$ vs. Γ_0 for the $R = 0.5$ (★) and $R = 0.925$ (□) impellers. The inset presents $\langle H \rangle / \mathcal{V}^2$ vs. impeller radius R for impellers of $0.8 \lesssim \Gamma_0 \lesssim 0.9$.

2.5 Impact of a conducting layer on the neutral mode and the energy balance for the VKS2 optimized velocity field

In this section, we discuss the mean velocity field produced between two counterrotating TM73 impellers in a cylinder of aspect ratio $\frac{H_c}{R_c} = 1.8$, like the first experimental configuration chosen for the VKS2 experiment. See Table 2.1 for the characteristics of this impeller, and Fig. 2.2 for a plot of the mean velocity field. We detail the effects of adding a static layer of conductor surrounding the flow and compare the neutral mode structures, the magnetic energy and spatial distribution of current density for this kinematic dynamo.

2.5.1 Neutral mode for $w = 0$

Without a conducting layer, this flow exhibits dynamo action with a critical magnetic Reynolds number $R_m^c = 180$. The neutral mode is stationary in time and has an $m = 1$ azimuthal dependency. In Fig. 2.14, we plot an isodensity surface of the magnetic energy (50% of the maximum) in the case $w = 0$ at $R_m = R_m^c = 180$. The field is concentrated near the axis into two twisted banana-shaped regions of strong axial field. Near the interface between the flow and the outer insulating medium, there are two small sheets located on either side of the plane $z = 0$ where the magnetic field is almost transverse to the external boundary and dipolar. The topology of the neutral mode is very close to that obtained by Marié *et al.* Marié *et al.* (2003) with different impellers, and to that obtained on analytical $s_2^0 t_2^0$ -like flows in a cylindrical geometry with the previously described Galerkin analysis Marié *et al.* (2004b).

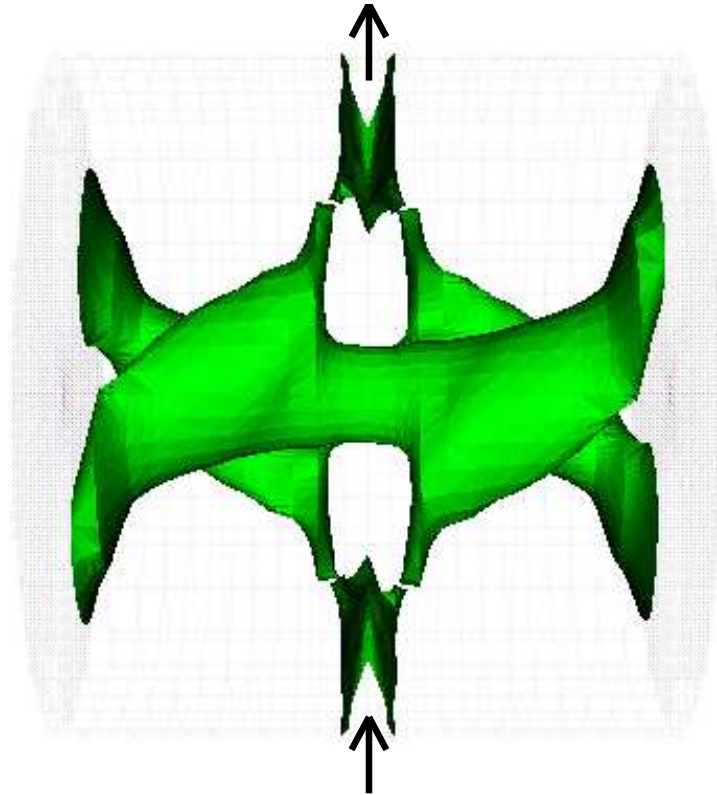


FIG. 2.14: Isodensity surface of magnetic energy (50% of the maximum) for the neutral mode without conducting layer ($w = 0$). Cylinder axis is horizontal. Arrows stand for the external dipolar field source regions.

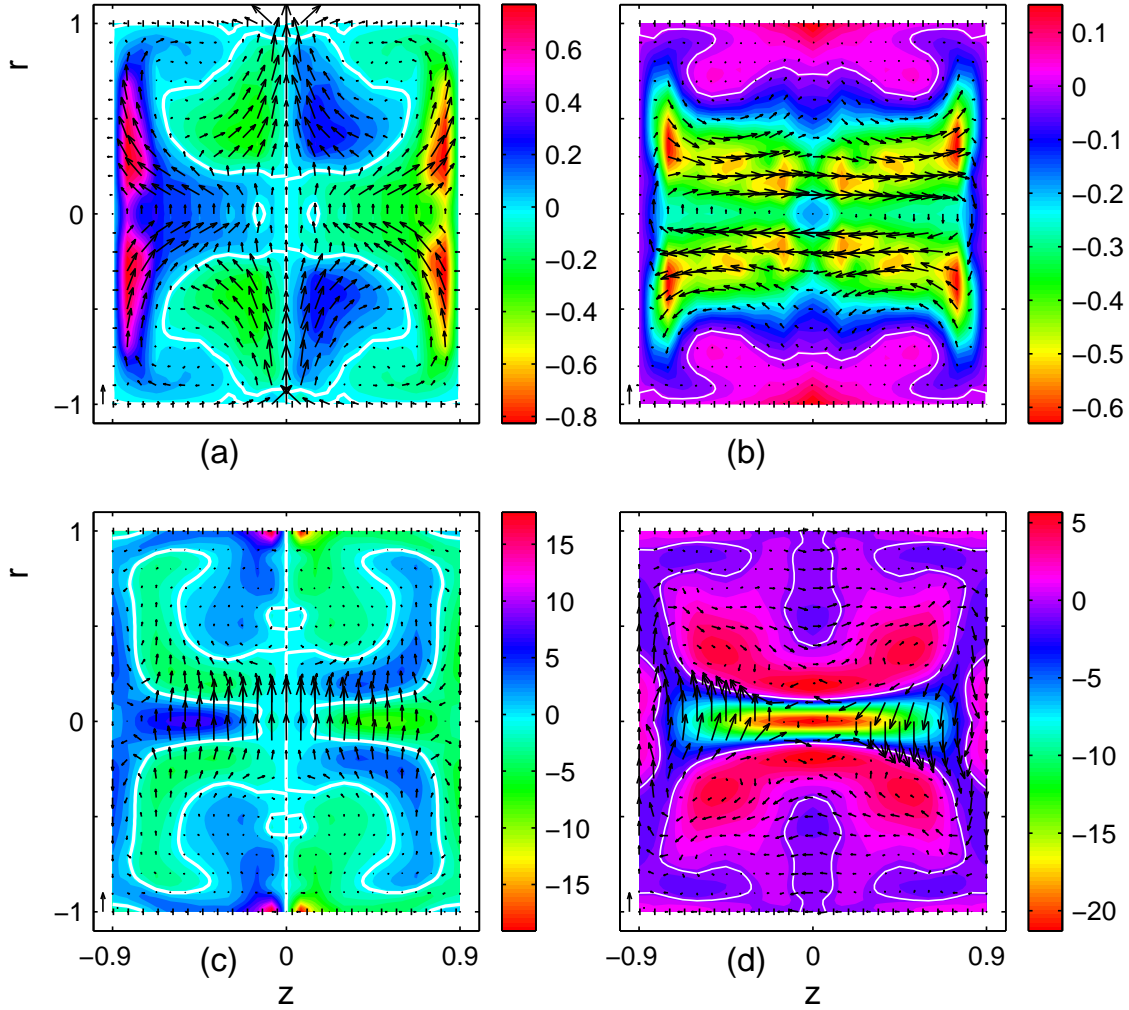


FIG. 2.15: Meridional sections of \mathbf{B} and \mathbf{j} fields for the neutral mode with $w = 0$. \mathbf{B} is normalized by the total magnetic energy. Arrows correspond to components lying in the cut plane, and color code to the component transverse to the cut plane. A unit arrow is set into each figure lower left corner. (a) : \mathbf{B} field, $\theta = 0$. (b) \mathbf{B} field, $\theta = \frac{\pi}{2}$. (c) : \mathbf{j} field, $\theta = 0$. (d) : \mathbf{j} field, $\theta = \frac{\pi}{2}$.

In Fig. 2.15 we present sections of the \mathbf{B} and \mathbf{j} fields, where $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$ is the dimensionless current density. The scale for \mathbf{B} is chosen such that the magnetic energy integrated over the volume is unity. Since the azimuthal dependence is $m = 1$, two cut planes are sufficient to describe the neutral mode. In the bulk where twisted-banana-shaped structures are identified, we note that the toroidal and poloidal parts of \mathbf{B} are of the same order of magnitude and that \mathbf{B} is concentrated near the axis, where it experiences strong stretching due to the stagnation point in the velocity field. Around the center of the flow's recirculation loops ($r \simeq 0.7$ and $z \simeq \pm 0.5$ see Fig. 2.2) we note a low level of magnetic field : it is expelled from the vortices. Close to the outer boundary, we mainly observe a strong transverse dipolar field (Fig. 2.15 (a)) correlated with two small loops of very strong current density \mathbf{j} (Fig. 2.15 (c)). These current loops seem constrained by the boundary, and might dissipate a great amount of energy by the Joule effect (see discussion below).

2.5.2 Effects of the conducting layer

As indicated in the first section, the main effect of adding a conducting layer is to strongly reduce the threshold. In Fig. 2.16, we plot the critical magnetic Reynolds number for increasing values of the layer thickness. The reduction is significant : the threshold is already divided by 4 for $w = 0.4$ and the effects tends to saturate exponentially with a characteristic thickness $w = 0.14$ (fit in Fig. 2.16), as observed for an α^2 -model of the Karlsruhe dynamo by Avalos *et al.* Avalos-Zuniga & Plunian (2003). Adding the layer also modifies the spatial structure of the neutral mode. The isodensity surface for $w = 0.6$ is plotted in Fig. 2.17 with the corresponding sections of \mathbf{B} and \mathbf{j} fields in Fig. 2.18. The two twisted bananas of the axial field are still present in the core, but the sheets of magnetic energy near the $r = 1$ boundary develop strongly. Instead of thin folded sheets on both sides of the equatorial plane, the structures unfold and grow in the axial and azimuthal directions to occupy a wider volume and extend on both sides of the flow/conducting-layer boundary $r = 1$. This effect is spectacular and occurs even for low values of w .

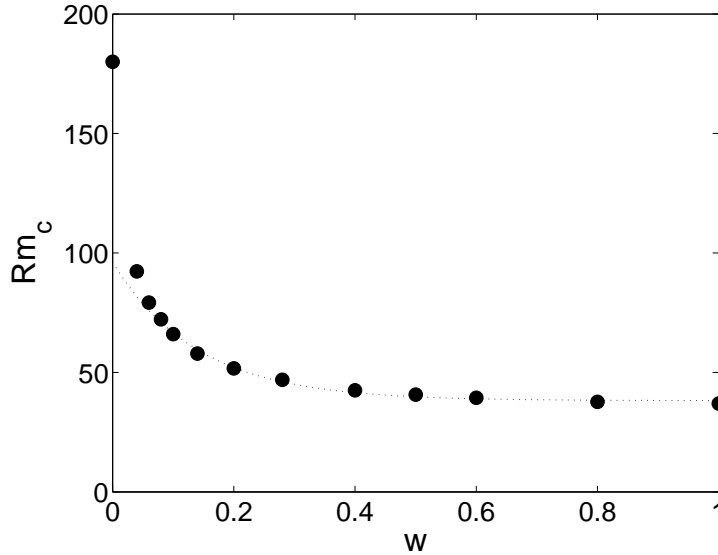


FIG. 2.16: Critical magnetic Reynolds number vs layer thickness w . TM73 velocity field. Fit : $R_m^c(w) = 38 + 58 \exp(-\frac{w}{0.14})$ for $w \geq 0.08$.

Small conducting layers are a challenge for numerical calculations : since the measured tangential velocity at the wall is not zero, adding a layer of conductor at rest gives rise to a strong velocity shear, which in practice requires at least 10 grid points to be represented. The maximal grid width used is 0.005 : the minimal non-zero w is thus $w = 0.05$. The exponential fit in Fig. 2.16 is relevant for $w \gtrsim 0.1$. It is not clear whether the departure from exponential behavior is of numerical origin, or corresponds to a cross-over between different dynamo processes.

The analysis of the \mathbf{B} and \mathbf{j} fields in Fig. 2.18 first reveals smoother \mathbf{B} -lines and much more homogeneous a distribution for the current density. The azimuthal current loops responsible for the transverse dipolar magnetic field now develop in a wider space (Fig. 2.18 (c)). Two poloidal current loops appear in this plane, closing in the conducting shell. These loops are responsible for the growth of the azimuthal magnetic field at $r = 1$ (Fig. 2.18 (a)). Changes in the transverse plane ($\theta = \frac{\pi}{2}$) are less marked. As already stated in Refs. Kaiser & Tilgner (1999); Avalos-Zuniga & Plunian (2003), the positive effect of adding a layer of stationary conductor may reside in the

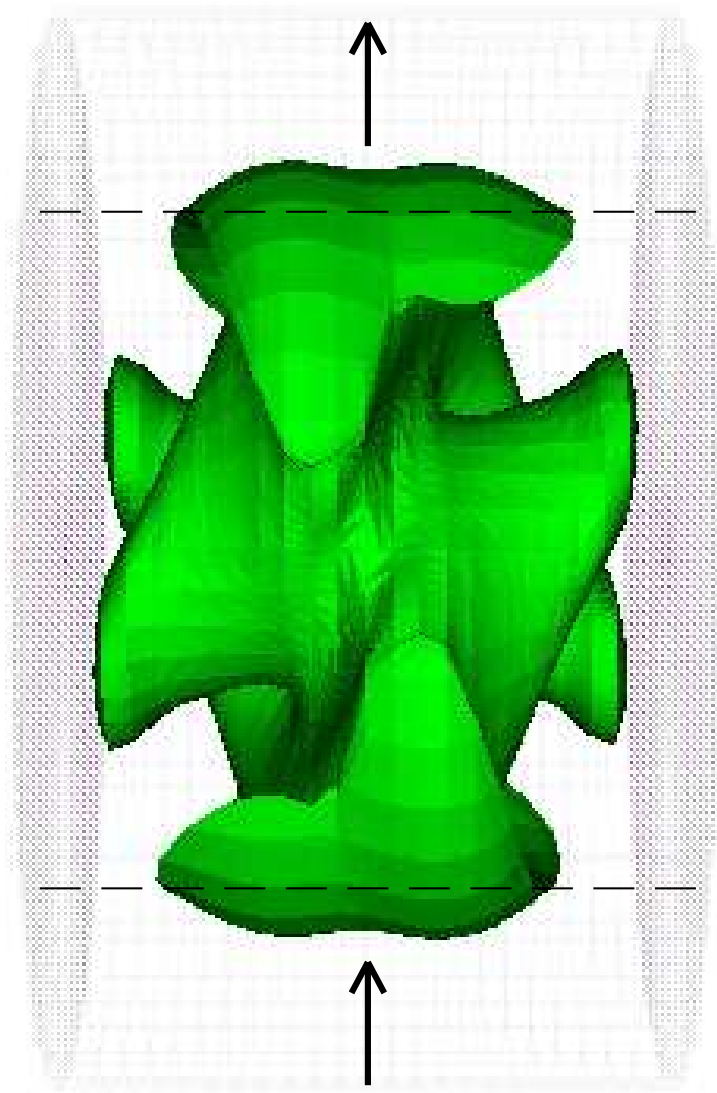


FIG. 2.17: Isodensity surface of magnetic energy (50% of the maximum) for the neutral mode with $w = 0.6$.

subtle balance between magnetic energy production and Ohmic dissipation.

2.5.3 Energy balance

In order to better characterize which processes lead to dynamo action in a von Kármán flow, we will now look at the energy balance equation. Let us first separate the whole space into three domains.

- $\Omega_i : 0 < r < 1$ (inner flow domain)
- $\Omega_o : 1 < r < 1 + w$ (outer stationary conducting layer)
- $\Omega_\infty : r > 1 + w$ (external insulating medium)

In any conducting domain Ω_α , we write the energy balance equation :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_\alpha} \mathbf{B}^2 = R_m \int_{\Omega_\alpha} (\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{V} - \int_{\Omega_\alpha} \mathbf{j}^2 + \int_{\partial\Omega_\alpha} (\mathbf{B} \times \mathbf{E}) \cdot \mathbf{n} \quad (2.2)$$

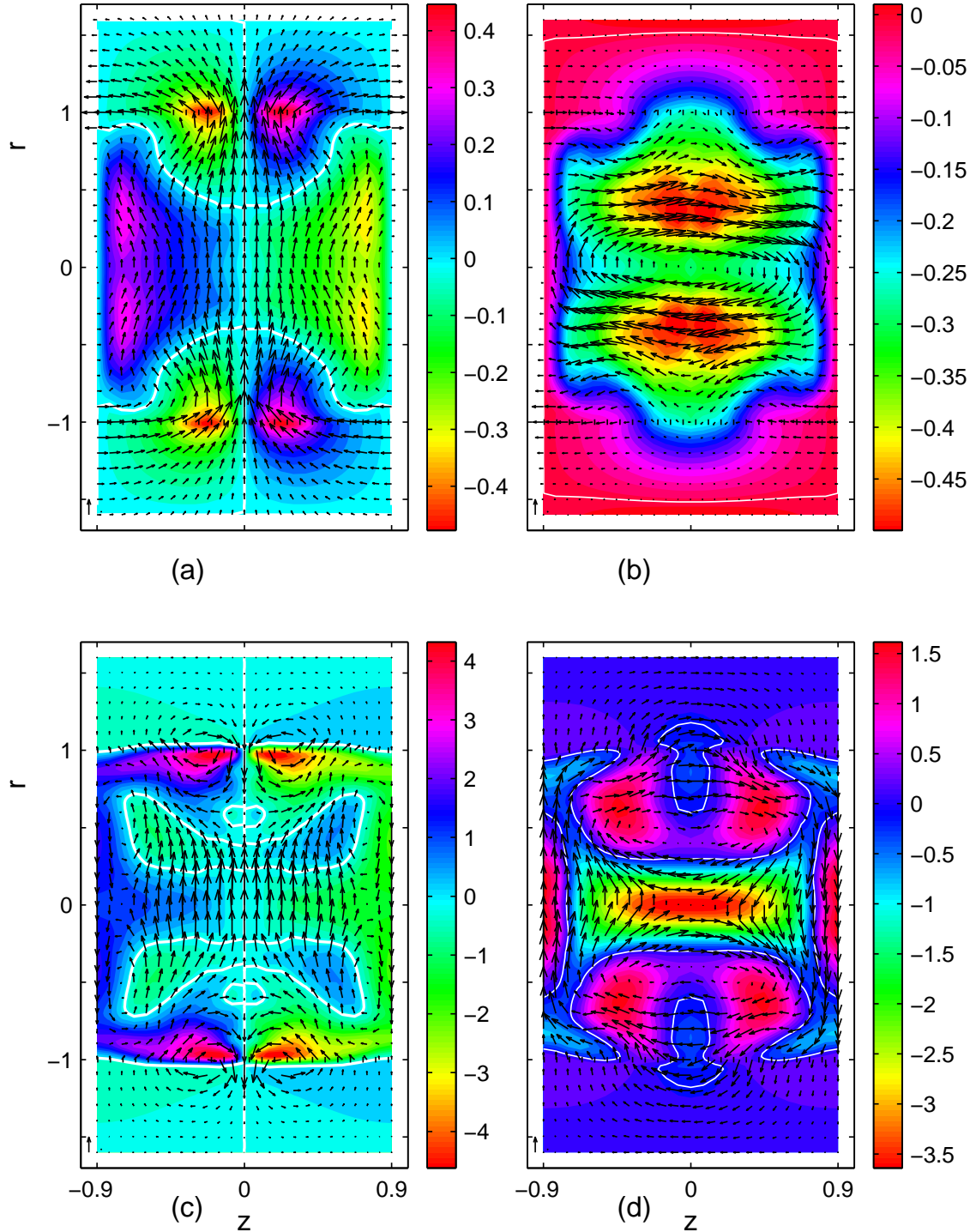


FIG. 2.18: Meridional sections of \mathbf{B} and \mathbf{j} fields for the neutral mode with $w = 0.6$. \mathbf{B} is normalized by the total magnetic energy. Arrows correspond to components lying in the cut plane, and color code to the component transverse to the cut plane. A unit arrow is set into each figure lower left corner. (a) : \mathbf{B} field, $\theta = 0$. (b) \mathbf{B} field, $\theta = \frac{\pi}{2}$. (c) : \mathbf{j} field, $\theta = 0$. (d) : \mathbf{j} field, $\theta = \frac{\pi}{2}$.

The left hand side of equation (2.2) is the temporal variation of the magnetic energy E_{mag} . The first term in the right hand side is the source term which writes as a work of the Lorentz force. It exists only in Ω_i and is denoted by W . The second term is the Ohmic dissipation D , and the last term is the Poynting vector flux P which vanishes at infinite r .

We have checked our computations by reproducing the results of Kaiser and Tilgner Kaiser & Tilgner (1999) on the Ponomarenko flow.

At the dynamo threshold, integration over the whole space gives

$$0 = W - D_o - D_i$$

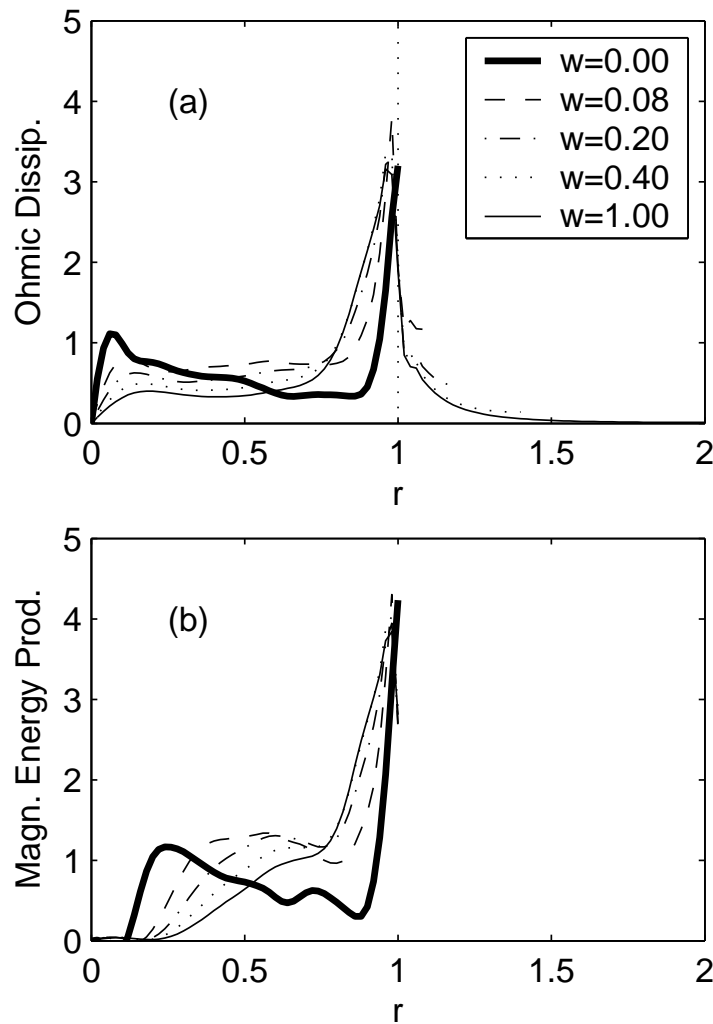


FIG. 2.19: (a) : radial profile of Ohmic dissipation integrated over θ and z : $\int_0^{2\pi} \int_{-0.9}^{0.9} r \mathbf{j}^2(r) dz d\theta$ for increasing values of w . (b) : radial profile of magnetic energy production integrated over θ and z : $\int_0^{2\pi} \int_{-0.9}^{0.9} r ((\mathbf{j} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{V})(r) dz d\theta$ for increasing values of w .

In Fig. 2.19, we plot the integrands of W and D at the threshold for dynamo action, normalized by the total instantaneous magnetic energy, as a function of radius r for various w . For $w = 0$, both the production and dissipation mostly take place near the wall between the flow and

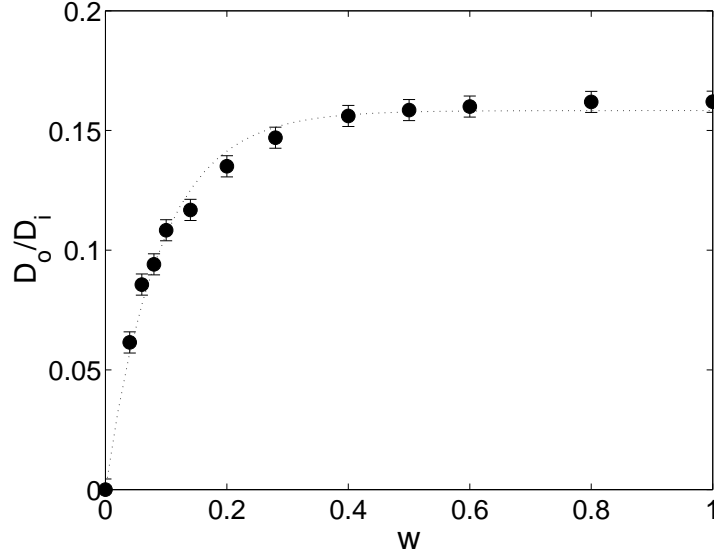


FIG. 2.20: Ratio of the integrated dissipation in the outer region and in the inner region $\frac{D_o}{D_i}$ vs w . Fit : $\frac{D_o}{D_i}(w) = 0.16 (1 - \exp(-\frac{w}{0.089}))$.

the insulating medium ($r = 1$), which could not have been guessed from the cuts of \mathbf{j} and \mathbf{B} in figure 2.15. The $w = 0$ curve in Fig. 2.19 has two peaks. The first one at $r \simeq 0.1$ corresponds to the twisted bananas, while the second is bigger and is localized near the flow boundary $r = 1$. A great deal of current should be dissipated at the conductor-insulator interface due to the “frustration” of the transverse dipole. This can explain the huge effect of adding a conducting layer at this interface : the “strain concentration” is released when a conducting medium is added. Thus if we increase w , the remaining current concentration at $r = 1 + w$ decreases very rapidly to zero, which explains the saturation of the effect. In the meantime, the curves collapse on a single smooth curve, both for the dissipation and the production (solid black curves in Fig. 2.19). For greater values of w , the production density and the dissipation in the core of the flow $r < 0.2$ are smaller, whereas a peak of production and dissipation is still visible at the flow-conducting shell interface $r = 1$. The conducting layer does not spread but reinforces the localization of the dynamo process at this interface. This can help us to understand the process which causes the dynamo in a von Kármán type flow.

Let us now look at the distribution between the dissipation integrated over the flow D_i and the dissipation integrated over the conducting shell D_o (Fig. 2.20). The ratio D_o/D_i increases monotonically with w and then saturates to 0.16. This ratio remains small, which confirms the results of Avalos *et al.* Avalos-Zuniga & Plunian (2003) for a stationary dynamo. We conclude that the presence of the conducting layer —allowing currents to flow— is more important than the relative amount of Joule energy dissipated in this layer.

2.5.4 Neutral mode structure

From the numerical results presented above in this section, we consider the following questions : Is it possible to identify typical structures in the eigenmode of the von Kármán dynamo? If so, do these structure play a role in the dynamo mechanism? We have observed magnetic structures in the shape of bananas and sheets (see Figs. 2.14 and 2.17). In the center of the flow volume, there is a hyperbolic stagnation point equivalent to α -type stagnation points in ABC-flows (with equal coefficients) Childress & Gilbert (1995). In the equatorial plane at the

boundary the merging of the poloidal cells resembles β -type stagnation points in ABC-flows. In such flows, the magnetic field is organized into cigars along the α -type stagnation points and sheets on both sides of the β -type stagnation points Archontis *et al.* (2003) : this is very similar to the structure of the neutral mode we get for $w = 0$ (Fig. 2.14). We also performed magnetic induction simulations with an imposed axial field for the poloidal part of the flow alone. We obtain a strong axial stretching : the central stagnation point could be responsible for the growth of the bananas/cigars, which are then twisted by the axial differential rotation. One should nevertheless not forget that the actual instantaneous flows are highly turbulent, and that such peculiar stagnation points of the mean flow are especially sensitive to fluctuations.

The presence of the conducting layer introduces new structures in the neutral mode (see Figs. 2.14, 2.17 and 2.15, 2.18). In order to complete our view of the fields in the conducting layer, we plot them on the $r = 1$ cylinder for $w = 0.6$ (Fig. 2.21). As for $w = 0$, the dipolar main part of the magnetic field enters radially into the flow volume at $\theta = \pi$ and exits at $\theta = 0$ (Fig. 2.21 (a)). However, looking around $z = 0$, we observe that a part of this magnetic flux is azimuthally diverted in the conducting shell along the flow boundary. This effect does not exist without a conducting shell : the outer part of the dipole is anchored in the stationary conducting layer.

Another specific feature is the anti-colinearity of the current density \mathbf{j} with \mathbf{B} at $(z = 0; \theta = 0, \pi; r = 1)$, which resembles an “ α ”-effect. However, while the radial magnetic field is clearly due to a current loop (arrows in the center of Fig. 2.21 (b)), j_r is not linked to a \mathbf{B} -loop (Fig. 2.21 (a)), which is not obvious from Fig. 2.18. Thus, the anti-colinearity is restricted to single points $(z = 0; \theta = 0, \pi; r = 1)$. We have checked this, computing the angle between \mathbf{j} and \mathbf{B} : the isocontours of this angle are very complex and the peculiar values corresponding to colinearity or anti-colinearity are indeed restricted to single points.

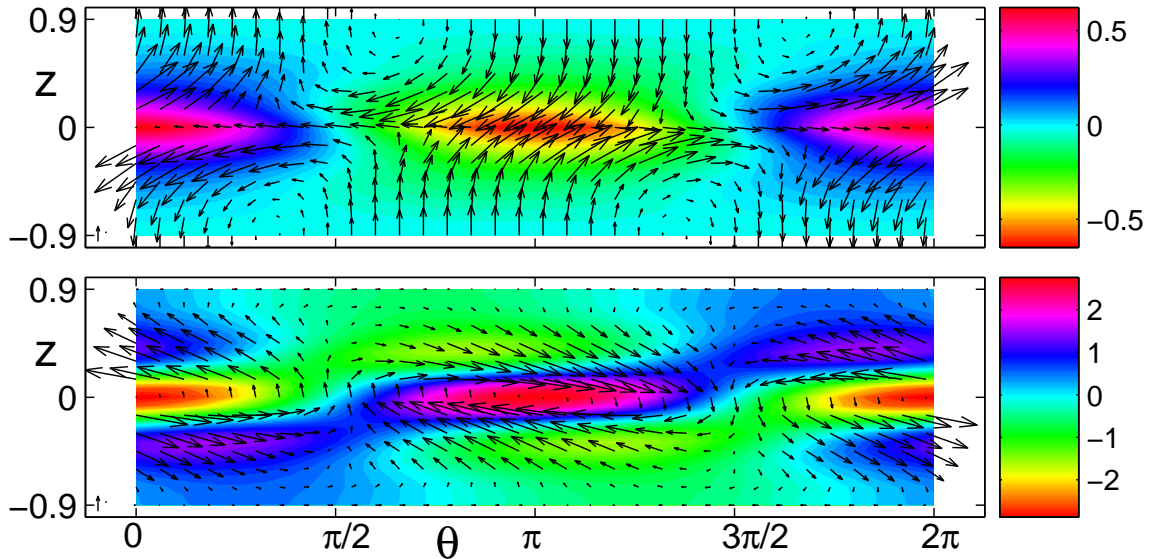


FIG. 2.21: (a) : (resp. (b)) \mathbf{B} (resp. \mathbf{j}) field at $r = 1$ for $w = 0.6$. Color code corresponds to B_r (resp. j_r) and arrows to B_z and B_θ (resp. j_z and j_θ).

2.5.5 Dynamo threshold reduction factor

We have shown that the threshold for dynamo action is divided by four when a conducting layer of thickness $w = 0.4$ is added. This effect is very strong. Following Avalos and Plunian Avalos-Zuniga & Plunian (2003), let us compare the threshold reduction factor $\Lambda = 1 - \frac{R_m^c(w)}{R_m^c(w=0)}$ for various kinematic dynamos. The threshold reduction for TM73-flow ($\Lambda = 0.78$) is much higher than for the Karlsruhe ($\Lambda = 0.11$) and Riga ($\Lambda = 0.56$) dynamos. Reduction rate can also be radically different between model flows : the α^2 -model for Karlsruhe dynamo gives a low- R_m^c -dynamo for $w = 0$ and benefits very little from a finite w ($\Lambda = 0.11$), while the Ponomarenko flow does not lead to dynamo action without a conducting layer ($\Lambda = 1$). The reduction factors considered above are maximal values obtained either for high w in stationary dynamos or for the optimal w in oscillatory dynamos Kaiser & Tilgner (1999); Avalos-Zuniga & Plunian (2003).

In order to understand why Λ is so high for our TM73-flow, we propose to compare our experimental flow with an optimal analytical model-flow proposed by Marié, Normand and Daviaud Marié *et al.* (2004b) in the same geometry. The Galerkin method used by these authors does not include the effect of a conducting layer. We thus perform kinematic dynamo simulations with our usual approach, and then study the effects of adding a conducting layer on the following velocity field for $\epsilon = 0.7259$ corresponding to $\Gamma = 0.8$ Marié (2003); Marié *et al.* (2004b) :

$$\begin{aligned} v_r &= -\frac{\pi}{2}r(1-r)^2(1+2r)\cos(\pi z) \\ v_\theta &= 4\epsilon r(1-r)\sin(\pi z/2) \\ v_z &= (1-r)(1+r-5r^2)\sin(\pi z) \end{aligned} \quad (2.3)$$

This is the velocity field plotted in Fig. 2.7 (d). The kinematic dynamo threshold is found at $R_m^c = 58$ for $w = 0$, in good agreement with the Galerkin analysis. With a $w = 1$ conducting layer, we get a low $\Lambda = 0.26$ reduction rate, *i.e.* $R_m^c = 43$, close to the TM73 threshold for $w = 1$: $R_m^c = 37$. The threshold reduction is also found to show an exponential behavior with w , of characteristic thickness 0.20, as in Fig. 2.16.

Let us describe the model flow features represented in Fig. 2.7 (d). The velocity is very smooth at the cylindrical boundary : the toroidal velocity is maximum at $r = 0.5$ and slowly decreases to zero at $r = 1$. The poloidal recirculation loops are centered at $r_p = 0.56$ and the axial velocity also decreases slowly to zero at the cylindrical boundary. Thus, mass conservation requires the axial velocity to be much higher in the central disk ($0 < r < r_p$) than outside. These constraints make analytical models somewhat different from experimental mean flows (Fig. 2.7 (a-b-c)). In particular, high kinetic Reynolds numbers forbid smooth velocity decrease near boundaries. This explains why experimental flows do not lead to low thresholds unless a conducting layer is added.

We now consider the effect of a conducting shell on the model flow's eigenmode structure. First note that without a conducting shell, the model's neutral mode structure is already very similar to that of TM73 with a conducting shell : the transverse dipole is not confined into thin sheets but develops into wider regions connected to bananas of axial field in the center. Adding the conducting layer mainly leaves the neutral mode structure unchanged and thus quantitatively reduces its impact compared to the experimental case.

Finally, from the very numerous simulations of experimental and model von Kármán flows performed, we conclude that the addition of a static conducting layer to experimental flows makes the eigenmode geometry closer to optimal model eigenmodes, and makes the critical R_m^c approach moderate values (typically 50). It may thus be conjectured that the puzzling sensitivity

of dynamo threshold to flow geometry is lowered when a static layer is present. We conclude that this feature renders the dynamo more robust to flow topology details. This could also act favorably in the nonlinear regime.

2.6 Conjectures about dynamo mechanisms

In this paragraph, we intend to relate the results of the optimization process to some more elementary mechanisms. As emphasized in the Introduction, there is no sufficient condition for dynamo action and although numerical examples of dynamo flows are numerous, little is known about the effective parameters leading to an efficient energy conversion process. For example, the classical α and axial ω mechanisms have been proposed to be the main ingredients of the von Kármán dynamo Marié *et al.* (2002). Our starting point is the observation that dynamo action results from a constructive coupling between magnetic field components due to velocity gradients, which, in the present axisymmetric case, reduce to derivatives with respect to r (radial gradients) and to z (axial gradients). The gradients of azimuthal velocity generate a toroidal field from a poloidal one (the ω -effect Moffatt (1978)), while regeneration of the poloidal field is generally described as resulting from a helicity effect (denoted as the α -effect if scale separation is present Krause & Rädler (1980)). How do these general considerations apply to the present flow? As in the Sun, which shows both a polar-equatorial differential rotation and a tachocline transition, our experimental flow fields present azimuthal velocity shear in the axial and radial directions (see Fig. 2.2). We will therefore consider below the role of both the axial and the radial ω -effect.

We will discuss these mechanisms and then suggest that, for a flow surrounded by a static conducting layer, the dynamo mechanism is based on the presence of a strong velocity shear (at the boundary layer $r = 1$) which lies in this case in the bulk of the overall electrically conducting domain.

2.6.1 Axial ω -effect

Induction simulations performed with the toroidal part of the velocity show an axial ω -effect which converts an imposed axial field into toroidal field through $\partial v_\theta / \partial z$. Such a R_m -linear effect has been demonstrated in the VKS1 experiment Bourgoin *et al.* (2002). This effect is concentrated around the equatorial shear layer ($z = 0$) as visible in Fig. 2.2. Thus, we may surmise that the axial ω -effect is involved in the dynamo process : for dynamo action to take place, there is a need for another process to convert a toroidal magnetic field into a poloidal field.

2.6.2 α -effect, helicity effect

R_m -non-linear conversion from transverse to axial magnetic field has also been reported in the VKS1 experiment Pétrélis *et al.* (2003). This effect is not the usual scale-separation α -effect Krause & Rädler (1980) and has been interpreted as an effect of the global helicity as reported by Parker Parker (1955) (in the following, it will be denoted “ α ”-effect). We believe it to take place in the high kinetic helicity regions of the flow (see Fig. 2.12).

2.6.3 Is an “ α ” ω mechanism relevant?

Bourgoin *et al.* Bourgoin *et al.* (2004a) performed a study of induction mechanisms in von Kármán-type flows, using a quasi-static iterative approach. They show that “ α ” ω dynamo action, seen as a three-step loop-back inductive mechanism, is possible, but very difficult to obtain, since fields are widely expelled by the vortices. The authors highlight the fact that the coupling between the axial ω -effect and the “ α ”-effect is very inefficient for our velocity fields, because of

the spatial separation of these two induction effects. Our observations of the velocity and helicity fields confirm this separation.

The authors also discovered an induction effect — the BC-effect — related to the magnetic diffusivity discontinuity at the insulating boundary that could be invoked in the dynamo mechanism. This BC-effect, illustrated on our TM73-velocity field (Fig. 14 in Ref. Bourgoin *et al.* (2004a)), is enhanced in the case of strong velocity and vorticity gradients at the boundaries, characteristic of high Reynolds number flows. We are therefore convinced that for experimental flow fields at $w = 0$, the BC-effect helps the dynamo. This is consistent with our observations of high tangential current density near the boundaries and high magnetic energy production at $r = 1$ even for $w = 0$ (Fig. 2.19). Such a current sheet formation and BC-effect was reported by Bullard and Gubbins Bullard & Gubbins (1977).

When a large layer of sodium at rest is added, the BC-effect vanishes because the conductivity discontinuity occurs at $r = 1 + w$ while the currents still are concentrated at the flow boundary $r = 1$. However, with a conducting layer, we have presented many features favoring the dynamo. In the next paragraph, we propose a possible origin for this conducting-layer effect.

2.6.4 Radial ω -effect, boundary layers and static shell

With a layer of steady conducting material surrounding the flow, we note the occurrence of two major phenomena :

- the possibility for currents to flow freely in this shell (Fig. 2.19),
- the presence of a very strong velocity shear localized at the boundary layer which now lies in the bulk of the electrically conducting domain.

Let us again consider the shape of the velocity shear. Any realistic (with real hydrodynamical boundary conditions) von Kármán flow obviously presents negative gradients of azimuthal velocity $\partial v_\theta / \partial r$ between the region of maximal velocity and the flow boundary. This region can be divided into two parts : a smooth decrease in the bulk ($R \lesssim r \lesssim 1$) and a sharp gradient in the boundary layer at $r = 1$ (Fig. 2.7).

These gradients are responsible for a radial ω -effect, producing B_θ with B_r , in both insulating and conducting cases. However, without a conducting layer, only the smooth part of the gradient which lies in the bulk will be efficient for dynamo action. Indeed, owing to the huge value of the kinetic Reynolds number and the very small value of the magnetic Prandtl number, the sharp boundary layer gradient is confined to a tiny domain, much smaller than the magnetic variation scale. No significant electrical currents can flow in it and we did not resolve this boundary layer with the numerical code : it is totally neglected by our approach.

The role of both types of gradients is illustrated by the observation (Fig. 2.7 (c)) of impellers of large radius ($R = 0.925$). For such impellers there is almost no departure from solid body rotation profiles in the flow region and these impellers lead to dynamo action only with conducting shell Marié *et al.* (2003), *i.e.*, due to the sharp gradient. On the other hand, our $R = 0.75$ selected impellers present a stronger bulk-gradient and achieve dynamo in both cases (Fig. 2.7 (b)).

In fact, the way we numerically modeled the von Kármán flow surrounded by a static conducting layer —considering an equivalent fluid system in which the boundary layer appears as a simple velocity jump in its bulk— is consistent with the problem to solve. The velocity jump, just as any strong shear, is a possible efficient source for the radial ω -effect.

2.6.5 A shear and shell dynamo ?

We pointed out above that the regions of maximal helicity (the “ α ”-effect sources, see Fig. 2.12) are close to those of radial shear where the radial ω -effect source term is large. Dynamo mechanism could thus be the result of this interaction. In the absence of a static shell, one can suppose that the dynamo arises from the coupling of the “ α ”-effect, the ω -effect and the BC-effect Bourgoïn *et al.* (2004a). With a static conducting layer, as explained above, the radial ω -effect is especially strong : the radial dipole, anchored in the conducting layer and azimuthally stretched by the toroidal flow (see Fig. 2.21) is a strong source of azimuthal field. This effect coupled with the “ α ”-effect could be the cause of the dynamo.

For small conducting layer thickness w , one could expect a cross-over between these two mechanisms. In fact, it appears that the decrease of R_m^c (Fig. 2.16) with the conducting shell thickness w is very fast between $w = 0$ and $w = 0.08$ and is well fitted for greater w by an exponential, as in Ref. Avalos-Zuniga & Plunian (2003). We can also note that for typical $R_m = 50$, the dimensionless magnetic diffusion length $R_m^{-1/2}$ is equal to 0.14. This value corresponds to the characteristic length of the R_m^c decrease (Fig. 2.16) and is also close to the cross-over thickness and characteristic lengths of the Ohmic dissipation profiles (Figs. 2.19 (a) and 2.20).

We propose to call the mechanism described above a “shear and shell” dynamo. This interpretation could also apply to the Ponomarenko screw-flow dynamo which also principally relies on the presence of an external conducting medium.

2.7 Conclusion

We have selected a configuration for the mean flow feasible in the VKS2 liquid sodium experiment. This mean flow leads to kinematic dynamo action for a critical magnetic Reynolds number below the maximum achievable R_m . We have performed a study of the relations between kinematic dynamo action, mean flow features and boundary conditions in a von Kármán-type flow.

The first concluding remark is that while the dynamo without a static conducting shell strongly depends on the bulk flow details, adding a stationary layer makes the dynamo threshold more robust. The study of induction mechanisms in 3D cellular von Kármán type flows performed by Bourgoïn *et al.* Bourgoïn *et al.* (2004a) suggests that this sensitivity comes from the spatial separation of the different induction mechanisms involved in the dynamo process : the loop-back between these effects cannot overcome the expulsion of magnetic flux by eddies if the coupling is not sufficient. Secondly, the role of the static layer is generally presented as a possibility for currents to flow more freely. But, instead of spreading the currents, the localization at the boundary of both magnetic energy production and dissipation (Fig. 2.19) appears strongly reinforced. Actually, strong shears in the bulk of the electrically conducting domain imposed by material boundaries are the dominating sources of dynamo action. They result in a better coupling between the inductive mechanisms. We also notice that there seems to be a general value for the minimal dynamo threshold (typically 50) in our class of flows, for both best analytical flows and experimental flows with a static conducting layer.

Although the lowering of the critical magnetic Reynolds number due to an external static envelope seems to confirm previous analogous results Pétrélis (2002); Kaiser & Tilgner (1999); Avalos-Zuniga & Plunian (2003), it must not be considered as the standard and general answer. In fact, in collaboration with Frank Stefani and Mingtian Xu from the Dresden MHD group, we are presently examining how such layers, when situated at both flat ends, *i.e.*, besides the propellers, may lead to some increase of the critical magnetic Reynolds number. This option should

clearly be avoided to optimize fluid dynamos similar to VKS2 configuration. However, a specific study of this latter effect may help us to understand how dynamo action, which is a global result, also relies on the mutual effects of separated spatial domains with different induction properties.

Acknowledgments

We thank the other members of the VKS team, M. Bourgoin, S. Fauve, L. Marié, P. Odier, F. Pétrélis, J.-F. Pinton and R. Volk, as well as B. Dubrulle, N. Leprovost, C. Normand, F. Plunian, F. Stefani and L. Tuckerman for fruitful discussions. We are indebted to V. Padilla and C. Gasquet for technical assistance. We thank the GDR dynamo for support.

2.8 Compléments à l'article, limitations de notre démarche

Nous avons donc choisi d'ajouter une couche de sodium *au repos* entourant l'écoulement dans le dispositif expérimental VKS2. La question qui se pose alors est de savoir comment réaliser cela compte-tenu des contraintes expérimentales liées au remplissage en sodium de la cuve, et à la nécessité de refroidir l'expérience. Nous avons alors choisi d'ajouter une chemise en cuivre, visible sur la photographie 3.1. Les problèmes de remplissage imposent de laisser une communication entre l'intérieur et l'extérieur de cette chemise. Les problèmes de transferts thermiques nous conduisent également à laisser le fluide circuler dans la couche externe, afin d'avoir de la convection forcée. La dernière contrainte est enfin de ne pas «tuer» notre dynamo cinématique qui repose sur une couche au repos. Les études qui ont permis de définir une solution à ce problème font l'objet de l'annexe G.

Un deuxième point sur lequel nous souhaitons apporter des éclaircissements concerne le code de dynamo utilisé. Ce code est périodique dans la direction axiale, et on peut se demander dans quelle mesure cette périodisation influence les calculs de dynamo cinématique. Nous avons pu comparer les résultats de notre code périodique avec ceux d'un code en géométrie finie. Ce travail a été effectué en collaboration avec F. Stefani et M. Xu, du centre de recherche de Rossendorf. Le champ de vitesse utilisé est le champ de vitesse analytique dont les équations sont écrites en page 182. Les résultats sont présentés en figure 2.22, et le terme "DEA" se rapporte à l'approche équation différentielle décrite par Stefani *et al.* (1999), tandis que le terme "IEA" se rapporte à l'approche intégrale décrite par Xu *et al.* (2004). Nous rappelons ici que le seuil de la dynamo cinématique calculé en utilisant le code périodique est de $R_m^c = 58$ pour $w = 0$ ("No Layer"), et de $R_m^c = 43$ pour $w = 1$. Les deux codes de F. Stefani et M. Xu donnent des valeurs du seuil supérieures de 4% au nôtre. Nous avons donc une idée de la barre d'erreur sur le seuil cinématique $41 \lesssim R_m^c \lesssim 45$ que nous annonçons.

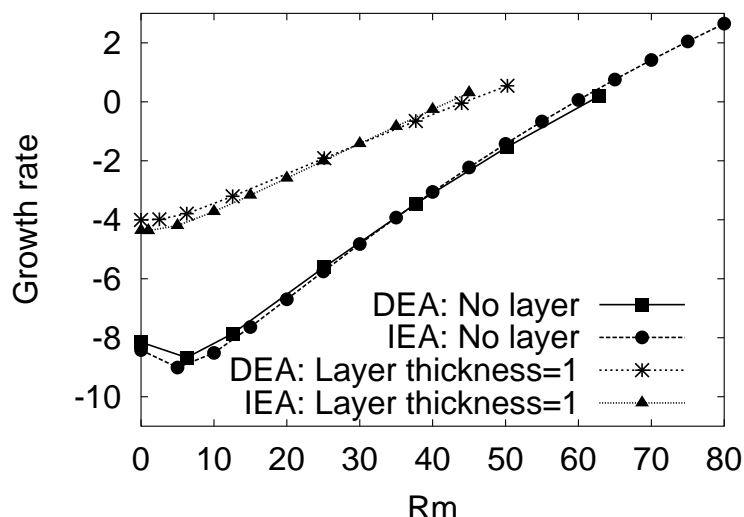


FIG. 2.22: Taux de croissance fonction du R_m pour l'écoulement analytique avec et sans couche conductrice. Simulation effectuée par F. Stefani et M. Xu.

Si en outre le code périodique nous a permis d'utiliser des champs de vitesse mesurés expéri-

mentalement, il n'est en revanche pas possible d'y traiter le problème des sauts de conductivité liés à l'emploi de matériaux différents (sodium liquide, chemise d'isolation en cuivre, turbines en acier et cuve en cuivre nickelée). Les résultats de Avalos-Zuniga & Plunian (2003) semblent indiquer que les sauts de conductivités peuvent être remplacés par une épaisseur équivalente d'un conducteur homogène. Cette approximation semble très bonne dans le cas d'un modèle analytique basé sur l'effet α . En revanche, les résultats de Bourgoin *et al.* (2004a) indiquent que des effets d'induction supplémentaires liés spécifiquement à la présence de ces sauts de conductivités peuvent être invoqués pour expliquer certains résultats expérimentaux. La prise en compte de régions de conductivité différentes dans une simulation de dynamo cinématique de notre champ de vitesse expérimental permettrait sans doute de trancher.

Enfin, nous nous sommes concentrés au cours de cet article sur l'optimisation de la partie stationnaire de l'écoulement. Nous pensons en effet que l'effet dynamo résulte d'un couplage entre plusieurs effets liés à la structure des grandes échelles de l'écoulement. Ces effets doivent coopérer ensemble pour permettre au mode neutre de champ magnétique de croître. Or, nous avons montré en première partie du manuscrit que l'écoulement contrarotatif de von Kármán possède à chaque instant une structure à grande échelle très différente de la configuration moyenne, ceci étant lié à la présence d'une couche de mélange turbulente (voir par exemple la photographie 1.10 (b) page 28, et la figure 2.12 page 57). Nous pouvons donc nous interroger sur la pertinence de l'optimisation du champ de vitesse moyen vis-à-vis de la réalité expérimentale. Un paramètre important est alors le rapport entre le temps de diffusion du champ magnétique et un temps typique de convergence du champ de vitesse vers sa moyenne temporelle, ou temps de moyennage des grandes échelles. Nous donnons en page 198 du chapitre 3 une estimation du temps de diffusion magnétique correspondant adimensionnellement à $12f$. Les mesures par PIV initiées à la fin de ma thèse au laboratoire devraient nous permettre de mesurer le temps typique de convergence. Les premières estimations donnent un temps de l'ordre de $20f$, soit un temps de moyennage à grande échelle légèrement supérieur au temps de diffusion du champ magnétique. Nous y reviendrons lors de la conclusion générale du manuscrit.

En attendant, après nos études en première partie, nous pensons que l'ajout d'un anneau en paroi permet d'agir sur ces grandes échelles, et de réduire le niveau de leurs fluctuations (voir chapitre 2 de la première partie). Le problème est alors de ne pas rendre le champ de vitesse moyen antidynamogène. Nous comparons en figure 2.23 les champs de vitesse toroidale pour la turbine TM73 lorsque la cuve cylindrique est lisse et lorsque l'anneau est monté en paroi. Nous remarquons de faibles modifications dans les zones situées près des turbines, et un fort resserrement du gradient axial au niveau de la couche de cisaillement, ce que nous interprétons comme un moindre étalement du gradient par les structures cohérentes de la couche de mélange.

Nous avons donc effectué une simulation de dynamo cinématique pour le champ de vitesse avec anneau. Le résultat est présenté en figure 2.24. Le seuil R_m^c est très légèrement inférieur à celui sans anneau.

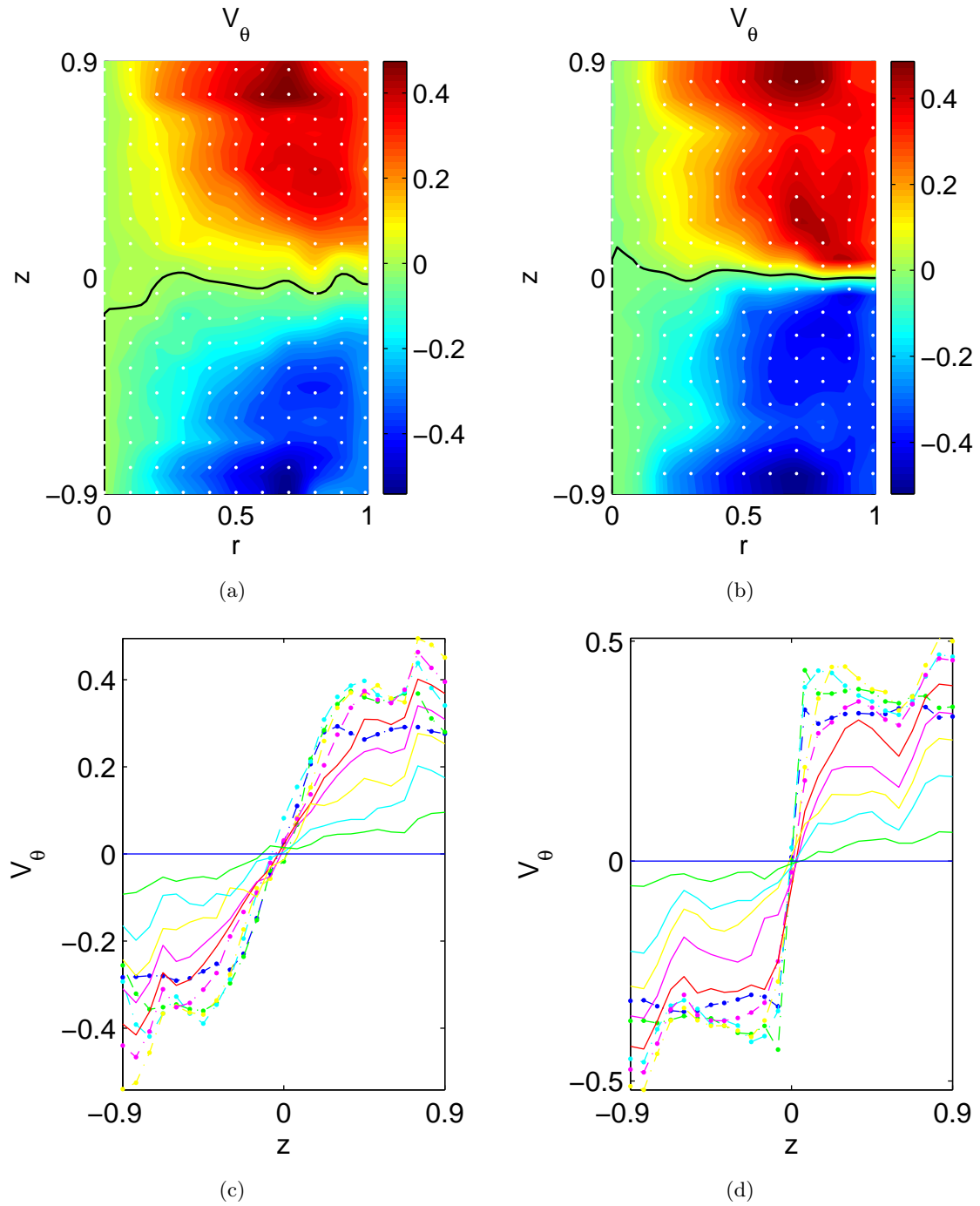


FIG. 2.23: Champ de vitesse toroidal moyen pour la turbine TM73 sans (a) et avec anneau (b). Profils axiaux de vitesse toroidal pour la turbine TM73 sans (c) et avec anneau (d).

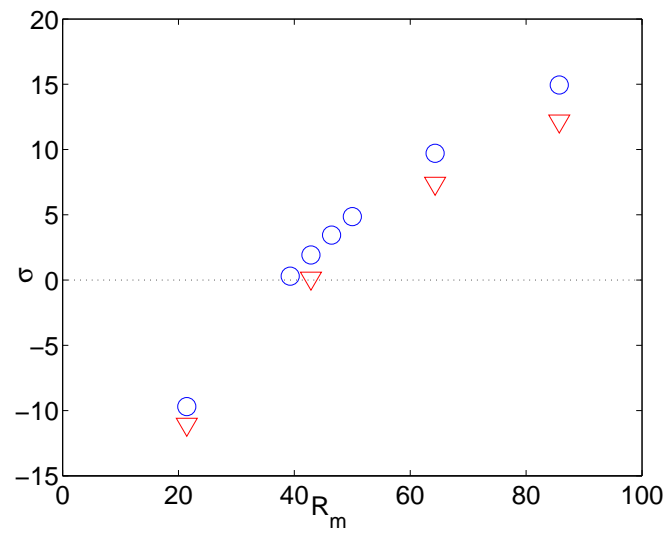


FIG. 2.24: Taux de croissance fonction de R_m pour le champ de vitesse moyenné dans le temps $TM73$ mesuré avec (\circ) et sans (∇) anneau.

Chapitre 3

Premiers Résultats de l'expérience VKS2

Ce chapitre est consacré aux résultats préliminaires de l'expérience VKS2, construite au CEA-Cadarache. Nous décrivons brièvement le dispositif expérimental en section 3.1, en insistant sur les évolutions par rapport à la première version de l'expérience VKS1, décrite en détails dans les thèses de Bourgoïn (2003); Marié (2003); Pétrélis (2002). L'expérience VKS2 a fonctionné pour la première fois en avril 2005, et a connu un incident imposant son arrêt après peu de mesures. Nous analysons tout d'abord les régimes d'écoulement effectivement atteints lors de la première série d'expériences, faite sur deux jours, en section 3.2. Puis nous étudions la réponse à un champ magnétique appliqué en section 3.3.

3.1 Présentation du dispositif expérimental VKS2

Nous présentons en figure 3.1 quelques photographies du dispositif expérimental VKS2. La cuve où est mis en mouvement le sodium liquide est un cylindre de diamètre intérieur $578mm$ et est constituée de cuivre nickelé en surface. L'expérience est montée sur un bâti antivibration, et l'ensemble de la boucle sodium se trouve en contrebas.

La puissance totale disponible a été portée à $300kW$. Nous avons choisi d'utiliser quatre moteurs de $75kW$ chacun. Chaque arbre est ainsi entraîné par deux moteurs configurés en maître/esclave : le moteur maître est régulé en vitesse et entraîne l'ensemble arbre/paliers/turbine par l'intermédiaire de courroies. L'esclave est régulé en couple avec une consigne prise sur la sortie analogique du maître, et soulage ainsi le maître de la moitié du couple nécessaire à l'entraînement.

Afin de pouvoir s'affranchir des problèmes de dérive thermique en fonctionnement, un circuit de refroidissement a été placé à l'intérieur des parois de la cuve. On distingue ainsi sur la cuve les tuyaux de cuivre permettant la circulation du liquide de refroidissement. Nous espérons ainsi pouvoir fonctionner à température, et donc à propriétés physiques du sodium constantes pour des mesures à temps long (voir tableau 1.1). Nous disposons enfin de nouveaux paliers avec fuite contrôlée de sodium.

Lors de la campagne d'optimisation, nous avons décidé d'entourer l'écoulement de sodium liquide d'une zone de sodium au repos, que nous avons appelé «couche conductrice» (voir chapitre 2). Nous avons donc ajouté une chemise interne en cuivre, de diamètre intérieur $412mm$ et d'épaisseur $5mm$, maintenue au moyens des 16 pieds visibles sur la figure 3.1 (c). L'intérieur et l'extérieur de la chemise communiquent au moyen de 8 petites encoches à chaque extrémité. Les études afférentes et les raisons du choix de cette configuration sont détaillées en annexe G.

Nous avons décidé d'utiliser pour unité de longueur le rayon intérieur de la chemise en cuivre, soit $R_c = 206\text{mm}$. Nos nombres de Reynolds magnétiques, ainsi que les puissances dissipées, sont basés sur cette échelle de longueur, l'échelle de temps hydrodynamique étant basée sur la fréquence de rotation des turbines.

Nous nous limitons aux cas de contrarotation exacte, les turbines utilisées étant des $TM73_2$, en acier inoxydable. Le choix du matériau pour les turbines a été aiguillé par quelques simulations très préliminaires en collaboration avec F. Stefani, du Forschungszentrum Rossendorf, à Dresde (Allemagne). Nous disposons en effet de turbines en cuivre et de turbines en acier inoxydable. Dans les simulations, nous avons remplacé les turbines par une épaisseur équivalente de sodium en rotation, et avons montré qu'il vaut mieux utiliser le matériau le moins conducteur, dans notre cas l'acier inoxydable. Le rapport d'aspect de l'écoulement est le même que dans l'expérience VKE, *i.e.* les turbines sont distantes de 1.8 fois la longueur de référence R_c .

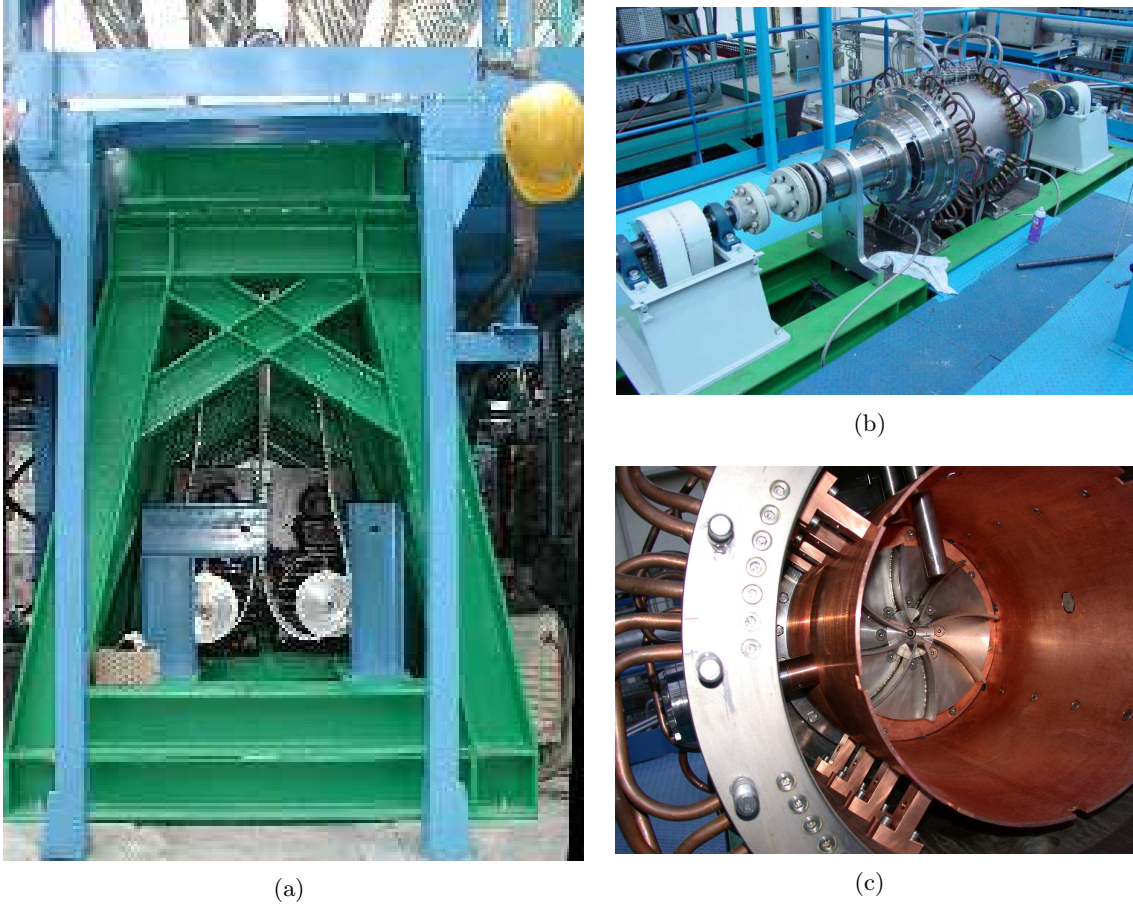


FIG. 3.1: Photographies de l'expérience VKS2, CEA-Cadarache, France. (a) Vue du bâti où l'on distingue deux moteurs entraînant le même arbre, configurés en paire maître/esclave : puissance sur un arbre $2 \times 75\text{kW}$. (b) Une cuve cylindrique cuve dans l'épaisseur de laquelle circule un liquide de refroidissement. (c) Une chemise en cuivre pour isoler l'écoulement de von Kármán d'une zone «au repos».

En résumé, nous avons en quelque sorte mis l'expérience VKS1 entourée de la couche conductrice à l'intérieur de VKS2, et la puissance disponible a été multipliée par deux. Nous pouvons donc atteindre des nombres de Reynolds magnétiques plus élevés —Rappelons que dans l'expé-

rience VKS1, dans la configuration équivalente (turbines $TM60_2$ en contrarotation, cuve lisse), le nombre de Reynolds magnétique maximal atteint est de l'ordre de $R_m \simeq 40$, pour une fréquence de rotation maximale de $25Hz$ ¹.

Nous fournissons à présent quelques chiffres concernant les nombres de Reynolds magnétiques —définis de manière cohérente avec les simulations numériques du chapitre 2— que nous pouvons atteindre dans la configuration de base du dispositif VKS2.

D'après les mesures de champ de vitesse effectuées dans l'expérience en eau, la fréquence maximale de rotation des turbines qu'il est possible d'atteindre est de $32Hz$: on utilise alors les $300kW$ disponibles. Cela correspond à un nombre de Reynolds magnétique $R_m = \mu\sigma(2\pi f)R_c^2 \times 0.6 = 62$ pour du sodium liquide à $110^\circ C$, soit une valeur de 40% supérieure au seuil de dynamo cinématique $R_m^c = 43$ calculé avec le champ des vitesses moyennées dans le temps. Notons que si le sodium liquide est à la température de $180^\circ C$, cette valeur du R_m maximal tombe à 51, soit 18% seulement au dessus du seuil. L'examen du tableau 1.1 nous apprend en effet que la conductivité du sodium liquide chute d'environ 20% entre $110^\circ C$ et $180^\circ C$.

Le seuil de dynamo cinématique — $R_m^c = 43$ — est atteint pour une fréquence de rotation de $23Hz$ à $110^\circ C$ (soit une puissance dissipée de $110kW$), et pour une fréquence de rotation de $27Hz$ pour du sodium à $180^\circ C$ (puissance dissipée de $175kW$).

En conclusion, la réserve de puissance disponible permet *a priori* de fonctionner jusqu'à 40% au dessus du seuil de dynamo cinématique, pour du sodium à $110^\circ C$. Cela nous permettra ainsi de répondre à la question du rôle des fluctuations turbulentes sur l'effet dynamo. Ceci repose toutefois sur le fait que nous puissions entrainer le fluide à la vitesse de $32Hz$, et que le circuit de refroidissement puisse évacuer $300kW$ de puissance thermique en maintenant le sodium contenu dans la cuve à une température de $110^\circ C$. Cette situation idéale n'a bien sûr aucune raison d'être la situation réellement obtenue, le refroidisseur étant par exemple capable d'évacuer $170kW$ au maximum, pour une température de sodium au point de fonctionnement que nous ne connaissons pas encore.

3.2 Régimes de fonctionnement atteints

3.2.1 Mesures de puissance électrique sur les moteurs

Les mesures de la puissance dissipée ont été effectuées le 14 avril 2005. Il s'agit de mesures frustrées effectuées par lecture sur les indicateurs des variateurs, et moyennées qualitativement à l'œil. Il s'agit donc en toute rigueur de la mesure des puissances électriques fournies. Les résultats sont présentés en figure 3.2. La première remarque est que lors de cette série de mesures, la vitesse maximale qu'il a été possible d'atteindre est de $28Hz$, au lieu des $32Hz$ prévus.

Toutefois, si l'on prête attention à la figure 3.2 (a) qui représente les puissances électriques fournies par d'une part un maître et d'autre part un esclave, on se rend compte que les deux moteurs ne fournissent pas la même puissance, et ce dès les basses vitesses. De plus, si aux faibles vitesses les esclaves se dépensent plus que les maîtres, les deux séries de points se croisent autour de $22Hz$. A $28Hz$, les maîtres sont en limite de fonctionnement. Ils fournissent $80kW$ lors même qu'ils sont donnés pour fournir $75kW$ au maximum. Les esclaves fournissent eux $60kW$ à $28Hz$, la puissance totale dépensée est donc de $280kW$. On arrive en limite sur les maîtres avant d'atteindre la limite sur les esclaves. On peut donc en conclure que les paires maîtres-esclaves ne fonctionnent pas bien en phase, et que les esclaves «jouent contre les maîtres».

Une fois otée une valeur constante de $3.2kW$ par arbre, la puissance électrique fournie est

¹Avec une définition de R_m équivalente à la notre, *i.e.* tenant compte de l'efficacité de l'entraînement

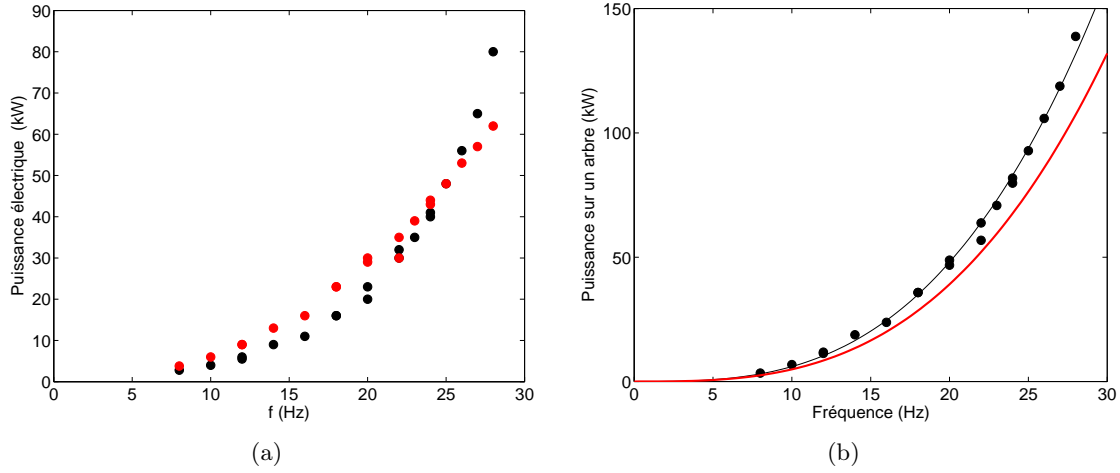


FIG. 3.2: Puissance électrique fournie par les moteurs en fonction de la fréquence de rotation des turbines. (a) Puissance électrique fournie par les maîtres (en noir) et les esclaves (en rouge). Noter la surconsommation des maîtres pour $f \gtrsim 25\text{Hz}$. (b) Puissance fournie à un arbre, soit une paire maître/esclave, à laquelle nous avons soustrait 3.2kW , et ajustement par une loi en $a \times f^3$ en ligne fine. Le coefficient a vaut 6×10^{-3} et correspond à un coefficient de puissance $K_p = 0.065$. La ligne épaisse correspond à l'extrapolation des mesures effectuées dans le modèle en eau (voir première partie du présent manuscript).

bien décrite par une loi en vitesse de rotation au cube (figure 3.2 (b)). Le coefficient de puissance adimensionnel qui découle de cet ajustement est $K_p = 0.065$. Or, la valeur mesurée dans le modèle en eau est de 0.053 , soit une erreur relative de 25% . La question est alors de déterminer si toute la puissance dépensée est bien fournie au fluide ; nous connaissons en effet très mal les différentes pertes dans la chaîne de transmission. En particulier, le couplage maître/esclave peut ne pas être coopératif, et l'esclave peut freiner le maître au lieu de l'aider.

Cette sous-estimation de 25% du coefficient de puissance adimensionnel est bien supérieure à la barre d'erreur sur cette mesure effectuée dans VKE (voir chapitre 2 page 39). Ces mesures ont été faites dans un montage sans couche conductrice «au repos». Or la présence de la chemise en cuivre percée de ses 16 encoches peut éventuellement conduire à une augmentation de la puissance dissipée. Les vitesses maximales de l'écoulement à l'extérieur de la chemise ne correspondent cependant qu'à 7% des vitesses maximales dans la partie utile de l'écoulement, pour un volume de fluide mis en branle équivalent. Nous pensons donc que la puissance supplémentaire dissipée est négligeable. Nous n'avons cependant pas pu mesurer la puissance dissipée dans le modèle réduit incluant la couche conductrice (voir annexe G), les valeurs dimensionnelles des couples nécessaires à l'entraînement dans ce modèle «très réduit» étant trop faibles pour être discriminées des couples parasites de frottement.

Dans l'expérience VKS1, une différence de 10% allant dans le même sens a également été observée dans une situation comparable (Bourgoin *et al.*, 2002). Par rapport à VKS1, où les garnitures étaient lubrifiées au gaz, les garnitures de VKS2 sont lubrifiées au sodium, et nous ne connaissons pas les pertes imputables à ce dispositif.

3.2.2 Mesures de puissance thermique évacuée en régime permanent

Une façon de mesurer la puissance réellement fournie au fluide dans l'expérience VKS2 peut par exemple consister à estimer le flux de chaleur évacué en régime stationnaire par le circuit

de refroidissement. Nous disposons à l'heure de la rédaction de quelques mesures effectuées le 14 avril 2005. Les résultats sont synthétisés en figure 3.3. Nous avons pu obtenir des régimes stationnaires en température pour cinq fréquences de rotation entre 22 et 26 Hz. Les températures correspondantes varient entre 120 et 160 °C.

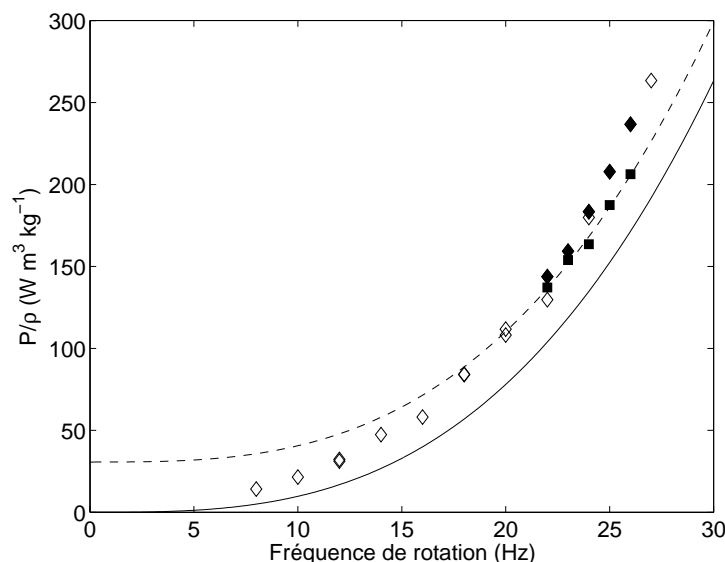


FIG. 3.3: Puissance totale (en W) divisée par la masse volumique du fluide (en kg.m^{-3}), en fonction de la fréquence de rotation des turbines. (\diamond) : puissance électrique indiquée par les variateurs. Les symboles fermés correspondent aux régimes stationnaires en température. (\blacksquare) : puissance thermique évacuée par le refroidisseur en régime permanent. Ligne continue : loi théorique obtenue à partir des mesures en eau. Ligne tiretée : ajustement non linéaire de la puissance thermique par une loi en $a \times f^3 + b$. Le coefficient de régression R^2 vaut 0.990.

Nous avons regroupé dans le tableau 3.1 les températures en régimes stationnaire pour ces cinq fréquences de rotation, ainsi que les valeurs du nombre de Reynolds magnétique correspondantes. Nous remarquons que ces dernières évoluent peu, car la conductivité du sodium chute à mesure que nous augmentons la fréquence de rotation. La régulation du circuit de refroidissement ne nous permet pas de dépasser le seuil cinématique en maintenant une température constante.

Nous remarquons également que la puissance thermique évacuée est inférieure à la puissance électrique consommée par les moteurs. Ceci nous permet donc de conclure que toute la puissance électrique dépensée n'est pas transmise au fluide, l'écart correspondant provenant sans doute d'une mauvaise entente entre maîtres et esclaves. Nous notons enfin que la puissance thermique évacuée est supérieure à la puissance théorique basée sur les mesures en eau. Toutefois, l'écart entre les deux semble constant, et de l'ordre de 30 kW . Nous avons ajusté une loi en $a \times f^3 + b$ sur les cinq points de puissance thermique (divisée par la masse volumique du fluide pour s'affranchir des effets de la température). Le résultat est tracé en traits tiretés sur la figure 3.3. Cet ajustement est très osé, mais nous retrouvons toutefois un coefficient a égal à celui issu des données VKE à 2% près, et un écart b de $35 \text{ W.kg}^{-1}.\text{m}^3$, correspondant environ à 30 kW de puissance perdue de façon incompressible.

f (Hz)	T (°C)	R_m	P_{elec} (kW)	P_{th} (kW)	P_{VKE} (kW)
22	119	41.3	134	128	97
23	129	42.1	148	143	110
24	138	42.9	170	152	125
25	150	43.3	192	173	141
26	162	43.6	218	190	158

TAB. 3.1: Données de puissance mesurée en régime stationnaire, pour cinq fréquences de rotation. Au delà de $26Hz$, la régulation n'est plus assurée et la température dérive constamment. P_{elec} correspond aux mesures de puissance électrique totale consommée par les moteurs. P_{th} est la puissance thermique évacuée par le refroidisseur, calculée à partir du débit dans le circuit de refroidissement et de l'écart de température mesuré entre l'entrée et la sortie de l'échangeur. P_{VKE} correspond à la puissance dissipée dans l'expérience VKE, extrapolée aux dimensions correspondantes.

3.2.3 Conclusions sur le bon fonctionnement de l'expérience

L'expérience dans sa configuration de départ ne fonctionne donc pas dans les conditions prévues. Nous avons depuis modifié le réglage du paramètre permettant de réguler le moteur esclave, et avons pu atteindre $29Hz$ au maximum, les maîtres fournissant cette fois-ci la même puissance que les esclaves. Lors de cette mesure, en deux minutes, la température est montée d'environ $30^\circ C$, passant de 130 à $160^\circ C$. La boucle de régulation du circuit de refroidissement reste encore à régler, afin de pouvoir fonctionner en régime stationnaire à plus basse température. Pour l'instant, la valeur maximale du R_m que nous pouvons maintenir constante dans le temps est de $R_m \simeq 44$, soit juste au dessus du seuil cinématique. Nous n'avons pas observé d'auto-excitation du champ magnétique à cette occasion, ni pour la valeur maximale atteinte transitoirement qui est de 50.

Nous signalons enfin qu'il existe une vitesse minimale de rotation de $8Hz$ en dessous de laquelle les garnitures ne sont pas conçues pour fonctionner correctement et risquent de se détériorer. L'exploration des faibles fréquence de rotation en pâtit donc, et pratiquement, nous ne pouvons accéder à des nombres de Reynolds magnétique inférieurs à 14. Ceci est dommageable dans la mesure où nous ne pourrions pas nous prononcer sur l'ordre des effets d'inductions (linéaires, quadratiques, cubiques en R_m) pour les faibles valeurs de R_m .

3.3 Réponse à un champ appliqué transverse

N'ayant pu atteindre actuellement de régime dynamo, nous avons alors étudié la réponse en terme de champ magnétique induit à un champ appliqué de l'extérieur. Après avoir décrit le protocole expérimental et indiqué quelques ordres de grandeurs, nous rapportons les résultats de la première série de mesures de champ magnétique induit, effectuées le 20 avril 2005.

3.3.1 Protocole expérimental

Nature du champ appliqué

Nous utilisons deux bobines placées de part et d'autre de la cuve, transversalement à l'axe du cylindre. Ces bobines ont un diamètre de $450mm$, et une largeur bobinée de $140mm$. Les deux bobines sont séparées d'environ un mètre, et ne sont donc pas utilisées en configuration «Helmholtz». Chaque bobine a une inductance propre de $100mH$ et une résistance d'environ 20Ω . Le champ magnétique appliqué dans la cuve n'est donc pas strictement uniforme, mais

s'en rapproche fortement².

Afin de conserver une certaine cohérence, nous nous plaçons dans le système de coordonnées cartésien utilisé pour VKS1. Ainsi, l'axe du cylindre sera l'axe X , l'axe vertical sera noté Z et est dirigé vers le haut. Quant-à la direction transverse à l'axe du cylindre, *i.e.* la direction dans laquelle nous appliquons le champ magnétique, nous la noterons Y (voir Fig. 3.4).

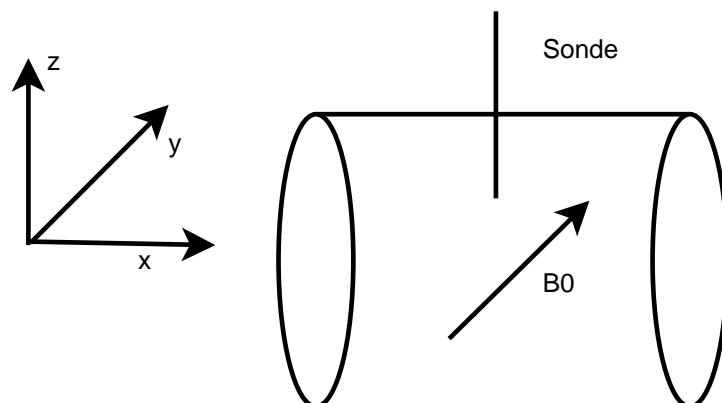


FIG. 3.4: Schéma définissant le système d'axes utilisés. Le champ magnétique B_0 est appliqué dans la direction transverse Y

L'origine du repère sera prise au niveau de la sonde. Nous allons introduire deux angles en sus de la norme du champ magnétique pour mieux retrouver sa nature vectorielle. Le premier de ces angles sera noté θ_z et correspond à l'angle de plongée du vecteur champ magnétique par rapport au plan $\{X ; Y\}$, ou à une «latitude». Lorsque le vecteur est dans le plan, il vaut 0° . Il varie ensuite de -90° lorsque le vecteur pointe vers le bas à 90° lorsqu'il pointe vers le haut. Le second angle correspond à la «longitude» du vecteur, et sera noté θ_y . L'origine sera prise sur la direction de l'axe du cylindre. Le champ magnétique appliqué est donc caractérisé par le couple $\theta_z = 0^\circ$, $\theta_y = 90^\circ$, et par sa norme. L'unité que nous utiliserons est le Gauss, de symbole G , et qui vaut 10^{-4} Teslas. Nous utiliserons une lettre capitale pour le champ magnétique total et une minuscule pour le champ magnétique induit en réponse à un champ appliqué \vec{B}_0 : $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}$.

Mesures de champ magnétique

Les mesures de champ magnétique sont réalisées au moyen d'une sonde à effet Hall trois axes compensée en température. Le gaussmètre possède une dynamique de mesure de l'ordre de 10^6 . La fréquence de coupure est de 400Hz environ.

La sonde à effet Hall permet la mesure simultanée des trois composantes du champ. Elle est placée dans un doigt de gant vertical, situé dans le plan médian, à égale distance des deux turbines. Le doigt de gant, visible sur la photographie 3.1 (c), passe à travers la chemise en cuivre et descend jusqu'à 100mm de l'axe. La sonde à effet Hall peut coulisser dans le doigt de gant, et est également montée sur une platine afin d'en contrôler la rotation. Dans notre cas, pour les mesures du 20 avril 2005, la sonde est située à 1cm du fond du doigt de gant, soit à environ 110mm de l'axe, *i.e.* en un rayon adimensionnel $r = 0.53$. La sonde est régulée en température au moyen d'une circulation d'air comprimé pilotée par une boucle PID. Au cours de la série de mesure exploitée ici, sa température est restée quasiment constante, et vaut 38°C .

Lorsque l'expérience est au repos, le champ magnétique mesuré au niveau de la sonde est

²R. Volk, communication privée et assistance téléphonique 24/24.

proportionnel au courant circulant dans les bobines. La direction du champ est l'axe Y , nous n'appliquons pas de champ ni selon X , ni selon Z . Pour 4A de courant, le champ mesuré vaut $B_0 = 5.15G$. Il s'agit là du champ maximal appliqué pour les mesures considérées ici.

Nous appliquons un champ magnétique transverse afin d'exciter le «mode neutre» de la dynamo cinématique. Le champ appliqué a en effet un nombre d'onde azimuthal $m = 1$, et va créer une composante dipolaire rentrante dans le plan $\{X ; Y\}$, *i.e.* exciter les «haricots» du mode neutre, que nous avons nommé “folded sheets” dans l'article consacré aux études numériques (chapitre 2). La sonde est placée, elle au cœur des «bananes» axiales (voir figures 2.17 et 2.18 page 177 et 178).

Estimation du paramètre d'interaction, et des échelles caractéristiques du problème.

Le paramètre d'interaction est un nombre sans dimension qui permet de mesurer les effets de la rétroaction d'un champ magnétique B_0 sur l'écoulement d'un fluide conducteur. Il compare donc l'importance relative des forces de Laplace dans l'équation de Navier-Stokes aux termes inertiels, dominants pour nos écoulement à haut nombre de Reynolds. Ce paramètre N s'écrit donc, avec \mathcal{L} et \mathcal{V} les échelles de longueur et de vitesse choisies dans l'adimensionnement du problème :

$$N = \frac{\sigma \mathcal{L} \|B_0\|^2}{\rho \mathcal{V}}$$

Dans notre cas, si nous prenons pour échelle de longueur R_c et pour échelle de vitesse $2\pi f R_c$, la valeur maximale du paramètre d'interaction atteinte imputable à un champ appliqué $B_0 \simeq 5G$ et pour une fréquence de rotation de $8Hz$ est environ $N \simeq 5 \times 10^{-5}$. Nous voyons donc que dans l'ensemble des mesures que nous avons effectuées, les forces de Laplace créées par le champ appliqué n'avaient *a priori* qu'une très faible influence sur l'écoulement.

Connaissant l'ordre de grandeur de la puissance dissipée dans l'écoulement, nous pouvons calculer les échelles de dissipation visqueuses et magnétiques. En effet, pour $f \simeq 25Hz$, soit $R_m \simeq 43$ à $150^\circ C$, on a une puissance dissipée de l'ordre de $200kW$, pour une masse de fluide entraînée de l'ordre de $50kg$. On en déduit donc un taux de dissipation massique $\epsilon \simeq 4000W.kg^{-1}$. On peut alors estimer l'échelle de dissipation visqueuse $\eta_u = (\frac{\nu^3}{\epsilon})^{1/4} \simeq 3\mu m$. De même, l'échelle de dissipation magnétique estimée est de $\eta_B = (\frac{(\mu\sigma)^{-3}}{\epsilon})^{1/4} \simeq 22mm$ (le rapport de ces deux échelles est le nombre de Prandtl magnétique P_m à la puissance trois quarts, et pour du sodium liquide à $150^\circ C$, $P_m \simeq 6 \times 10^{-6}$).

Nous pouvons également estimer l'échelle de temps intégrale de diffusion du champ magnétique $t_0 = \mu\sigma R_c^2 \simeq 0.5s$. Cette échelle est à comparer au temps d'advection d'une perturbation devant la sonde de champ magnétique. Ce temps d'advection peut être construit à partir des fluctuations de vitesse à l'endroit où est placée la sonde (*i.e.* dans la couche de cisaillement où il n'y a pas de vitesse moyenne) : $v_{rms} = 0.21$ adimensionnellement. Si on prend une longueur de $10mm$ pour la sonde, le temps d'advection calculé ainsi est de $1.5ms$, soit 3×10^{-3} temps de diffusion.

3.3.2 Résultats expérimentaux

Lors de la série de mesures du 20 avril 2005, la vitesse de rotation des turbines a été variée de $8Hz$ à $27Hz$ en huit points. Les mesures ont été effectuées pendant 120s pour chaque point, et les données sont acquises à une fréquence de $5kHz$. La sonde de champ magnétique ayant une coupure haute à $400Hz$, une telle fréquence d'acquisition n'est pas nécessaire. En revanche, il eût

été plus utile d'acquérir sur des durées plus longues, afin d'affiner la qualité des fonctions densité de probabilité que nous présentons par la suite. Lors des mesures, la température est restée sensiblement constante pour chaque mesure, variant de $\pm 4^\circ \text{C}$ pour les fréquences de rotation inférieures à 22Hz . Lors de la mesure effectuée à 27Hz , la température a cru de 25°C en deux minutes, soit une diminution de 6% de la conductivité électrique. Nous présentons les résultats en fonction du nombre de Reynolds, calculé sur la température moyenne pour chaque mesure, et qui varie ici de $R_m = 14.5 \pm 0.5$ à $R_m = 47 \pm 1.5$. Nous sélectionnerons afin d'étudier en détail la dynamique temporelle du champ induit trois mesures effectuées dans un régime stationnaire en température, correspondant à des valeurs de R_m de 14.5, 18 et 40, et enfin, nous traiterons de manière similaire la mesure effectuée à $R_m = 47$, en gardant à l'esprit la forte variation de température pour cette mesure.

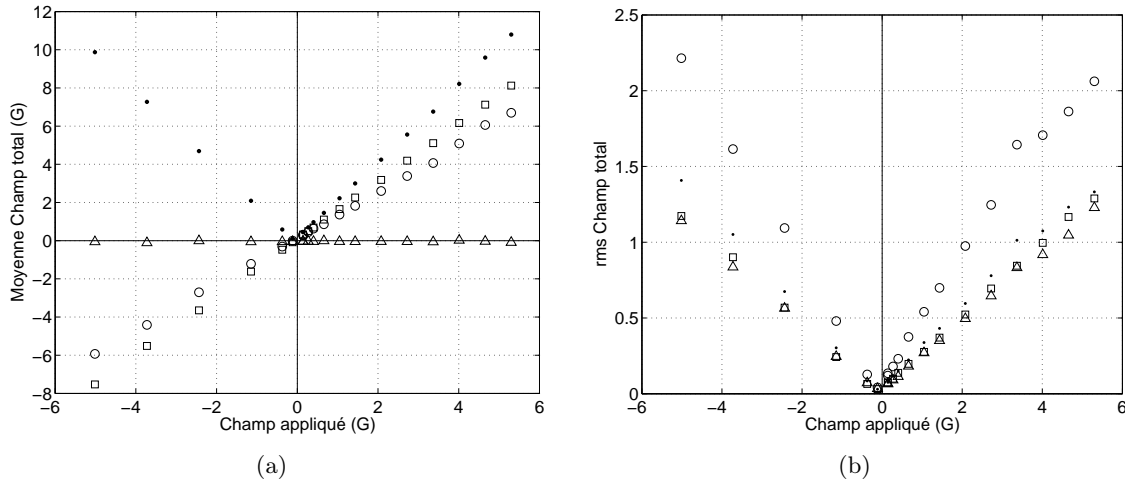


FIG. 3.5: (a) Valeurs moyennes de la norme du champ total $\|B\|$ (●), de la composante axiale b_x (○), de la composante transverse b_y (□) et de la composante verticale b_z (△) en fonction de l'intensité du champ magnétique appliqué selon Y . $f = 8\text{Hz}$, $R_m = 14.5 \pm 0.5$ (b) Déviation standard des quantités précédentes.

Nous avons tout d'abord vérifié pour la plus faible fréquence de rotation (8Hz) et pour une fréquence de 22Hz que les valeurs moyennes des champs magnétiques induits dépendent linéairement de la valeur du champ magnétique appliqué, du moins dans la gamme de champs magnétiques appliqués, de -5 à 5G . Nous avons tracé en figure 3.5 les valeurs moyennes (a) et les déviations standards (b) des composantes du champ magnétique total en fonction de l'intensité du champ appliqué, pour $R_m = 14.5 \pm 0.5$. Nous rappelons pour information que dans VKS1, un écart à la linéarité a été observé pour des valeurs de champ appliqué supérieures à 6G . Nous présentons donc dans la suite des valeurs de champs magnétiques induits normalisées par la valeur du champ appliqué.

Valeurs moyennes des composantes du champ induit

Nous avons tracé en figure 3.6 les valeurs moyennes des différentes composantes et de la norme du champ magnétique induit, ainsi que les déviations standards de ces quantités en fonction de R_m , pour un champ appliqué de 2.7G . Nous remarquons tout d'abord que la valeur moyenne de la composante b_z est nulle sur l'ensemble de la gamme de nombre de Reynolds magnétique étudiée. Ceci avait été observé dans VKS1, et est une conséquence de l'invariance du montage par

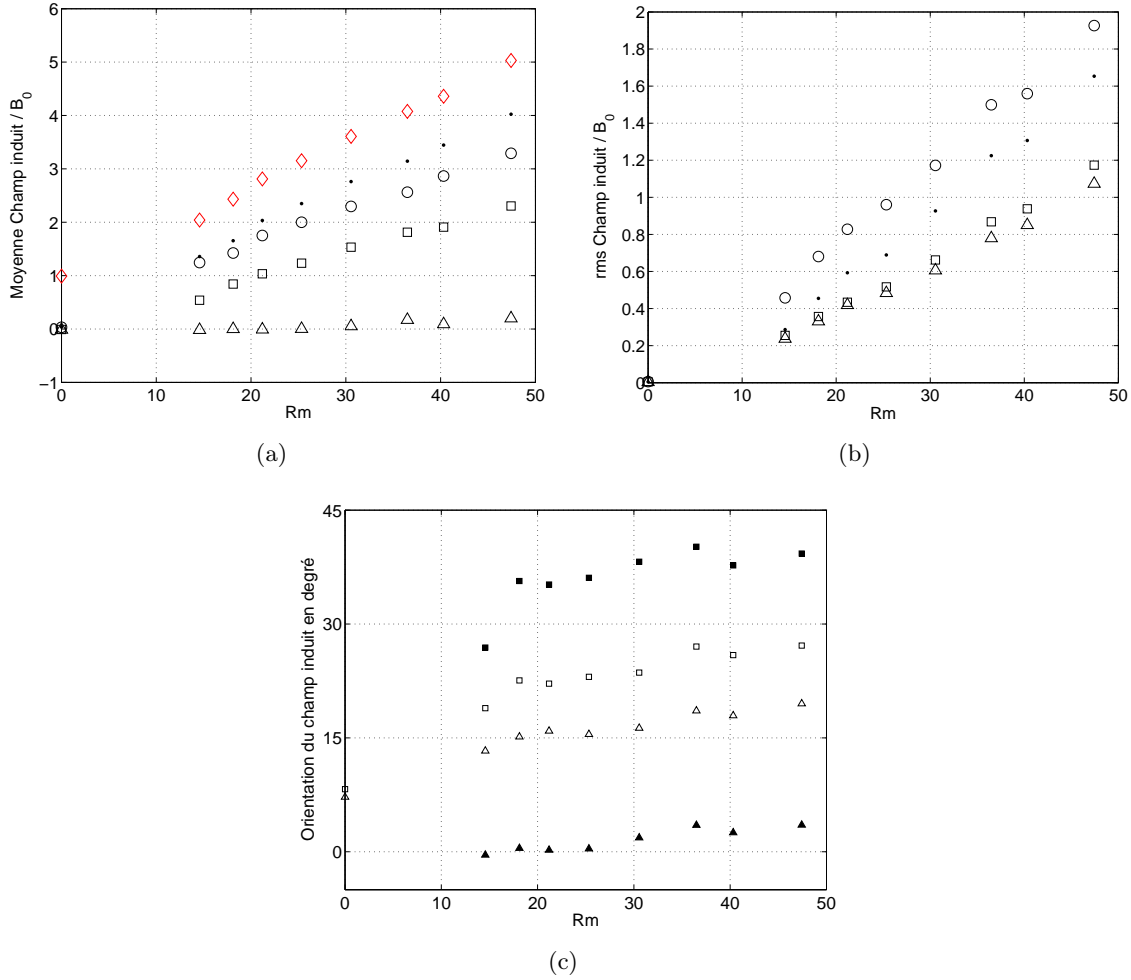


FIG. 3.6: (a) Valeurs moyennes (normées par la valeur du champ appliqué) de la norme du champ total $\|B\|$ (\diamond rouges), de la norme du champ magnétique induit (\bullet), de la composante axiale b_x (\circ), de la composante transverse b_y (\square) et de la composante verticale b_z (\triangle) en fonction de R_m , pour un champ appliqué selon B_y . (b) Déviation standard des quantités précédentes. (c) Orientation du vecteur champ magnétique induit en fonction de R_m . (\blacktriangle et \triangle) : valeur moyenne et déviation standard de la «latitude» θ_z . (\blacksquare et \square) : valeur moyenne et déviation standard de la «longitude» θ_y .

le retournement \mathcal{R}_π autour de l'axe vertical qui passe par la sonde. Cette invariance impose en effet au champ magnétique moyen total d'être transformé en son opposé par le retournement, et donc la composante verticale dans le plan médian est identiquement nulle. Nous avons regroupé dans le tableau 3.2 les valeurs moyennes et les déviations standards pour chaque composante du champ induit, à la fois pour l'expérience VKS1 et pour l'expérience VKS2, dans des configurations les plus semblables possibles, *i.e.* avec une cuve lisse et des turbines produisant un écoulement de rapport $\Gamma \simeq 0.8$, pour un facteur de vitesse d'ordre 0.6. La principale différence réside dans la topologie du champ de vitesse moyen (plus fort écart à la rotation solide dans VKS2) et dans l'ajout de la couche conductrice.

Nous remarquons également que la composante du champ magnétique induit qui domine est la composante axiale b_x . Dès la plus faible valeur de R_m , sa valeur moyenne est supérieure à la valeur du champ appliqué. Cette valeur semble ensuite croître linéairement avec R_m , jusqu'à

VKS1							
f	R_m	b_x	b_y	b_z	$b_x \text{ rms}$	$b_y \text{ rms}$	$b_z \text{ rms}$
8	13 ± 1	0.6	-0.25	0	0.13	0.13	0.16
14	23 ± 1	1.5	0.4	0	0.6	0.4	0.4
VKS2							
f	R_m	b_x	b_y	b_z	$b_x \text{ rms}$	$b_y \text{ rms}$	$b_z \text{ rms}$
8	14.5 ± 0.5	1.25	0.54	0	0.45	0.25	0.23
14	25 ± 0.5	2.00	1.23	0	0.96	0.48	0.52
22	40 ± 0.5	2.86	1.90	0	1.56	0.94	0.85
27	47 ± 1.5	3.3	2.3	0	1.9	1.2	1.1

TAB. 3.2: Comparaison des valeurs moyennes du champ magnétique induit en réponse à un champ appliqué transverse entre l'expérience VKS1 (turbines $TM60_2$ en contrarotation et cuve lisse, mesures des 28 et 29 juin 2000) et l'expérience VKS2 pour les mesures du 20 avril 2005.

fabriquer du champ axial trois fois plus intense que le champ transverse appliqué pour $R_m = 47$. En se basant sur l'approche mécaniste, on prévoit plutôt un mécanisme quadratique en R_m , invoquant un effet "Parker" permettant de convertir un champ appliqué transverse en champ induit axial. Nous insistons encore ici sur le fait que nous ne disposons pas de valeurs à faible R_m , et que nous ne pouvons tirer de conclusions claires sur l'ordre des effets d'inductions, ni sur leur interprétation mécaniste ; nous reviendrons sur ce point après avoir considéré l'ordre de grandeur des autres composantes induites.

L'ordre de grandeur du champ axial induit b_x est en effet beaucoup plus important dans VKS2 que dans VKS1, puisque celui-ci saturait à 1.5 fois le champ appliqué. Nous notons également un changement de comportement radical sur la composante transverse induite b_y . Dans l'expérience VKS1, à faible R_m , le champ induit était opposé au champ appliqué (valeur négative dans le tableau 3.2 pour $R_m = 13$), alors que dans VKS2, le champ induit est toujours dans la direction du champ appliqué. Pour les plus grandes valeurs du nombre de Reynolds magnétique explorées dans VKS1, dans d'autres configurations³, une saturation à une valeur de 0.6 du champ induit dans la direction du champ appliqué a été obtenue. Ici, nous n'observons pas de saturation de l'induction. Nous sommes capables de fabriquer du champ induit orienté dans la direction du champ appliqué et deux fois plus important.

On interprète généralement ceci comme la conversion du champ axial induit par l'effet "Parker" en un champ transverse par un effet Ω . Cet effet devrait donc être cubique en R_m , du moins tant que les champs induits restent d'un ordre de grandeur inférieurs aux champs appliqués (Bourgoin *et al.*, 2004a), ce qui n'est pas le cas ici. Le manque de mesures à de faibles R_m nous interdit ainsi de tirer des conclusions claires sur le mécanisme de génération d'une composante de champ induit dans le sens du champ appliqué.

Cette configuration est donc beaucoup plus proche de donner un bon bouclage dynamo, puisqu'en moyenne on parvient à fabriquer plus de champ magnétique que le champ appliqué, dans la même direction. Cependant, il s'agit là de mesures locales, et il serait très utile de sonder d'autres endroits de l'écoulement, près des turbines, ou bien dans le plan d'application du champ, notamment au niveau des «haricots», *i.e.* au niveau de la chemise interne et en plaçant la sonde à l'horizontale.

Les fluctuations des composantes du champ induit sont également beaucoup plus importantes dans la nouvelle expérience. On note cependant que, contrairement à VKS1 où les fluctuations

³turbines $TM28p$ avec ailettes sur la cuve cylindrique, voir Bourgoin (2003).

sont relativement isotropes, ici les fluctuations de la composante selon X sont bien plus importantes que les autres fluctuations. Les fluctuations des trois composantes, ainsi que de la norme du champ magnétique semblent croître linéairement avec le nombre de Reynolds magnétique. L'orientation moyenne du champ induit (figure 3.6 (c)) évolue elle aussi avec R_m . Le champ est en moyenne contenu dans le plan $\{X ; Y\}$, et sa latitude fluctue d'environ 15° . Au niveau de sa longitude, on obtient un champ induit faisant un angle avec l'axe X de $27 \pm 19^\circ$ pour $R_m \simeq 14.5$ à $40 \pm 27^\circ$ pour $R_m \gtrsim 40$, la direction d'application du champ imposé étant de 90° .

Comparaison avec les simulations

Nous allons comparer les résultats des mesures avec des simulations de réponse du champ de vitesse moyen à un champ appliqué transverse. Le champ magnétique appliqué dans les simulations est un champ transverse $m = 1$, et sa variation selon l'axe du cylindre est une demi période d'un sinus.

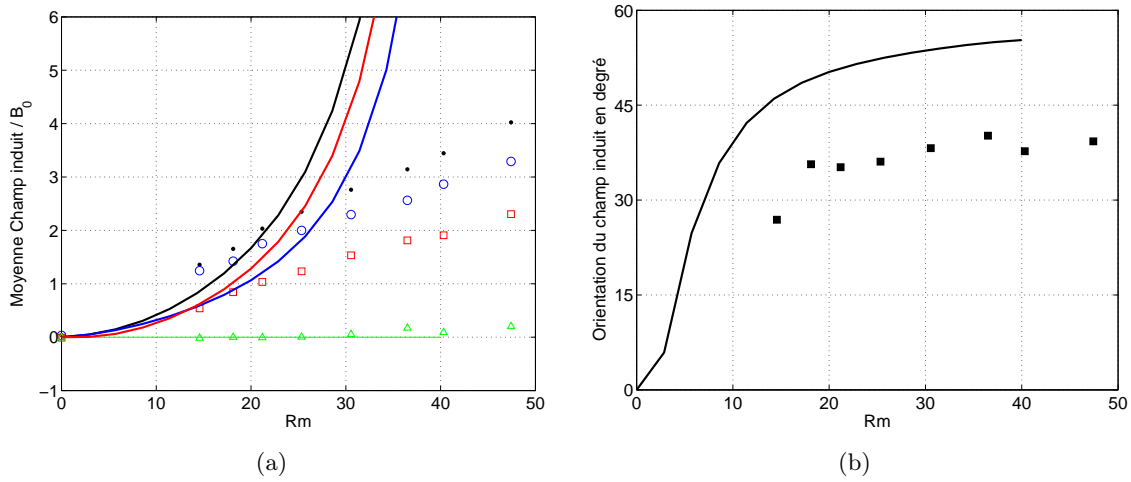


FIG. 3.7: Comparaison entre expérience VKS2, série de mesures du 20 avril 2005, et simulation à partir du champ de vitesse moyen. (a) Norme du champ induit (\bullet et ligne continue noirs), composante b_x (\circ et ligne continue bleus), composante b_y (\square et ligne continue rouges) et composante b_z (\triangle et ligne continue verts). (b) Orientation θ_y du champ magnétique induit (\blacksquare et ligne continue noire).

Nous avons tracé en figure 3.7 les valeurs moyennes des composantes et de la norme du champ magnétique *induit* mesurées au point $r = 0.5$, $z = 0$, $\theta = \pi/2$, pour un champ transverse valant 1 au point de mesure. Nous remarquons le manque d'accord flagrant entre simulation et expérience, hormis pour la composante selon Z , nulle par raisons de symétries du champ de vitesse moyen. Seuls deux points, correspondant à la composante transverse pour $R_m = 14.5$ et $R_m = 18$ sont en accord. Pour ces deux valeurs de R_m , l'expérience induit plus de champ axial que le résultat de la simulation. Les résultats de simulation divergent ensuite à l'approche du seuil de dynamo. L'orientation moyenne du champ induit mesuré dans l'expérience est plus proche de 35° (i.e. le champ induit est plus selon la direction axiale) que pour le champ induit issu de la simulation, dont l'angle est de l'ordre de 55° . En effet, le champ induit dans la simulation a une composante selon Y plus forte que celle selon X , contrairement à l'expérience, où la composante axiale domine. Nous signalons également que les courbes et les grandeurs calculées ici dépendent assez fortement de la position précise du point de mesure.

Un tel désaccord entre simulation et expérience pour l'écoulement contrarotatif et un champ appliqué transverse avait également été observé dans l'expérience VKS1, où la composante axiale induite était deux fois plus intense pour la simulation (Marié, 2003). M. Bourgoïn (2003) parvient à obtenir des valeurs plus proches entre expérience et simulations en ajoutant une couche de cuivre autour de l'expérience, ce qui conduit à de nouveaux effets dûs à la discontinuité de conductivité à la paroi.

Nous concluons sur ce sujet en insistant encore sur le fait que l'induction (et la dynamo) relèvent de processus non locaux. Il serait donc judicieux d'introduire des sondes en d'autres points de l'écoulement, notamment près des «haricots» au niveau de l'endroit où rentre le champ magnétique que l'on impose, et également loin de la couche de mélange, plus près des turbines.

Dynamique temporelle du champ induit

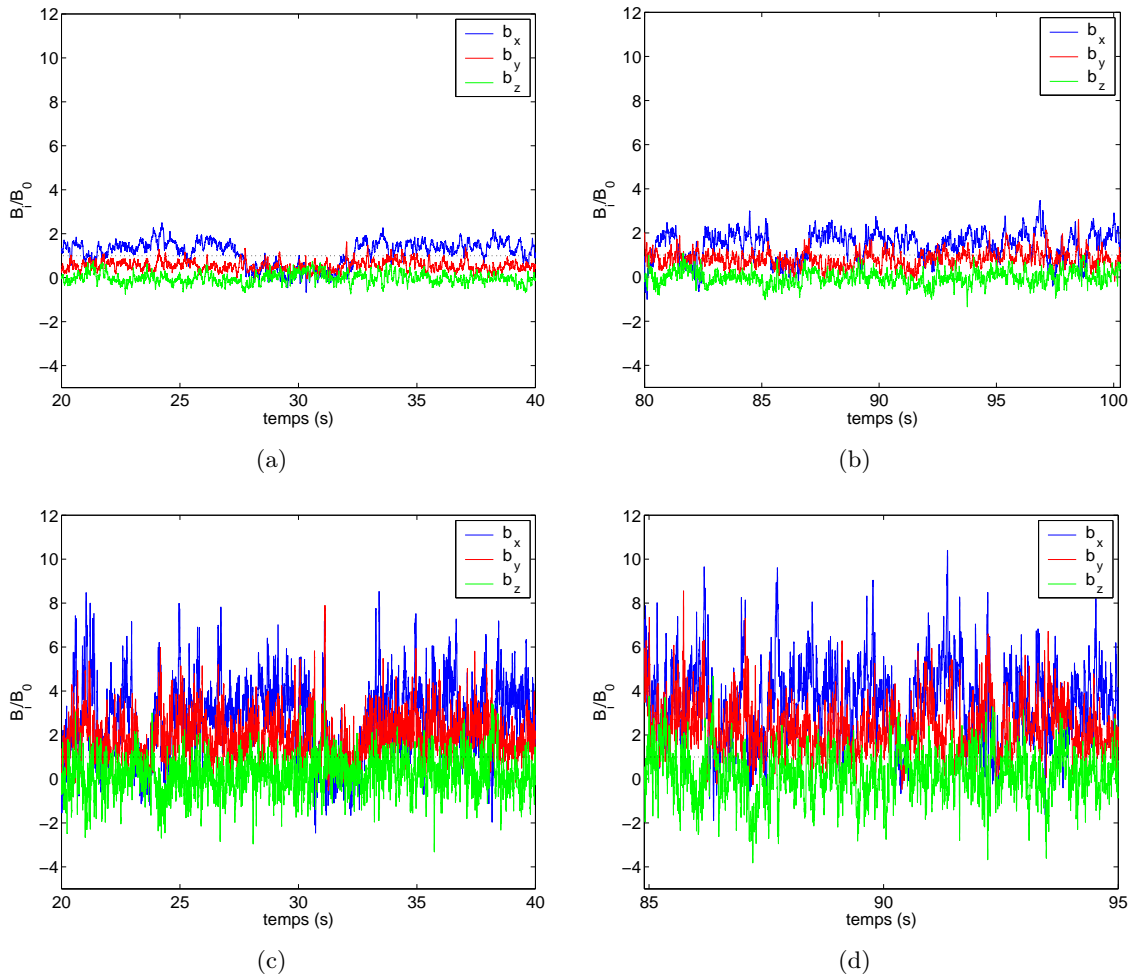


FIG. 3.8: Signaux temporels des trois composantes du champ magnétique induit, pour (a) : $R_m = 14.5$, (b) : $R_m = 18$, (c) : $R_m = 40$, et (d) : $R_m = 47$.

Nous avons choisi quatre valeurs de R_m particulières qui sont $R_m = 14.5$, $R_m = 18$, $R_m = 40$, et $R_m = 47$. Nous avons tracé des extraits de signal temporel du champ induit pour ces quatre valeurs en figure 3.8. Nous remarquons que la composante axiale semble visiter un état

où l'induction est faible de manière intermittente. En effet, si l'on porte son attention sur la figure 3.8 (a), on voit nettement qu'autour du temps $t \simeq 27s$ et durant environ quatre secondes (soit huit temps de diffusion ou 32 tours de turbines) la composante B_X induite passe sous la valeur 1, avant de remonter pour fluctuer autour de la valeur moyenne, qui vaut ici 1.25 (voir tableau 3.2). On repère également un tel évènement sur le signal de la figure (c) ; il dure environ deux secondes, soit 44 tours de disques. On note enfin que la composante transverse b_y semble très corrélée à la composante axiale b_x pendant ces évènements.

Nous avons donc étudié les fonctions distribution de probabilité (PDF) des composantes b_x , b_y , et de la norme du champ magnétique induit $||b||$, pour les quatre valeurs de R_m . Les résultats sont tracés en figure 3.9 (a-c). Les spectres de puissance des trois composantes et de la norme du champ magnétique induit pour les quatre R_m retenus sont représentés en figure 3.9 (d).

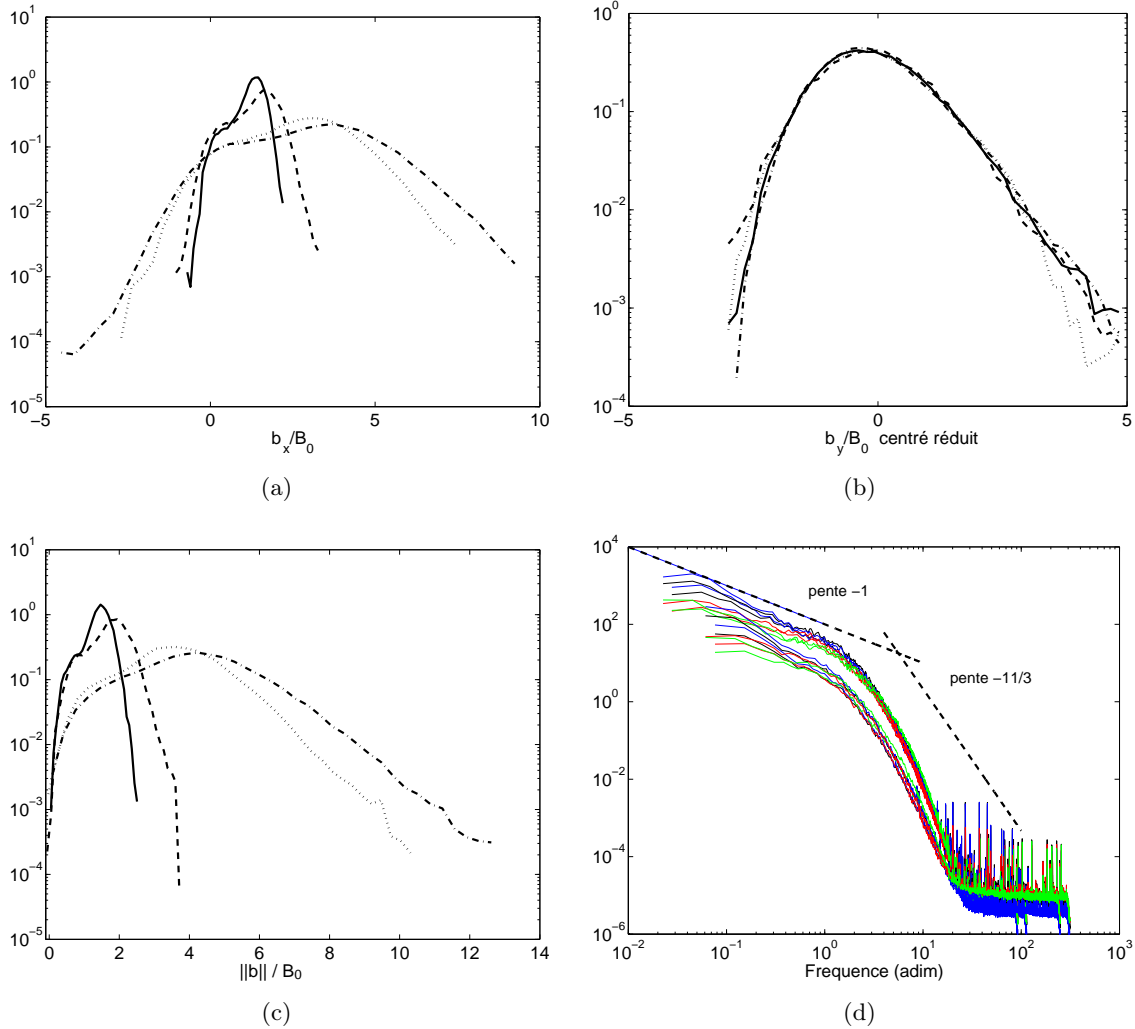


FIG. 3.9: (a) PDF de la composante axiale b_x du champ induit. Ligne continue : $R_m = 14.5$, ligne tiretée : $R_m = 18$, ligne pointillée : $R_m = 40$, et ligne mixte : $R_m = 47$. (b) PDF centrée et réduite de la composante transverse du champ induit b_y . Même type de traits. (c) PDF de la norme du champ induit. (d) Spectres de puissance des composantes b_x (bleu), b_y (rouge), b_z (vert) et de la norme du champ magnétique induit $||b||$, pour les quatre valeurs de R_m .

Nous remarquons que les spectres de puissance ne font pas apparaître de zone claire en $f^{-11/3}$ aux grandes fréquences, pas plus que nous ne mesurons de spectres de puissance pour la pression dynamique en $f^{-7/3}$ au niveau de la couche de mélange de l'écoulement contrarotatif à deux cellules (figure 3.10 page 87). Nous pouvons noter en outre la présence d'une zone en f^{-1} aux basses fréquences, très étendue. Un tel comportement a été observé dans l'expérience VKS1 (Bourgoin *et al.*, 2002), ainsi que dans une simulation numérique à bas nombre de Prandtl magnétique pour un écoulement de Taylor-Green (Ponty *et al.*, 2004). Cette dépendance du spectre en f^{-1} semble être un comportement purement temporel, elle ne se retrouve pas sur les spectres spatiaux de Ponty *et al.* (2004). Nous signalons enfin que nous avons mesuré de telles dépendances tant sur des signaux de pression dynamique au niveau de la couche de mélange (figure 3.10 page 87) que sur des signaux de vitesses mesurés au même endroit (figure 2.3 page 44 et figure 2.21 page 68).

Nous pouvons détecter la présence de deux états distincts visités par le champ magnétique induit sur la PDF de b_x , tracée en figure 3.9 (a) pour les quatre R_m sélectionnés. Cette PDF peut en effet être décomposée en la somme de deux gaussiennes, comme illustré sur la mesure en $R_m = 18$ en figure 3.10. L'état de faible champ induit est indépendant de R_m , et dans cet état, on a $b_x \simeq 0.45B_0$. La probabilité d'être dans cet état vaut environ 0.20 et est, elle-aussi indépendante de R_m . La valeur moyenne du champ induit dans le second état varie avec R_m , et domine dans le calcul brutal de la moyenne (voir figure 3.6 (a)).

La PDF de b_y , *i.e.* de la composante parallèle au champ appliqué, représentée sous forme centrée par rapport à sa moyenne, et réduite par son écart-type (ou déviation standard), pour les quatre R_m en figure 3.9 (b), n'est pas gaussienne, et semble présenter une aile exponentielle vers les grandes valeurs de b_y . Nous avons un comportement en $\exp(-1.5(b_y - \bar{b}_y)/\sigma_{b_y})$ pour les grandes valeurs de b_y , avec \bar{b}_y la moyenne temporelle de b_y , et σ_{b_y} sa déviation standard. Les quatre PDF centrées réduites se superposent bien, nous n'avons donc pas de comportement radicalement différent pour la composante induite dans la direction du champ magnétique appliqué à haut R_m . La PDF de b_z , que nous ne représentons pas, est quant-à-elle gaussienne.

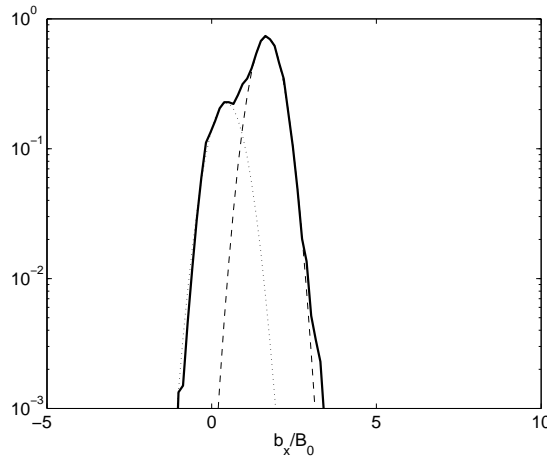


FIG. 3.10: PDF de la composante axiale b_x , $R_m = 18$ (ligne épaisse). Ligne pointillée : gaussienne d'équation 0.23 $\exp(-((b_x - 0.45)/0.64)^2)$ pour l'état de faible champ induit. Ligne tiretée : gaussienne d'équation 0.74 $\exp(-((b_x - 1.67)/0.57)^2)$ pour l'état de fort champ induit.

Nous clorons ce paragraphe consacré à la dynamique temporelle par une présentation d'un signal temporel de l'orientation du champ magnétique induit, pour $R_m = 18$ en figure 3.11 (a).

Cet extrait de signal est à comparer à la figure 3.8 (b) qui représente les trois composantes du champ magnétique sur le même intervalle de temps. Ce signal est lui aussi très intermittent, et l'on repère des bouffées où l'angle θ_y devient plus important, coïncidant avec les moments où b_x est dans l'état de faible champ, et où le champ induit tend alors à être dirigé dans la direction Y . La composante de plongée θ_z présente elle-aussi des excursions vers de fortes valeurs, mais tout autant vers des valeurs positives comme lors de la première bouffée du signal autour de 82 secondes sur ce signal, que vers des valeurs négatives comme lors de la deuxième bouffée autour de 86 secondes. Les PDF de l'orientation, présentées en figure 3.11 (b) sont non gaussiennes. La PDF de θ_z est symétrique, celle de θ_y étant asymétrique. Le champ est préférentiellement orienté vers les θ_y positifs, *i.e.* b_y est très rarement dirigé à l'opposé du champ appliqué.

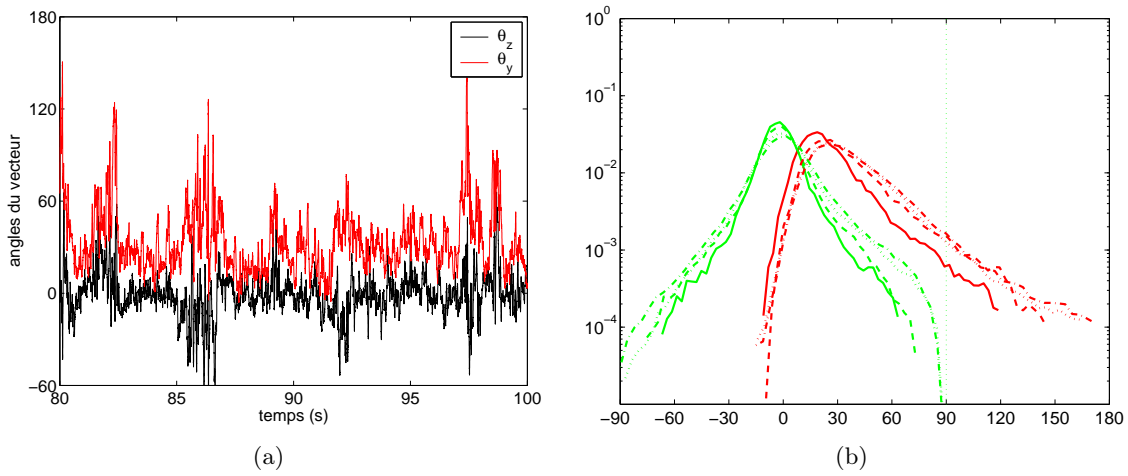


FIG. 3.11: (a) Signal temporel des angles θ_y (rouge) et θ_z (noir) du champ magnétique induit, pour $R_m = 18$. (b) PDF des angles θ_y (courbes rouges) et θ_z (courbes vertes) pour les quatre R_m sélectionnés. Ligne continue : $R_m = 14.5$, ligne tiretée : $R_m = 18$, ligne pointillée : $R_m = 40$, et ligne mixte : $R_m = 47$.

3.4 Conclusions sur les premiers résultats de l'expérience VKS2

Les premiers résultats préliminaires n'ont pas mis en évidence d'effet dynamo dans l'expérience VKS2. Toutefois, nous avons tout juste dépassé le seuil de la dynamo cinématique pour le champ des vitesses moyennées dans le temps. Par rapport à la première version de l'expérience, les champs induits sont beaucoup plus importants, et nous n'avons pas observé de saturation de l'induction avec R_m , ni en moyenne, ni en *rms*. Afin de mieux comprendre ce qu'il se passe exactement dans l'expérience, il serait judicieux de sonder d'autres points, notamment en dehors de la couche de mélange, et le long de l'axe Y , en plaçant la sonde de champ magnétique à l'horizontale.

L'accord entre la simulation et l'expérience est assez mauvais. Deux effets peuvent être à l'origine de ceci : tout d'abord la présence de structures à grande échelle et lentes, non prises en compte dans la simulation. La discontinuité de conductivité apportée par la présence de la chemise en cuivre et par ses pieds de fixation peut de plus conduire à des effets d'induction plus subtils. On pense notamment à l'effet de condition aux limites étudié par Bourgoïn *et al.* (2004a). Il est dommage que nous n'ayions pas à disposition la réponse de l'écoulement aux faibles R_m , afin de déterminer l'ordre des effets d'induction, et de trancher en faveur d'un effet cubique

(bouclage “Parker” Ω) ou d'un effet linéaire en R_m (effet conditions aux limites).

Les nouvelles campagnes d'expériences prévues sur VKS2 devraient permettre d'atteindre des R_m maximaux plus élevés, dans des conditions thermiques stationnaires.

Les expériences de réponse à un champ transverse appliqué montrent des comportements dynamiques très riches, notamment des états bistables et de l'intermittence. Ceci est très certainement lié aux vortex radiaux de la couche de mélange. L'étude hydrodynamique de la statistique des tourbillons de la couche de mélange, *i.e.* de la distribution de leur taille, de leur temps de vie, de leurs passages en un point de l'écoulement, n'a pu être abordée dans notre dispositif en eau faute de techniques de visualisation ou de mesures simples (voir le paragraphe 2.4 page 56 en première partie du manuscrit). Les études de réponse à un champ induit pourraient-elles ainsi permettre de remonter à la statistique des tourbillons de cette couche de mélange ? Nous songeons en particulier à l'utilisation de la sonde multiple développée par R. Volk de l'ENS Lyon.

Chapitre 4

Conclusion de la seconde partie

Nous avons étudié dans cette seconde partie l'effet dynamo dans un écoulement de von Kármán de sodium liquide. Nous avons effectué des études numériques ayant servi à définir le dispositif expérimental VKS2, sur lequel nous avons pu mener une première campagne d'expériences de magnétohydrodynamique.

Nous avons abordé le problème d'un point de vue cinématique, nous concentrant sur la stabilité linéaire du champ magnétique dans un écoulement de von Kármán contrarotatif de fluide conducteur. Nous avons donc ignoré dans notre étude la rétroaction du champ magnétique sur l'écoulement. Cette démarche est valide tant que le champ magnétique n'est pas trop intense, ce qui a toujours été le cas.

- La première partie de ce manuscrit, consacrée à la caractérisation de l'écoulement turbulent de von Kármán, nous a conduit à décomposer le champ de vitesse expérimental en trois entités : un champ de vitesse moyen stationnaire, auquel s'ajoutent des fluctuations turbulentes à petites échelles spatiales et temporelles et des fluctuations lentes à grande échelle, sous la forme de structures cohérentes dans la couche de mélange.
 - Le nombre de Prandtl magnétique du sodium liquide est très petit. Le champ magnétique «vit» donc autour de l'échelle d'injection de l'écoulement, qui est de l'ordre de la taille de l'expérience dans le cas d'un entrainement inertiel. Les fluctuations turbulentes rapides et à petite échelle peuvent être favorables par un effet “ α ” turbulent (Krause & Rädler, 1980), ou conduire à un régime de dynamo “intermittente” pour une forte intensité de bruit, comme suggéré par Leprovost & Dubrulle (2005). Leur effet peut également être négligeable vis-à-vis de l'effet dynamo dû à un champ de vitesse moyen, comme le suggère des expériences d'*induction* menée dans le gallium liquide (Bourgoin *et al.*, 2004b; Frick *et al.*, 2004). Les deux exemples de dynamos expérimentales de Riga et de Karlsruhe nous confortent dans cette voie. Elles sont basées sur le champ de vitesse moyenné dans le temps, et bien que des fluctuations turbulentes à petite échelle soient présentes dans ces deux écoulements, nous avons de fortes présomptions permettant de penser que la topologie du champ de vitesse instantané ne s'éloigne pas trop de celle du champ de vitesse moyen pour ces deux expériences. Nous songeons en particulier à ce que nous avons appris de l'étude des états à une seule cellule, sans couche de mélange dans notre écoulement de von Kármán. De même, dans le cas de la géodynamo, la très forte rotation participe très certainement à la formation de structures organisées à grande échelle, favorables à la dynamo malgré la présence de fluctuations turbulentes (Schaeffer & Cardin, 2004).
 - Nous avons donc optimisé la partie moyenne de l'écoulement. Nos résultats montrent une
-

extrême sensibilité de l'instabilité dynamo à la topologie du champ de vitesse moyen. L'ajout d'une couche externe de sodium au repos permet à la fois d'abaisser le seuil et de rendre l'effet dynamo plus robuste vis-à-vis de petits changements de la topologie de l'écoulement moyen. Nous avons trouvé une solution réalisable dans une expérience de laboratoire utilisant du sodium liquide, construite au CEA Cadarache : VKS2 (pour von Kármán sodium, deuxième génération). Nous sommes donc sûrs que le champ de vitesse moyen de l'expérience VKS2 permet d'engendrer un champ magnétique à grande échelle.

L'expérience VKS2 a fonctionné dans les derniers mois, pendant la rédaction de ce manuscrit. Nous avons atteint un nombre de Reynolds magnétique supérieur au seuil cinématique du champ de vitesse moyen prédit numériquement.

- Nous n'avons pas observé d'effet dynamo. Les deux parties de l'écoulement liées aux fluctuations turbulentes et aux fluctuations cohérentes et lentes de la couche de mélange jouent donc un rôle néfaste vis-à-vis de l'instabilité.
- Nous avons effectué une série de mesures de réponse à un champ magnétique appliqué. Le champ magnétique induit est supérieur au champ appliqué, jusqu'à quatre fois plus important, et nous n'avons pas observé de saturation de cette induction avec le nombre de Reynolds magnétique. Il s'agit là de deux différences majeures par rapport à la première génération de l'expérience (Bourgoin *et al.*, 2002). Ces premiers résultats sont encourageant, néanmoins il s'agit là de mesures ponctuelles, il sera donc judicieux de sonder divers points de l'écoulement.
- Les effets d'induction mesurés ont une dynamique intermittente entre deux états moyens différents, dont il sera très instructif d'établir un lien avec le passage des vortex de la couche de mélange. Les temps caractéristiques de ces longues excursions sont en effet comparables au temps de vie des structures cohérentes. On peut par exemple imaginer de mesurer au même endroit les fluctuations de pression dynamique et le champ magnétique, et d'explorer leur intercorrélation.
- Les spectres temporels des signaux possèdent une large gamme en f^{-1} en deçà de la fréquence d'injection, mettant encore une fois en relief l'existence d'une dynamique très lente et très riche dans cet écoulement.
- Nous en concluons donc que les fluctuations lentes, et *cohérentes*, qui écartent très fortement le champ de vitesse réel du champ de vitesse moyen (voir à ce sujet la figure 2.12 page 57) pendant des temps plus longs que les temps de diffusions magnétiques pourraient contribuer dans une large majorité à «tuer» l'effet dynamo.

Pour observer un effet dynamo dans une telle géométrie, il serait en conclusion judicieux de rajouter des contraintes afin de maîtriser le niveau des fluctuations cohérentes à grande échelle, tout en conservant un écoulement moyen susceptible de produire un effet dynamo, puis de les relâcher petit à petit afin notamment de valider expérimentalement les idées de Leprovost & Dubrulle (2005). Un tel moyen pourrait être l'utilisation de l'anneau, dont nous pensons d'après quelques visualisations qu'il réduit l'écart entre champ de vitesse instantané et champ de vitesse moyen, sans trop modifier le champ de vitesse moyen, que nous avons mesuré (voir figures D.3 et D.4).

Synthèse des conclusions, perspectives

Nous présentons ici la synthèse des résultats obtenus au cours de ce travail de thèse. Nous avons étudié l'écoulement turbulent de von Kármán contrarotatif d'un point de vue expérimental. Nous avons abordé cette étude dans un cadre purement hydrodynamique puis magnétohydrodynamique, cette caractérisation en profondeur de l'écoulement de von Kármán s'inscrivant dans la collaboration VKS.

Au cours de cette thèse, nous nous sommes principalement intéressés à l'«écoulement moyen», c'est-à-dire à la partie stationnaire du champ de vitesse. Cette démarche est très proche de l'approche «Reynolds Averaged Navier-Stokes» (RANS) en simulation numérique. Cette méthode consiste à décomposer l'écoulement entre une partie moyenne et une partie fluctuante. On introduit alors un nouveau tenseur, appelé tenseur de Reynolds, qui décrit l'effet des fluctuations turbulentes. L'enjeu est alors d'exprimer le tenseur de Reynolds en fonction du champ de vitesse moyen. On a ainsi recours à des modèles comme celui de la longueur de mélange de Prandtl, ou bien le modèle $K - \epsilon$. Au cours des dernières décennies, un grand nombre de travaux ont permis de fournir aux ingénieurs un nombre important de modèles de paramétrisation du tenseur de Reynolds. L'un des défauts principal de ces modèles est le fait qu'ils reposent le plus souvent sur un ajustement de paramètres requérant des mesures expérimentales. Les différents modèles ne sont en outre pas tous adaptés au même type de problèmes : ils dépendent de la présence de bords, de la prise en compte de cisaillements de vitesse, les modèles à viscosité turbulente les plus simples supposent également souvent l'isotropie du tenseur de Reynolds. . . Les résultats présentés dans cette thèse posent plusieurs questions en lien avec la pertinence de ces modèles.

Ainsi, dans notre système fermé muni de bords, nous nous sommes concentrés sur l'étude du point de vue temporel de quantités globales caractérisant l'écoulement, et avons mis en relief le rôle prépondérant des grandes échelles dans l'écoulement. En particulier, l'écoulement contrarotatif à deux cellules est dominé par des structures cohérentes, évoluant sur des échelles spatiales comparables à l'échelle du dispositif expérimental, et sur des temps plus longs que le temps d'injection basé sur la fréquence de rotation des disques. Nous avons ainsi vu apparaître une zone en f^{-1} sur les spectres temporels de vitesse en un point (voir chapitre I.2) et de champ magnétique induit (voir chapitre II.3). Ces structures pilotent la transition à la turbulence dans l'écoulement, qui apparaît de manière globalement super-critique (voir figures 2.17 page 64 et 2.22 page 69). Le rôle qu'elles jouent dans le transport de moment cinétique à grande échelle montre que le tenseur de Reynolds de notre problème est fortement anisotrope, et inhomogène.

Lorsque nous étudions la moyenne temporelle —lorsque nous faisons du «RANS expérimental»— d'une part nous réalisons un filtrage spatial à petite échelle, mais d'autre part nous filtrons

aussi et surtout une grande quantité d'énergie à cause du moyennage sur la phase des structures cohérentes à grande échelle. Une perspective intéressante dans la continuité de cette thèse serait d'obtenir une mesure de ce filtrage. L'acquisition récente d'un système de mesure de vélocimétrie par images de particules (PIV) permet de mesurer le paramètre «niveau de bruit b » suivant :

$$b = \frac{\langle u^2 \rangle}{\langle \bar{u}^2 \rangle}$$

avec \bar{u} désignant la moyenne temporelle du champ de vitesse instantané $u(x, t)$, et $\langle u \rangle$ désignant la moyenne spatiale sur le volume V . Le niveau de bruit b est simplement le rapport entre la moyenne de l'énergie cinétique du champ de vitesse instantané et l'énergie cinétique du champ moyenné dans le temps. Il mesure donc la quantité d'énergie filtrée par le processus de moyennage temporel. Les premiers résultats obtenus par R. Monchaux font état d'un facteur 25 à 30 pour la partie poloidale du champ de vitesse dans un écoulement de von Kármán contrarotatif.

En quittant le régime de forçage strictement symétrique, nous avons également montré à travers l'étude de la «bifurcation globale» —ou «bifurcation turbulente»— de l'écoulement de von Kármán qu'il peut exister en régime turbulent plusieurs états «moyens» différents. Il peut donc y avoir multiplicité des solutions stationnaires. Ces états diffèrent par leur structure à grande échelle, et ont eux-mêmes des niveaux de bruit b très différents, selon la présence ou l'absence de couche de mélange turbulente dans l'écoulement. Nous obtenons des solutions à deux cellules très fluctuantes ou des solutions à une seule cellule beaucoup moins fluctuantes —Les premières estimations donnent $b \simeq 5$ — et où la puissance dissipée est beaucoup plus importante (voir figure 3.45 page 124).

Les échanges de stabilité entre ces états peuvent être très complexes, pouvant mener à des régimes intermittents, et font clairement apparaître le rôle des fluctuations turbulentes dans leur déclenchement. Ce phénomène dépend fortement de la forme du dispositif de forçage, des conditions aux limites et du mode de forçage. On retrouve néanmoins des situations équivalentes dans un certain nombre de systèmes de tailles diverses, couvrant un champ allant de l'hydrodynamique appliquée à la climatologie, en passant par la météorologie et l'océanographie. Nous restons très frappés par cette notion de «stabilité en moyenne» d'un écoulement turbulent qui est finalement assez commune dans la vie quotidienne si l'on songe par exemple aux régimes anticycloniques bloqués et stables pendant des semaines. Nous montrons également que par bien des aspects, notre système turbulent semble se comporter comme un système dynamique à petit nombre de degrés de libertés.

La seconde partie du manuscrit est consacrée à une étude expérimentale et numérique de l'effet dynamo dans un écoulement de von Kármán. Notre approche cinématique basée sur le champ de vitesse moyen pour réaliser une dynamo expérimentale n'est pas suffisante comme le laissent penser les premiers résultats de l'expérience VKS2. Nous sommes en effet montés au niveau du seuil en régime stationnaire et n'avons pu le dépasser significativement. Nous avançons l'explication suivante et proposons une amélioration de notre démarche :

Les dynamos expérimentales de Riga et Karlsruhe sont basées sur le champ de vitesse stationnaire. Les valeurs du nombre de Reynolds cinétique atteintes dans ces dispositifs sont aussi grandes que celles réalisées dans VKS2. Toutefois, ces écoulements présentent sans doute un niveau de fluctuation de leur structure à grande échelle très inférieur au nôtre. Pour les écoulements

canalisés dans des tuyaux, les taux de turbulence restent faibles et ces écoulements peuvent être bien décrits par une approche écoulement moyen stationnaire plus viscosité turbulente. Un paramètre critique pour la réalisation expérimentale d'un effet dynamo par la structure du champ de vitesse à grande échelle pourrait être le rapport entre le temps typique sur lequel l'écoulement à grande échelle converge vers sa moyenne et le temps de diffusion du champ magnétique. Ce temps est en quelque sorte un temps de décorrélation «global» des structures cohérentes de la couche de mélange. Nous proposons ainsi de mesurer de manière parallèle ce temps dans l'expérience au moyen de la PIV, et d'étudier numériquement son effet sur le seuil de la dynamo cinématique. L'idée est d'utiliser le champ de vitesse moyenné dans le temps et de lui ajouter des tourbillons à grande échelle contenant instantanément la valeur mesurée expérimentalement d'énergie cinétique supplémentaire et se décorrélant sur le temps mesuré expérimentalement. Je pense que l'ajout d'un anneau en paroi abaisse le niveau de bruit b , et nous attendons impatiemment un résultat concernant son effet sur le temps de convergence à grande échelle. On peut ainsi sans doute envisager de contraindre le champ de vitesse dans l'expérience VKS2 à s'écarter moins fortement du champ de vitesse dynamogène.

Annexe A

Notion de loi de comportement, viscosité d'un fluide newtonien

Le paragraphe qui suit est inspiré des livres de Rieutord (1997) et Darrozes & François (1998) et introduit la notion de viscosité dans le cadre de l'hydrodynamique des fluides newtoniens en écoulement incompressible.

Lorsqu'on écrit les équations de Navier-Stokes (éqs. 1.1) descriptives de la dynamique d'un fluide, on se place en fait dans le cadre très général de la mécanique des milieux continus. Le travail consiste à écrire les bilans de conservation de la masse, de la quantité de mouvement (et de l'énergie) appliqués à un petit domaine de fluide —la particule fluide— suffisamment petit pour que le fluide ait des propriétés uniformes, et suffisamment grand pour que les quantités thermodynamiques usuelles comme la température soient définies. Nous nous étendrons ici sur le deuxième de ces bilans. Le principe fondamental de la dynamique peut s'énoncer ainsi : « la variation de quantité de mouvement est égale à la somme des forces exercées sur la particule fluide ». Deux types de forces sont à envisager, les forces volumiques ou de champ comme la pesanteur, et les forces de contact agissant sur la frontière de la particule fluide (qui n'est pas un point matériel).

Nous allons nous consacrer à l'étude de ces forces de contact. On néglige tout d'abord tout effet dépendant de l'orientation de la surface et de ses courbures : nous ne traiterons pas le problème d'interfaces entre fluides différents. On introduit ainsi le tenseur des contraintes $\vec{\sigma}$ tel que la force sur la surface élémentaire $d\vec{S}$ soit $d\vec{f} = [\vec{\sigma}]d\vec{S}$. Une contrainte est une force par unité de surface, homogène à une pression. Des considérations sur le moment des forces de contact permettent d'affirmer que $\vec{\sigma}$ est un tenseur symétrique. Nous allons dans la suite traiter le cas de fluides isotropes et homogènes, et chercher la loi de comportement permettant d'écrire $\vec{\sigma}$ en fonction des propriétés locales du fluide. Nous utiliserons la notation indicelle dans la suite.

A l'équilibre thermodynamique et au repos, on a $\sigma_{ij} = a\delta_{ij}$, et le coefficient a s'identifie à l'opposé de la pression thermodynamique usuelle $a = -P$. On perturbe faiblement le fluide de sorte qu'il se mette en mouvement. La quantité pertinente qui mesure l'écart à l'équilibre va faire intervenir la vitesse de l'écoulement \vec{v} au travers du tenseur de ses gradients $\partial_i v_j$. Plus précisément, seule la partie symétrique du tenseur, *i.e.* $s_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i v_j + \partial_j v_i)$, va intervenir, la partie antisymétrique traduisant les mouvements de rotation solides pouvant se ramener par changement de référentiel à un état à l'équilibre. On a donc :

$$\sigma_{ij} = f_{ij}(s_{kl})$$

En faisant alors un développement limité proche de l'équilibre, et en imposant l'homogénéité et

Fluide	μ (Pa.s)	ν (m ² .s ⁻¹)	ρ (kg.m ⁻³)
Eau	1.14×10^{-3}	$1,14 \times 10^{-6}$	1000
Alcool	1.34×10^{-3}	1.7×10^{-6}	800
Huile de castor	1.58	1.6×10^{-3}	960
Mercure	1.58×10^{-3}	1.16×10^{-7}	13600
Glycérine	23.3	18.5×10^{-3}	1260
Air	1.8×10^{-5}	1.4×10^{-5}	1.3
Sucre de canne fondu à 125 °C	190	0.12	1580
Sodium liquide à 120 °C	6.319×10^{-4}	0.678×10^{-6}	932
Disques d'accrétion	...	5.83×10^5	...

TAB. A.1: Viscosité dynamique μ , viscosité cinématique $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, masse volumique ρ de quelques fluides newtoniens usuels à 15 °C et d'autres « fluides » moins usuels. Les valeurs sont issues de Hodgman (1947). Pour le modèle des disques d'accrétion, nous renvoyons à l'article de Hersant et al. (2005). Nous avons effectué le calcul pour $r = 10$ U.A.

l'isotropie, on arrive à la forme suivante pour la loi de comportement :

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\mu s_{ij} + \zeta s_{kk}\delta_{ij} \quad (\text{A.1})$$

On a alors introduit deux coefficients : μ appelé viscosité dynamique de cisaillement et ζ appelé coefficient de seconde viscosité. Dans le cas des fluides en écoulement incompressible, comme la divergence de \vec{v} est nulle, seul le coefficient μ intervient. La viscosité dynamique s'exprime en Pa.s. Les fluides qui obéissent à la loi de comportement A.1 sont dits *newtoniens*. Malgré le grand nombre d'hypothèses du raisonnement, cette loi est vérifiée par un grand nombre de liquides et de gaz courants. En fait, le comportement envisagé ne dépend que de propriétés très générales du fluide à l'équilibre.

Si on écrit maintenant l'équation de bilan de la quantité de mouvement pour un fluide newtonien de viscosité constante en écoulement incompressible, on fait apparaître les deux termes en $-\frac{1}{\rho}\nabla P$ et $\frac{\mu}{\rho}\Delta v$ dans l'équation 1.1. On voit donc apparaître la quantité $\frac{\mu}{\rho}$ notée souvent ν . Cette quantité, appelée viscosité cinématique, a la dimension d'un coefficient de diffusion (m².s⁻¹).

Elle traduit l'aptitude des particules fluides à glisser les unes sur les autres, ou comment diffuse la quantité de mouvement entre deux couches de fluides lorsqu'on tire sur l'une des deux. Dans le cas du modèle de sphère dure pour les gaz parfaits, le transfert de quantité de mouvement se fait lors des chocs entre molécules. L'ordre de grandeur de la viscosité cinématique est alors liée au produit de la vitesse d'agitation thermique par le libre parcours moyen, ou distance moyenne entre deux chocs. De manière générale, ν augmente avec la température pour un gaz. Dans le cas des liquides où le transfert de quantité de mouvement se fait plutôt par l'intermédiaire des forces de van der Waals, au contraire, μ diminue généralement avec la température, et ce de manière exponentielle, en lien avec le facteur de Boltzmann $\sim \exp(\frac{-E_a}{kT})$.

Dans le tableau A, nous avons reporté les valeurs de μ et ν pour des fluides newtoniens usuels à température ambiante et la valeur de la viscosité dans le cas d'un modèle pour les disques d'accrétion.

Annexe B

Biais LDV

Nous rassemblons ici quelques tests d'acquisition d'un signal de vitesse turbulent par vélocimétrie laser Doppler (LDV). Le nombre de Reynolds de l'écoulement est dans tous les cas supérieur à 10^5 , et l'écoulement contrarotatif entre deux turbines munies de pales est pleinement turbulent (voir chapitre 2 page 39).

Vitesse de rotation	Mode d'acquisition	$\langle v \rangle$	$std(v)$	$\frac{\sum v \times tt}{\sum tt}$	$\sqrt{\frac{\sum (v - \bar{v})^2 \times tt}{\sum tt}}$
$3Hz$	continuous	0.3180	0.3265	x	x
$3Hz$	burst	0.3905	0.3998	0.3325	0.3637
$7Hz$	continuous	0.7008	0.7943	x	x
$7Hz$	burst	0.8917	0.8720	0.8397	0.8530
$7Hz$	dead time 10ms	0.8452	0.8328	0.7141	0.7550

TAB. B.1: Comparaison des différents modes d'acquisition pour une mesure de vitesse au même point, à deux vitesses de rotation différentes. Moyenne brute de v , Déviation standard brute de v , Moyenne de v pondérée par le «transit time» et Déviation standard de v pondérée par le «transit time» en $m.s^{-1}$.

Nous remarquons que les moyennes et les déviations standards calculées de manière brutale, en utilisant les modes «burst» et «dead-time» sont surévaluées. La pondération par le temps de résidence permet d'obtenir des valeurs inférieures, en adéquation avec le mode «continuous» proposé par notre système DANTEC, mais uniquement en mode «dead-time». Nous utiliserons donc le mode «continuous» pour les mesures rapides de champ de vitesse, et le mode «dead-time» pour les mesures de spectre de puissance, non sans pondérer les valeurs par le temps de transit.

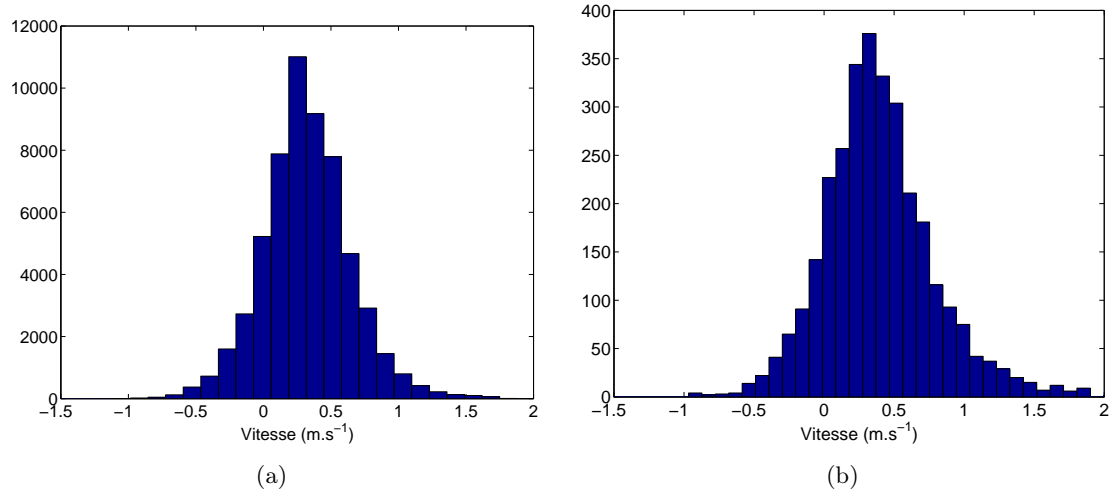


FIG. B.1: Histogramme des vitesses mesurées en contrarotation à $3Hz$, en mode (a) :continuous, (b) :burst.

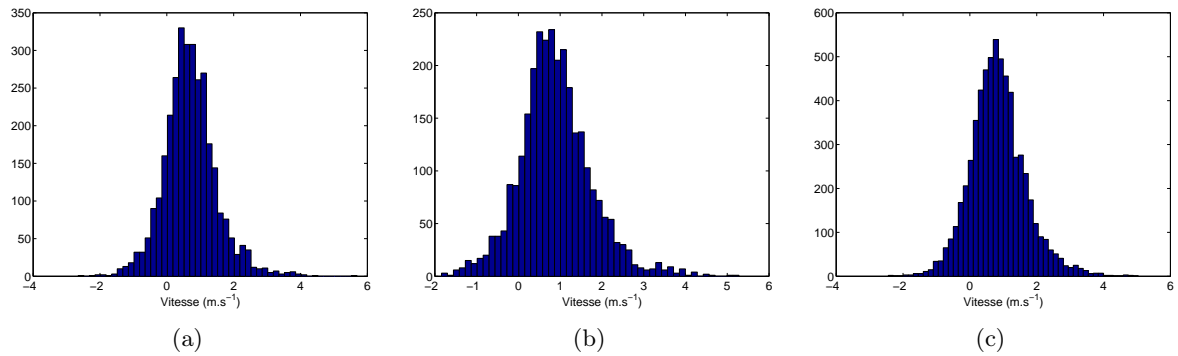


FIG. B.2: Histogramme des vitesses mesurées en contrarotation à $7Hz$, en mode (a) :continuous, (b) :burst, et (c) dead time 10ms.

Annexe C

LDV dans les pales — Validation du protocole de reconstruction du champ de vitesse

Le premier problème auquel je me suis attelé (Ravelet, 2002) était de déterminer la meilleure façon de compléter la grille de mesures (voir paragraphe 1.3.1 de la première partie page 33). En effet, il est impossible de mesurer la vitesse du fluide entre les pales si elles sont très fortement courbées (TM60). Par contre, pour les pales droites (TM70 et TM80), il est possible de faire converger nos faisceaux laser entre les pales, du moins pendant la durée qui sépare deux passages de pales successifs. Nous allons traiter séparément le problème pour la composante axiale v_z et celui pour la composante azimuthale v_θ .

Tout d’abord, nous savons que v_z vaut zéro en $z = \pm 0.9$, au moins entre $r = 0$ et $r = R$ car les disques sont imperméables. Nous avons vérifié expérimentalement que pour la composante axiale, les valeurs à l’extérieur des pales se raccordent linéairement à 0 sur les turbines de manière satisfaisante. De même, la moyenne temporelle de v_z au niveau des disques ($z = \pm 0.9$) est nulle pour $r > R$.

Par contre pour la vitesse azimuthale, la situation n’est pas si claire. Juste au dessus des pales, la vitesse est inférieure à la vitesse de la turbine en rotation, *i.e.* $v_\theta(r, z = \pm 0.7) < r$. Mais en $z = \pm 0.9$, la condition limite de non glissement implique que le fluide est en rotation solide.

Pour calculer les valeurs globales (voir section 2.1 page 40) nous avons besoin de connaître la façon dont v_θ se comporte entre les pales. Pour raccorder ces deux vitesses, plusieurs solutions sont envisageables à grand nombre de Reynolds. Nous les présentons sur la figure C.1. La première hypothèse (courbe en jaune) est que le fluide contenu entre les pales est entraîné à la vitesse de celles-ci (rotation solide) et se raccorde avec l’extérieur sur une petite zone en sortie de pales. La deuxième hypothèse (courbe en vert) est que la vitesse azimuthale reste la vitesse extérieure entre les pales, et se raccorde avec la vitesse du disque par une fine couche limite en $z \simeq \pm 0.9$. Entre ces deux cas extrêmes, il peut y avoir bien des situations intermédiaires dont la courbe en bleu est un exemple.

Nous avons donc réalisé une étude sur ce qui se passe entre les pales et près des disques. Dans un premier temps nous avons des turbines à pales droites en métal brillant (dural). A cause de réflexions parasites, il nous arrivait de mesurer à la fois la vitesse du fluide et la vitesse des turbines. Nous nous en sommes rendu compte en regardant les histogrammes des vitesses mesurées (voir figure C.2 (a)) qui présentaient deux pics. Nous ne pouvions donc pas faire de

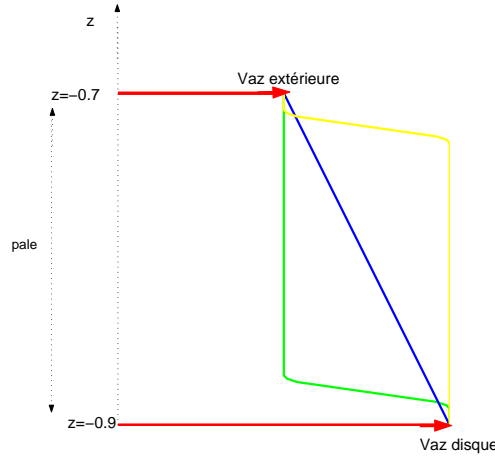


FIG. C.1: Problème de raccord de v_θ entre le disque ($z = -0.9$) et l'extérieur des pales, ici de hauteur 0.2 ($z = -0.7$). Flèches rouges : valeurs de v_θ à raccorder. En bleu : raccord linéaire à la rotation solide. En vert : couche limite près du disque puis $v_\theta = V_{bulk}$ dans les pales. En jaune : $v_\theta = V_{disque}$ dans les pales se raccordant à V_{bulk} juste en sortie de pales.

moyenne « aveugle » sur les séries temporelles, mais devons regarder tous les histogrammes et prendre les valeurs des pics (voir figure C.2 (b)). Nous avons alors essayé de peindre les turbines en noir, afin de voir si cela réglait le problème (voir figure C.3 (a)). Le résultat est positif : toutes les turbines ont depuis été peintes en noir.

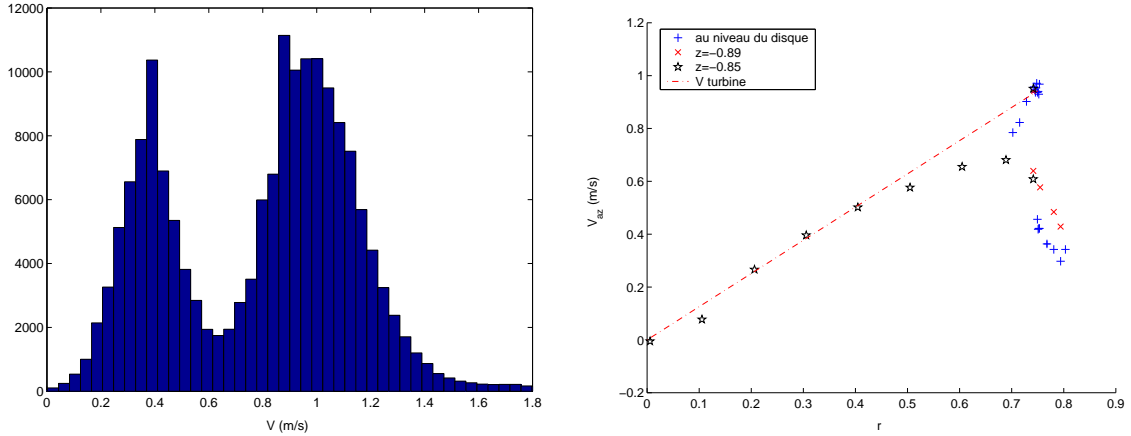


FIG. C.2: (a). Histogramme des vitesses azimuthales au niveau du disque non peint. TM70, pales de 2 cm tournant à 2Hz. Mesure en $r = 0.75$ où $V_{disque} = 0.9425 \text{ m.s}^{-1}$. Noter la présence d'un pic aux alentours de 0.4 m.s^{-1} correspondant à la vitesse du fluide, et d'un deuxième pic vers 1 m.s^{-1} qui correspond à la vitesse du disque. (b) Vitesse azimuthale au niveau des turbines. TM70, pales de 0.2 non peintes tournant à 2 Hz. Les turbines s'étendent de $r = 0$ à $r = 0.75$.

Nous avons donc mesuré v_θ dans les pales. Le résultat est présenté figure C.3 (b). La vitesse se raccorde donc d'une manière intermédiaire entre les deux solutions extrêmes envisagées. Nous nous attendions plutôt à ce que la vitesse soit égale à la rotation solide à cause de la présence des pales. C'est pourquoi nous nous sommes intéressés aux séries temporelles. Sur la figure C.4 (a) nous avons représenté v_θ en fonction du temps modulo un tour de turbine. On voit très nettement le passage des 8 pales signalé par des coupures dans la mesure. On remarque également que la

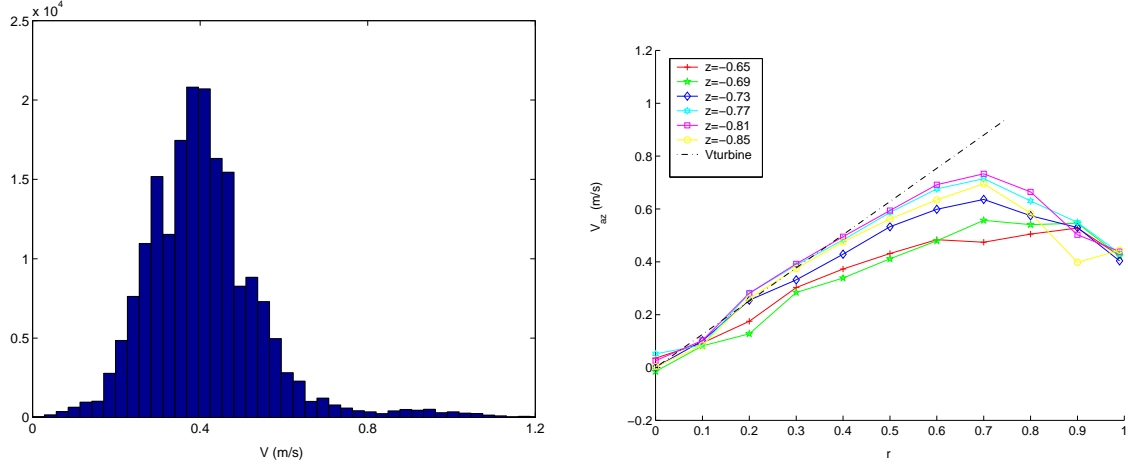


FIG. C.3: (a). Histogramme des vitesses azimuthales au niveau du disque peint. TM70, pales de 0.2 tournant à 2 Hz. Mesure en $r = 0.75$ où $V_{disque} = 0.9425 \text{ m.s}^{-1}$. Noter l'écrasement du pic correspondant à la vitesse du disque. (b) Vitesse azimuthale dans les pales peintes. TM70, pales de 0.2 tournant à 2. Les pales s'étendent de $z = -0.9$ à $z = -0.7$ et la turbine de $r = 0$ à $r = 0.75$. Le trait noir en pointillé correspond à la vitesse solide de la turbine. Courbes rouge et verte : v_θ à l'extérieur. Courbes bleue, jaune cyan et magenta : v_θ à différentes altitudes entre les pales

vitesse n'est pas uniforme au cours du temps mais présente un motif assez bien défini. Nous avons alors essayé d'extraire les fluctuations et de garder la partie moyenne du motif. Nous avons d'abord tenté une méthode de moyenne cohérente et avons finalement retenu la méthode de « moyenne glissante » : on prend une fenêtre de largeur $\frac{1}{20}$ du motif. On fait la moyenne des vitesses dans cette fenêtre, puis on fait glisser la fenêtre de $\frac{1}{10}$ de sa taille et on fait la moyenne dans cette nouvelle portion du motif. On réitère ce processus jusqu'à avoir couvert tout le motif. On a alors une série de moyennes sur de petites parties se chevauchant du signal.

On a représenté sur la figure C.4 (b) un unique motif correspondant à un passage de pale. Il s'agit d'une turbine TM80 avec des pales de 0.2 tournant à 4 Hz. Le point de mesure est en $r = 0.91$ — $z = -0.87$. Nous sommes donc près du disque et près du bord de la turbine. On a synchronisé le temps sur le passage des pales : à $t = 0$, la pale vient de passer et s'en va. La nouvelle pale arrive à $t = \frac{1}{32} \simeq 0,031 \text{ s}$. Les points verts sont les valeurs de v_θ enregistrées au cours du temps, sur une durée de une minute, soit environ 2000 motifs superposés. La valeur de la vitesse de la turbine est indiquée par la droite bleue, quant-à la droite noire, il s'agit de la valeur moyenne calculée brutalement. C'est cette valeur que nous utiliserons par la suite. Elle se situe en dessous de la vitesse de la turbine. La courbe rouge est la partie cohérente du motif, calculée par « moyenne glissante ». Nous sommes donc rassurés : au passage des pales, *i.e.* au début et à la fin du motif, le fluide va à la vitesse des turbines. Il ne passe donc pas à travers cette barrière imperméable. Après le passage de la pale, le fluide est ralenti : il y a des recirculations entre les pales.

Est-ce que ce phénomène remet en cause nos hypothèses d'axisymétrie ? Si la partie moyenne de v_θ dans les turbines n'est pas uniforme dans le temps et donc dépend de θ , ceci ne se fait plus sentir dans l'écoulement dès la sortie des turbines. On ne retrouve pas cette modulation en Nombre de Pales \times Fréquence de Rotation pour les mesures effectuées dans le « bulk ».

La vitesse du fluide dans les pales ne peut donc pas être prévue facilement. Sur la figure 1.12 page 33 on a représenté la grille de mesures avec en grisé la zone inaccessible au laser pour

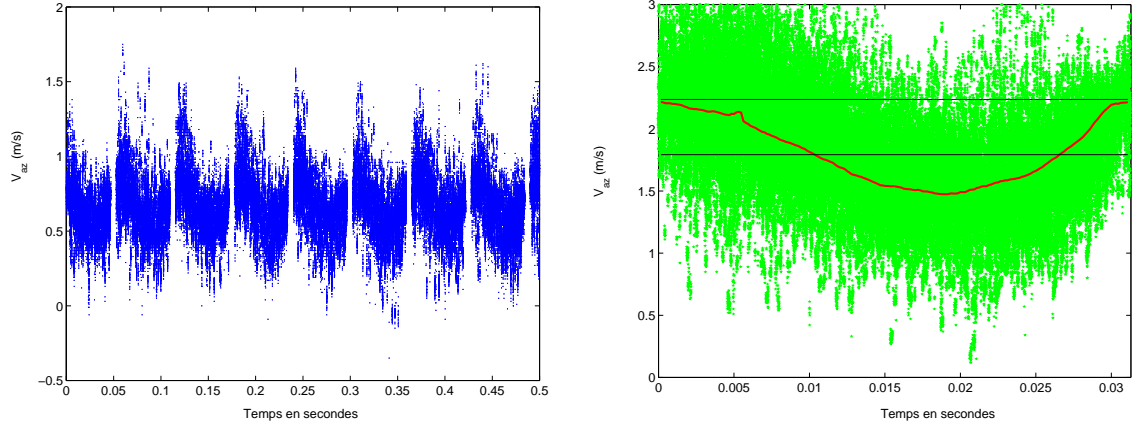


FIG. C.4: (a) Série temporelle de v_{θ} modulo la fréquence de rotation. TM70, pales de 0.2 tournant à 2 Hz. Nous avons ici une période (0.5 s) avec 8 passages de pales. (b) TM80, pales de 0.2 tournant à 4 Hz. Mesure de v_{θ} en $r = 0.91$ — $z = -0.87$. Nous ne voyons qu'un « pattern » correspondant à l'évolution de v_{θ} entre deux passages consécutifs de pales. Points verts : vitesses mesurées par LDV. Trait bleu : vitesse de la turbine. Trait noir : valeur moyenne de v_{θ} . Courbe rouge : moyenne glissante

les turbines à pales fortement courbées (TM60), et pour laquelle nous avons utilisé le protocole suivant :

Nous avons reporté les valeurs de v_{θ} de la dernière altitude mesurée sur les lignes se trouvant dans les turbines. Quelle est l'incidence de ce choix ? Si nous nous intéressons à la valeur moyenne de la vitesse toroïdale du fluide, avec l'interpolation choisie, nous sous-estimons sur une petite partie du volume fluide cette vitesse. Nous allons faire ici un rapide calcul de l'ordre de grandeur de l'erreur commise en utilisant les mesures présentées sur la figure C.3 (b) puisque nous disposons pour ces turbines de mesures entre les pales. L'approximation retenue consiste à remplacer les courbes bleue, jaune, cyan et magenta par la courbe verte. L'espace compris entre les pales représente 22% du volume. Sur la valeur de $\langle T \rangle$ notre approximation conduit à une sous-estimation de 16% dans ce volume, et sur la valeur globale nous arrivons à une sous-estimation de 2%, ce qui est négligeable devant les autres erreurs. En espérant que le comportement est similaire pour les turbines où la mesure entre les pales n'est pas possible, on a donc une approximation acceptable.

Une autre frontière sur laquelle se posent des problèmes est la paroi verticale de la cuve, et l'axe de la cuve, respectivement d'équations $r = 1$ et $r = 0$. L'axisymétrie du problème implique que v_r s'annule en $r = 0$. Nous forçons donc la valeur de v_r calculée par incompressibilité à partir des mesures de v_z à s'annuler en ce point. L'imperméabilité de la paroi implique aussi que v_r s'annule en $r = 1$. Nous respectons cette condition aux limites dans le calcul de v_r . Par contre, nous ne respectons pas la condition de non glissement en $r = 1$ qui impliquerait que v_{θ} et v_z s'y annulent. Nous avons essayé de mesurer les vitesses en $r = 1$, mais les résultats obtenus étaient de très mauvaise qualité à cause du « bruit optique » de la paroi en plexiglas. Ces données polluaient tous les calculs. Avant mon stage, la vitesse mesurée y était annulée, et le dernier point de mesure certain était en $r = 0.9$. 10% du volume était ainsi mal connu. Nous avons décidé de mesurer les valeurs non plus en $r = 1$, mais en $r = 0.99$ ce qui a grandement amélioré la qualité des champs cartographiés. Nous avons alors mesuré le débit vertical passant à travers chaque disque d'altitude z donnée. Par incompressibilité ce débit doit être nul. Les petits excès ou défauts de débit dus aux bruits expérimentaux ont alors été réparti de manière homogène sur chaque ligne de notre grille de mesure. Ceci permet de vérifier la condition $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$.

Annexe D

Compléments sur l'écoulement contrarotatif de von Kármán

Comparaison avec une simulation numérique pour un forçage visqueux

Nous reproduisons en figure D.1 le champ de vitesse moyenné dans le temps issu d'une simulation numérique directe effectuée par Piotr Boronski. Il s'agit d'une simulation effectuée à $Re = 5000$ dans un cylindre de rapport d'aspect $H/R_c = 2$, entre disques lisses de rayon 1. La définition du nombre de Reynolds, ainsi que l'adimensionnement des vitesses sont cohérents avec nos propres définitions. Les résultats de cette simulation sont à comparer au champ de vitesse moyen mesuré dans VKE, à $Re \simeq 8 \times 10^5$, représenté en figure 2.6, page 48.

Nous observons ici les mêmes caractéristiques, à savoir la présence de deux cellules contrarotatives et de deux cellules de recirculation poloïdale. La rotation est confinée dans des couches limites près des disques et en paroi. Il n'y a quasiment pas de rotation dans le volume du fluide.

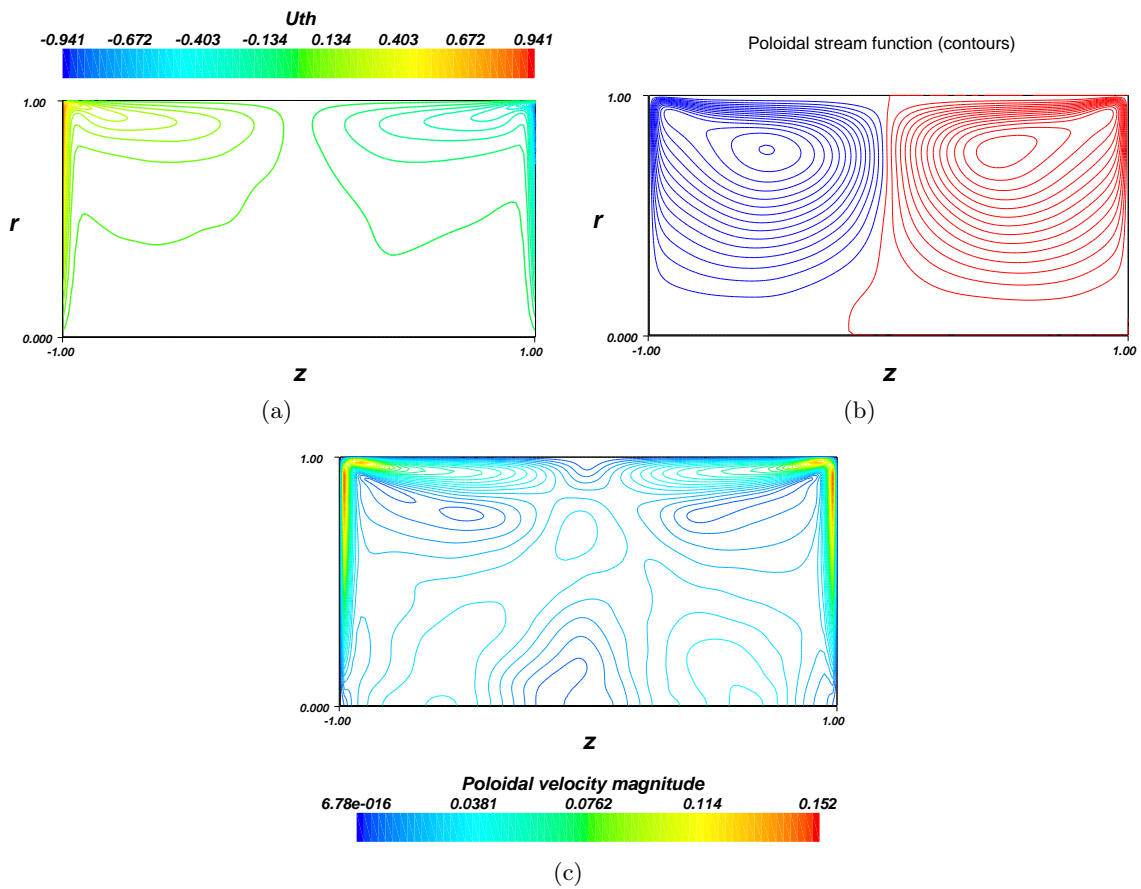


FIG. D.1: Champ de vitesse moyen adimensionnel simulé numériquement par Piotr Boronski & Tuckerman (2004b). $Re = 5000$. (a) isovaleurs de V_θ . (b) contours de la fonction de courant poloïdale. (c) isovaleurs de la norme de la vitesse poloïdale.

Au sujet de la “Beltramization”

Le travail de thèse de Romain Monchaux, qui vient de nous rejoindre au sein du groupe, consiste dans un premier temps à caractériser les états stationnaires de l'écoulement turbulent de von Kármán en termes de mécanique statistique ; nous observons bien une tendance à la “Beltramization” au cœur de l'écoulement pour les grandes valeurs de Re (Monchaux *et al.*, 2005). Nous traçons également en figure D.2 des cartes du cosinus de l'angle entre vitesse et vorticité du champ de vitesse moyen, montrant cette tendance à l'alignement entre vitesse et vorticité *pour le champ moyen*.

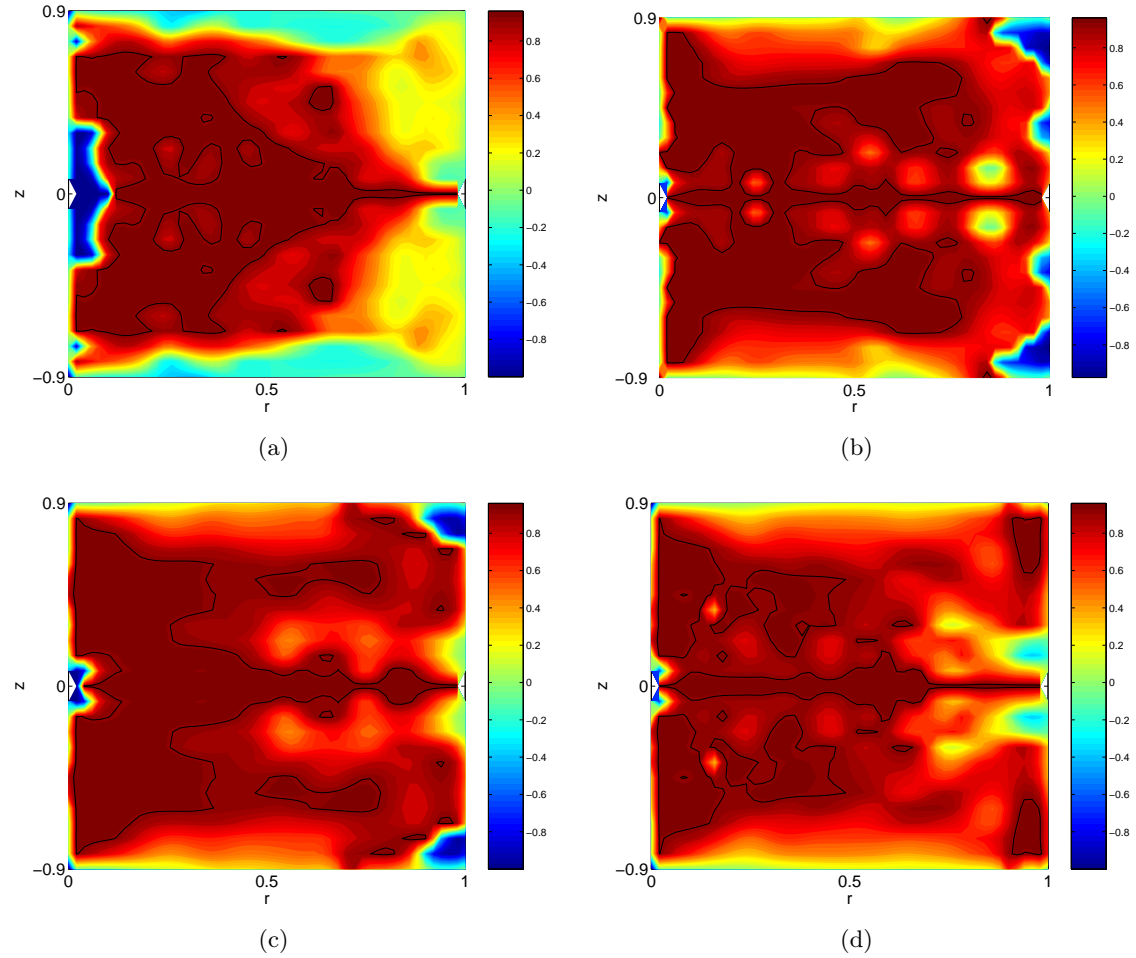


FIG. D.2: Cartes du cosinus de l'angle entre vorticité et vitesse moyennes (condition de Beltrami locale), à $Re \gtrsim 10^5$ pour les turbines (a) lisses, (b) TM90₂ de rayon $R = 0.50$, (c) TM70₂ de rayon $R = 0.75$, et (d) TM80₂ de rayon $R = 0.925$.

Modification du champ de vitesse moyen en présence de l'anneau

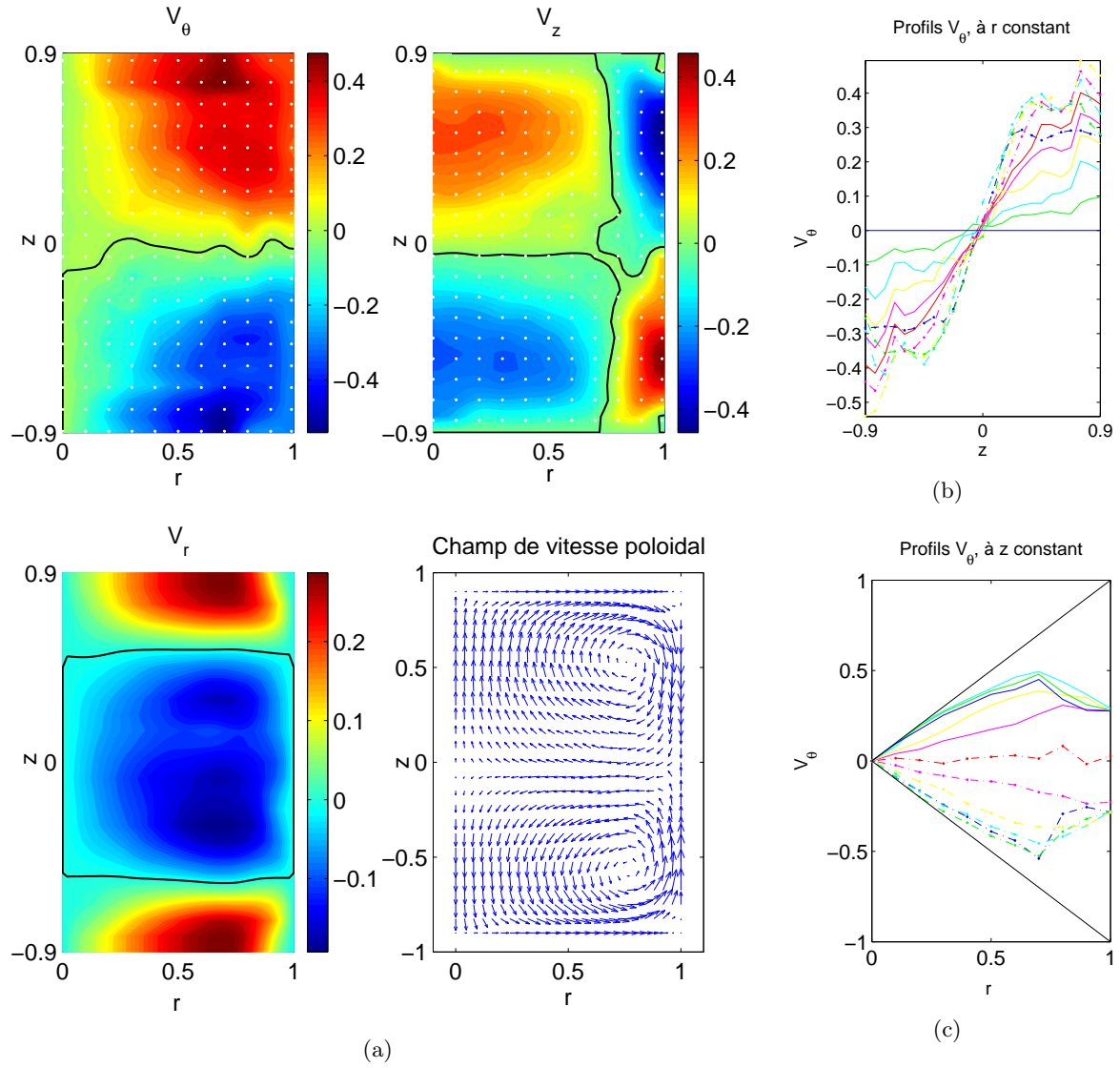


FIG. D.3: (a) Champ de vitesse adimensionnel, turbines $TM73_2$ en contrarotation dans le sens positif à $f = 6Hz$, $Re = 4.7 \times 10^5$. Cylindre lisse. (b) Coupes en z de V_θ . (c) Coupes en r de V_θ .

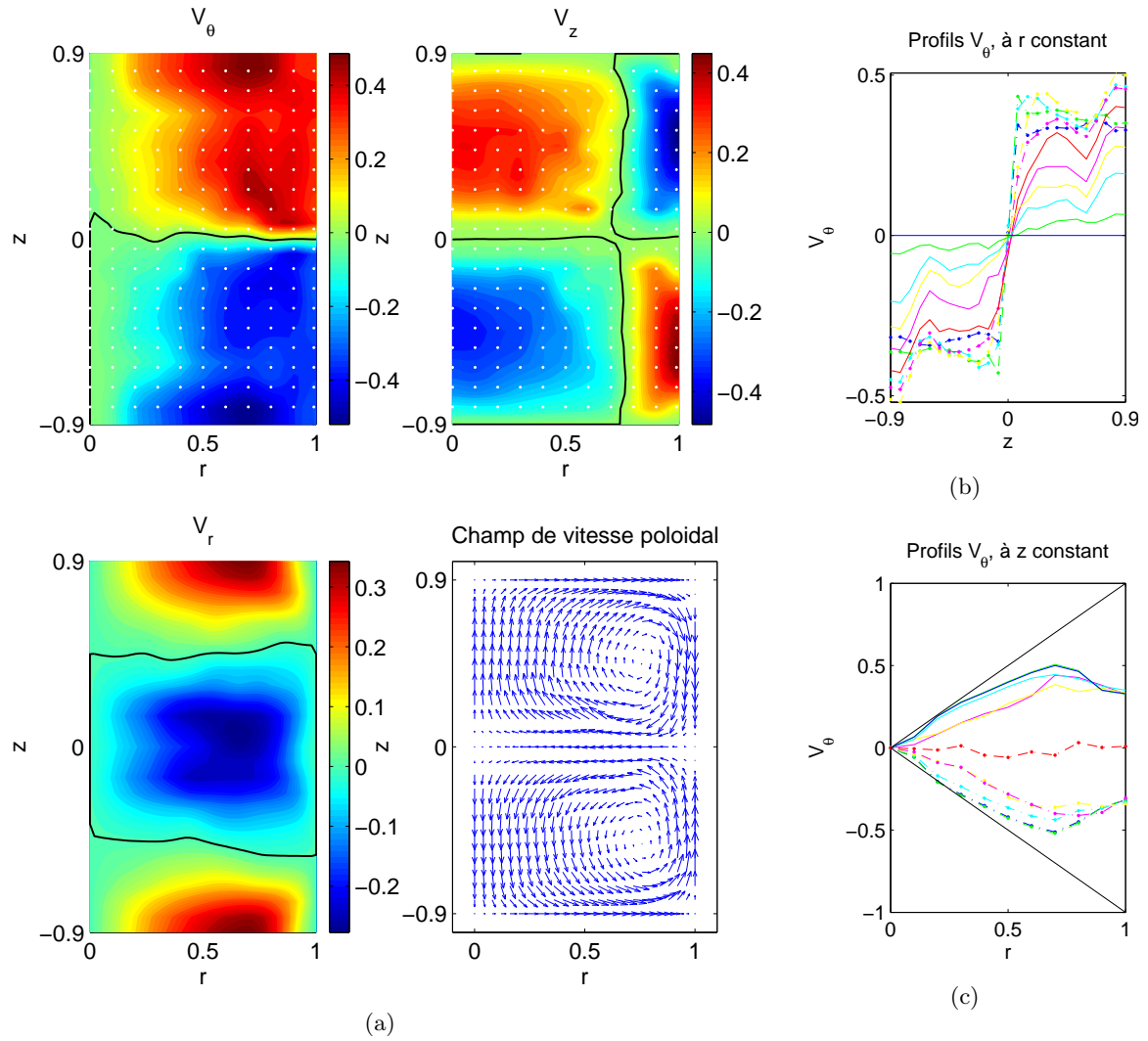


FIG. D.4: (a) Champ de vitesse adimensionnel, turbines $TM73_2$ en contrarotation dans le sens positif à $f = 6Hz$, $Re = 4.7 \times 10^5$. Cuve cylindrique munie de l'anneau. (b) Coupes en z de V_θ . (c) Coupes en r de V_θ .

Annexe E

Compléments sur l'étude de la bifurcation globale

E.1 Synthèse quantitative de l'évolution des cycles d'hystérésis avec la taille des ailettes et la courbure des pales

Afin de quantifier l'évolution des cycles d'hystérésis avec l'augmentation de l'épaisseur des ailettes, nous avons relevé les valeurs des K_p et des θ de quelques points caractéristiques des cycles. Les points relevés sont illustrés sur la figure E.1. Les résultats sont tracés en figure E.2.

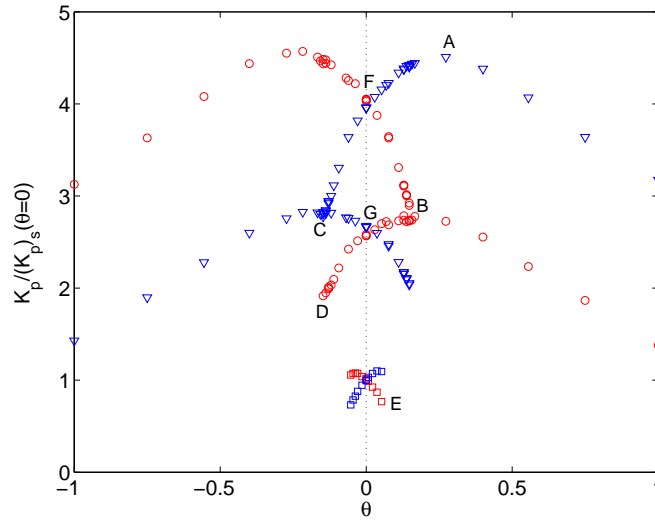


FIG. E.1: Définition des points caractéristiques relevés sur les différentes branches des cycles. L'illustration porte sur le cycle TM60₂– avec ailettes de 5mm. Les valeurs de K_p sont normées par la valeur de K_p en $\theta = 0$ pour l'état (s). A : maximum de K_{p1} dans l'état bifurqué (b_1). B : maximum de K_{p2} dans l'état bifurqué (b_1). C : valeur de K_{p1} en bout de branche bifurquée (b_1). D : valeur de K_{p2} en bout de branche bifurquée (b_1). E : valeur de θ au delà de laquelle la branche (s) perd sa stabilité. F : valeur du K_{p1} dans l'état bifurqué (b_1) en $\theta = 0$. G : valeur du K_{p2} dans l'état bifurqué (b_1) en $\theta = 0$.

Les points relevés sont les valeurs maximales des K_p en bifurqué naturel, les valeurs des K_p

en bout de branche bifurquée antinaturelle, les valeurs de K_p en $\theta = 0$ pour les écoulements bifurqués, et enfin la position du dernier point de la branche (s) dont le temps de vie moyen excède 10^2 unités de temps. La figure du haut concerne les positions en θ des points relevés. Nous avons également relevé les mêmes points pour l'étude comparative des cycles en fonction de la courbure des pales. La figure E.3 présente la synthèse des résultats obtenus.

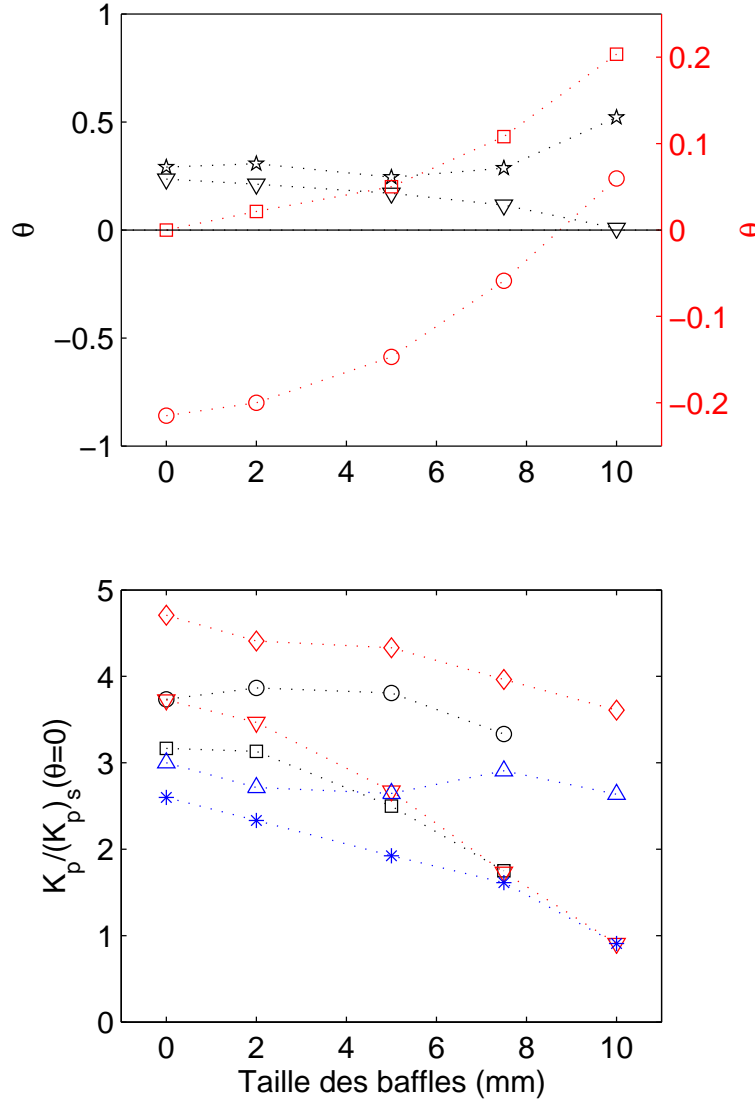


FIG. E.2: Figures récapitulant les θ caractéristiques (figure du haut) et les K_p caractéristiques normés par $K_p(\theta = 0)$ dans l'état (s) (figure du bas) en fonction de la taille des baffles, avec des turbines TM60₂ à $Re > 10^5$. Nous avons relié les points par des pointillés afin de montrer les tendances. Pour la figure du haut, les θ rouges doivent se reporter à l'axe des ordonnées rouge. De même, les θ noirs se rapportent à l'axe noir. Figure du haut : valeurs de θ pour les points A (\star noires), B (∇ noirs), C (\circ rouges) et E (\square rouges). Figure du bas : valeurs de K_p pour les points A (\diamond rouges), B (∇ rouges), C (\triangle bleus), D ($*$ bleus), F (\circ noirs) et G (\square noirs). Afin de palier aux problèmes de dissymétrie expérimentale, tous les résultats que l'on a ici sont issus de la moyenne des valeurs obtenues pour un signe de θ positif et négatif. Le placement des points sur un cycle est donné en figure E.1.

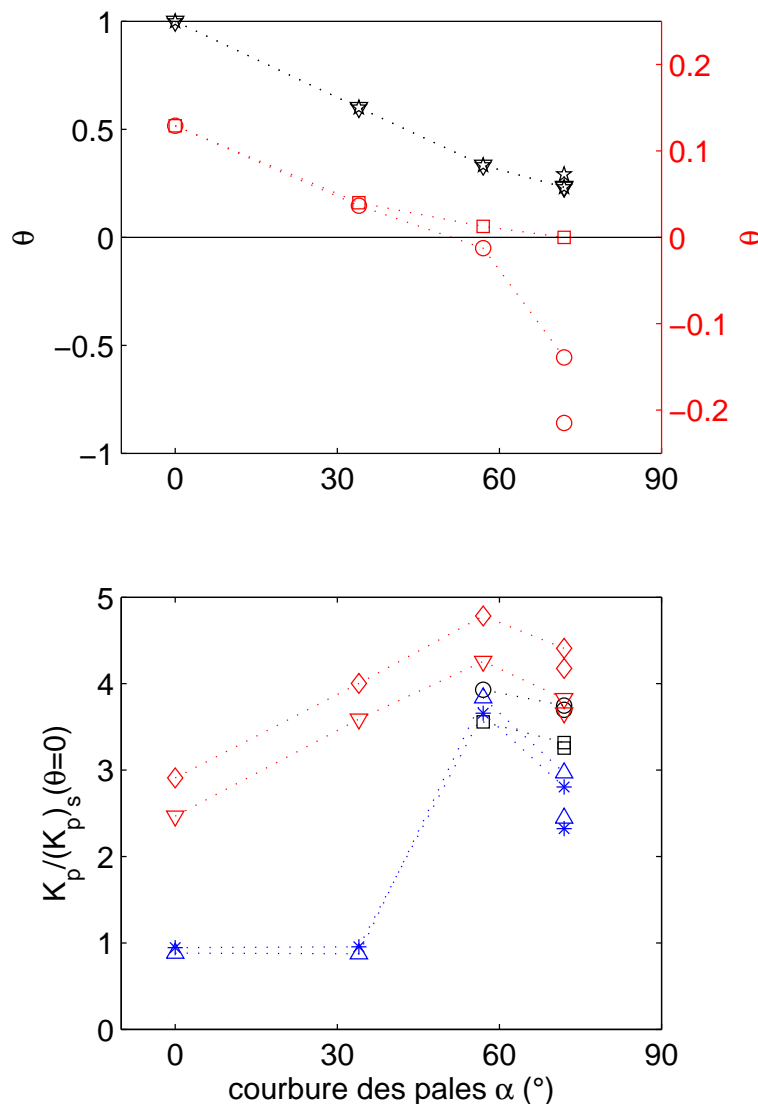


FIG. E.3: Figures récapitulant les θ caractéristiques (figure du haut) et les K_p caractéristiques normés par $K_p(\theta = 0)$ dans l'état (s) (figure du bas) en fonction de la courbure des turbines. Nous avons relié les points par des pointillés afin de montrer les tendances. Nous avons deux turbines pour lesquelles $\alpha = 72$: les TM60₂ à 16 pales et les TM87₂ possédant 8 pales. Pour la figure du haut, les θ rouges doivent se reporter à l'axe des ordonnées rouge à droite. De même, les θ noirs se rapportent à l'axe des ordonnées noir de gauche. Figure du haut : valeurs de θ pour les points A (★ noirs), B (▽ noirs), C (○ rouges) et E (□ rouges). Figure du bas : valeur de K_p pour les points A (◇ rouges), B (▽ rouges), C (△ bleus), D (* bleus), F (○ noirs) et G (□ noirs). Afin de palier aux problèmes de dissymétrie expérimentale, tous les résultats que l'on a ici sont issus de la moyenne des valeurs obtenues pour un signe de θ positif et négatif. Le placement des points sur un cycle est donné en figure E.1.

E.2 Anneau et grille

Dans le cadre de l'optimisation de l'expérience VKS2, nous avons réfléchi au moyen de stabiliser la couche de mélange turbulente, et d'éviter les fluctuations lentes, sans trop modifier l'écoulement moyen. Nous avons en particulier utilisé un anneau de diamètre extérieur 200mm , de diamètre intérieur 170mm et d'épaisseur 6mm , monté à égale distance des deux turbines, en $z = 0$. Nous renvoyons le lecteur à la section 2.4 page 61 pour les études s'y rapportant.

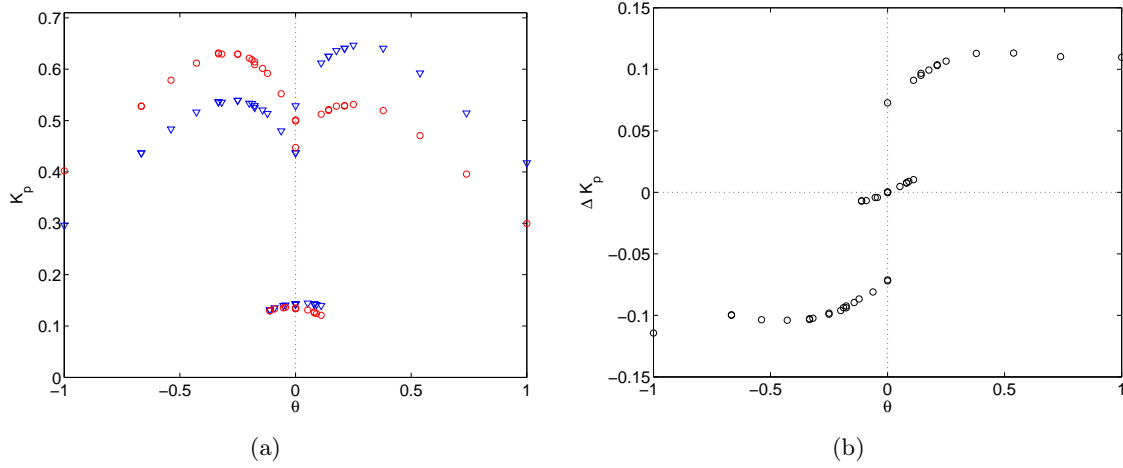


FIG. E.4: Cycles en K_p et en ΔK_p en fonction de θ pour des turbines $TM60_2$ tournant en sens négatif, avec un anneau monté en paroi en $z = 0$. $Re \gtrsim 10^5$.

Nous avons représenté en figure E.4 les résultats pour des $TM60_2$ tournant en sens négatif, et à $Re > 10^5$. L'état (s) est stabilisé et accessible depuis n'importe quelle situation, on a toujours coexistence des trois états en $\theta = 0$, mais maintenant les deux branches bifurquées ne traversent plus l'axe $\theta = 0$. Cette situation est décrite par notre modèle (section 3.9) lorsque $\epsilon_c = \frac{h^2}{4}$. En extrapolant nos mesures à partir des figures E.2 et E.3, cette situation serait également obtenue pour des ailettes d'épaisseur 8mm . En revanche, une différence très importante entre l'anneau et les ailettes est le «blocage» dans la direction axiale de la couche de mélange apportée par l'anneau. Nous en voyons un indice dans le fait que pour l'état (s) avec l'anneau, la différence des couples ΔK_p varie beaucoup plus lentement avec θ que dans une situation avec ailettes et donc reste très faible.

Nous avons également utilisé une grille percée de trous et montée dans le plan équatorial. Les trous ont un diamètre de 5.9mm , et sont espacés de 2.8mm . Le cycle présenté en figure E.5 ressemble à la situation avec ailettes de 10mm . Les couples et leur différence sont alors très faibles.

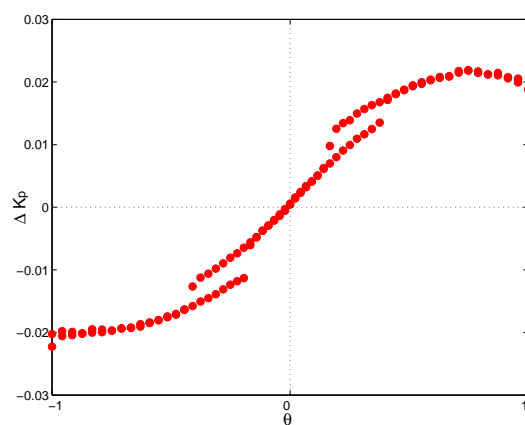


FIG. E.5: Cycles en K_p et en ΔK_p en fonction de θ pour des turbines $TM60_2$ tournant en sens négatif, avec une grille placée dans le plan équatorial $z = 0$. $Re \gtrsim 10^5$.

Annexe F

Description et tests du code de dynamo cinématique

Les simulations de dynamo cinématique utilisant les champs des vitesses moyennes mesurées par LDV dans l'expérience VKE ont été effectuées avec un code écrit par Jacques Léorat (1994). Nous décrivons brièvement dans ce chapitre le code, et reproduisons un cas amplement connu, l'écoulement de Ponomarenko.

F.1 Description du code de dynamo cinématique

Il s'agit d'un code intégrant l'équation d'induction en géométrie cylindrique, pour un conducteur uniforme entouré d'un milieu isolant infini. Le code est pseudo-spectral dans les directions azimuthales et axiales, afin de rendre les conditions aux limites plus faciles à implémenter. Les dérivées radiales sont traitées par différences finies.

Nous périodisons donc le champ de vitesse dans la direction axiale. Afin d'éviter le phénomène de Gibbs, une cellule élémentaire de simulation contient un premier écoulement et un écoulement auquel on a appliqué une symétrie miroir. Cette opération de symétrie artificielle impose des contraintes sur les modes propres pour le champ magnétique, dont nous pouvons tirer profit. En effet, un mode propre peut soit être symétrique par l'opération de symétrie miroir, soit antisymétrique Knobloch (1996). Ces derniers modes ont la propriété remarquable que le courant électrique axial est nul au niveau de la frontière fictive. Ce sont également, sauf exception, les modes les plus instables. Nous justifions ainsi *a posteriori* le fait que les résultats obtenus par notre code périodique sont en bon accord avec un code cylindrique fini, écrit par Xu *et al.* (2004) (voir page 187).

F.2 Bilan d'énergies

Nous posons à présent la question du traitement des dérivées radiales par différences finies. Nous reproduisons à titre de "benchmark" les résultats de l'article de Kaiser & Tilgner (1999), utilisant l'écoulement de Ponomarenko, entre $0 \leq r \leq 1$:

$$\begin{aligned}
V_r &= 0 \\
V_\theta &= r \\
V_z &= 1
\end{aligned}
\tag{F.1}$$

Cet écoulement est entouré d'une couche de conducteur au repos d'épaisseur variable w . Nous avons considéré deux cas, avec un nombre d'onde axial $k = 0.556$ et $k = 1.55$. Nous retrouvons les seuils de la dynamo, et nous intéressons aux différents termes du bilan d'énergie magnétique.

Ce bilan s'écrit dans le domaine Ω_α sous la forme :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_\alpha} B^2 &= Rm \int_{\Omega_\alpha} (\vec{j} \times \vec{B}) \cdot \vec{V} - \int_{\Omega_\alpha} j^2 + \int_{\partial\Omega_\alpha} (\vec{B} \times \vec{E}) \cdot \vec{n} \\
\frac{\partial}{\partial t} E_{mag} &= W_\alpha - D_\alpha + P_\alpha
\end{aligned}$$

E_{mag} est l'énergie magnétique, W_α est le terme de production d'énergie magnétique par l'écoulement, D_α est le terme de dissipation par effet Joule, et P_α est un flux de vecteur de Poynting sur le bord du domaine considéré. Nous divisons l'espace en trois domaines :

- $\Omega_i : 0 < r < 1$ (écoulement)
- $\Omega_e : 1 < r < 1 + w$ (couche conductrice : $W = 0$)
- $\Omega_\infty : r > 1 + w$ (vide : $D = 0$)

Au seuil dynamo, nous avons $W - D_i - D_e = 0$.

Nous traçons en figure F.1 les profils de production et de dissipation au seuil pour les deux nombres d'ondes axiaux $k = 0.556$ et $k = 1.55$. Notre code reproduit bien les résultats de Kaiser & Tilgner (1999) : pour k grand ($k = 1.55$), la dissipation a lieu principalement dans la couche de conducteur au repos. La discontinuité en $r = 1$ est très visible sur les graphiques, son traitement par différences finies ne semble toutefois affecter ni le calcul des seuils, ni de l'équilibre énergétique.

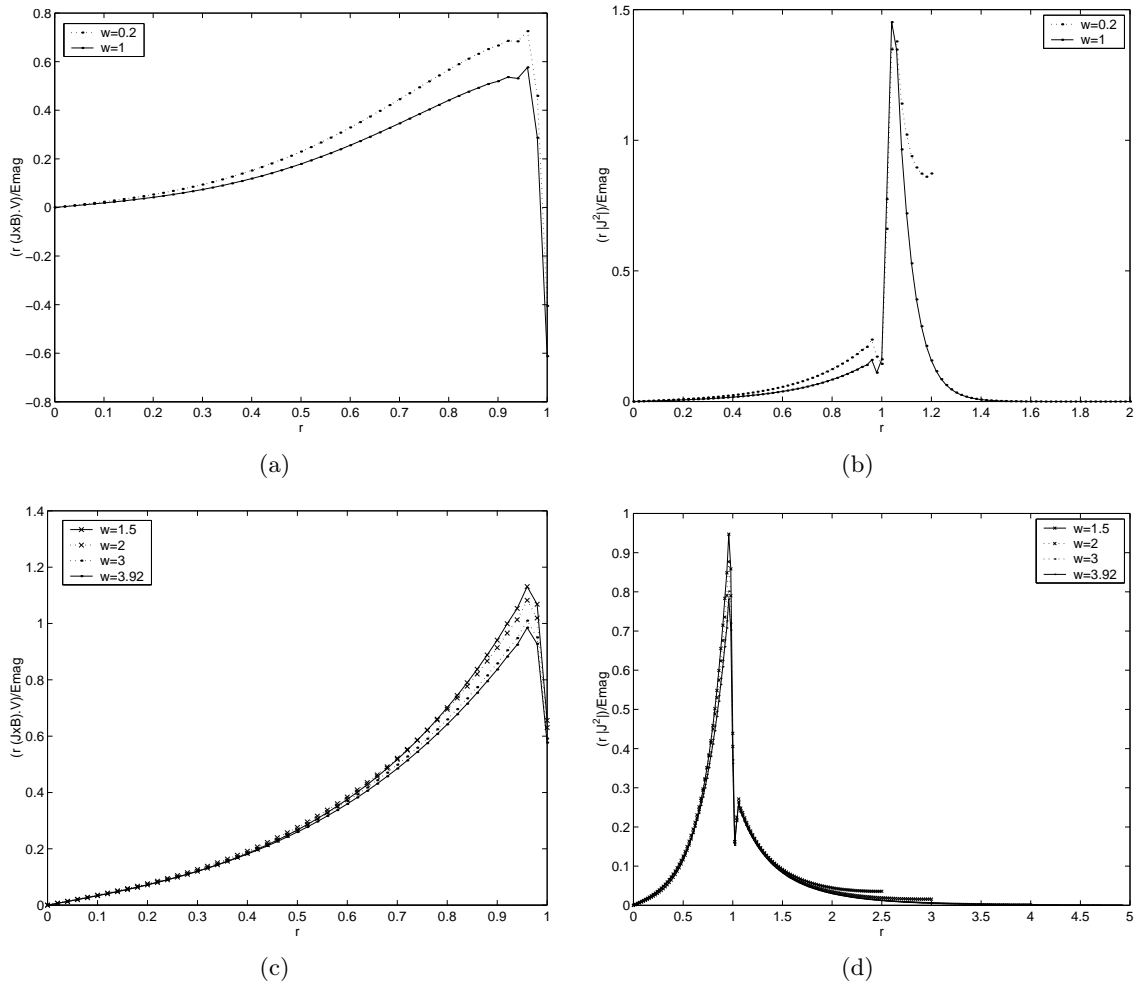


FIG. F.1: Profil radial de la production d'énergie magnétique W et de la dissipation D au seuil pour $k = 1.55$ (a-b), et pour $k = 0.556$ (c-d), et pour différentes valeurs de l'épaisseur de couche conductrice w .

Annexe G

Etude d'un système forçant la convection thermique dans la couche conductrice de VKS2

G.1 Objectifs

Lors de la phase d'optimisation de l'expérience VKS, nous avons prévu de mettre une couche de sodium au repos entourant l'écoulement. Pour que ce sodium soit au repos, il est nécessaire de l'isoler de l'écoulement au moyen d'une chemise. Pour des raisons liées à sa forte conductivité, notre choix s'est porté sur une chemise en cuivre.

A pleine puissance, on injecte 300 kW dans l'expérience, et 150 kW au seuil prévu par les calculs de dynamo cinématique. Cette puissance dissipée par la turbulence est convertie en chaleur, d'où la nécessité de disposer d'un système de refroidissement si l'on souhaite pouvoir faire des acquisitions de longue durée, par exemple. De plus la conductivité électrique du sodium liquide chute rapidement avec l'élévation de la température : le produit $\mu\sigma$ vaut 11.7 pour du sodium liquide à 120 °C, et passe à 10 pour du sodium liquide à 180 °C (Rodriguez, 1996). Un tel système a été prévu dans VKS, sous forme d'un échangeur avec une circulation d'huile passant dans la masse de la cuve. L'ajout de sodium au repos sur les bords pose alors problème au niveau de l'évacuation de la chaleur, car le transfert thermique par conduction pure n'est pas suffisant. Nous avons alors décidé de forcer la convection dans cette couche conductrice, en entraînant le fluide dans la couche au repos.

Nous avons donc fait un modèle réduit à l'échelle 1/3 intégrant le cylindre isolant l'écoulement principal de la couche conductrice, ci-après dénommé «chemise». Le rapport d'aspect de cette expérience baptisée VKS2/3 est identique à celui de VKS2.

Dans le dispositif VKE, un cylindre en aluminium de diamètre constant 140 mm, fixé par 3 vis à la cuve cylindrique de plexiglas, se trouve au centre de cette dernière, entre les deux plaques de plexiglas. Ce cylindre est peint en noir, de même que les turbines, afin d'éviter toute réflexion parasite lors des mesures au laser. Afin de respecter la géométrie de l'expérience VKS2, les turbines utilisées dans les différentes configurations pour l'expérience VKS2/3 sont les $TM90_2$ (turbines à pales droites) de rayon 50mm, distantes de 126mm. Les plaques en plexiglas d'isolation ont été rapprochées, elles sont distantes de 180mm dans la configuration VKS2/3. Le tableau G.1 récapitule ces dimensions caractéristiques des expériences VKS2 et VKS2/3. Nous pouvons donc jouer sur la hauteur de la chemise, sur son placement, ... afin de répondre au

problème.

Nous avons donc effectué des mesures de vitesse par LDV entre la chemise et le bord de la cuve en plexiglas (nous appellerons cette zone la « couche », voir figure G.1) pour caractériser le champ de vitesse dans cette partie.

On souhaite ainsi parvenir à faire de la convection forcée dans la couche sans tuer la dynamo. Nous avons donc varié les dimensions du cylindre en aluminium pour obtenir un écoulement sur les bords adéquat. Des tests numériques ont montré qu'il faut que la vitesse du fluide dans la couche soit faible devant la vitesse dans la partie utile de l'écoulement. De plus, il faut conserver un rapport poloïdal sur toroïdal le plus grand possible dans la couche. Rappelons que l'on appelle Γ ce rapport entre champ de vitesse poloïdal et champ de vitesse toroïdal. Γ vaut 0.8 pour les $TM73_2$.

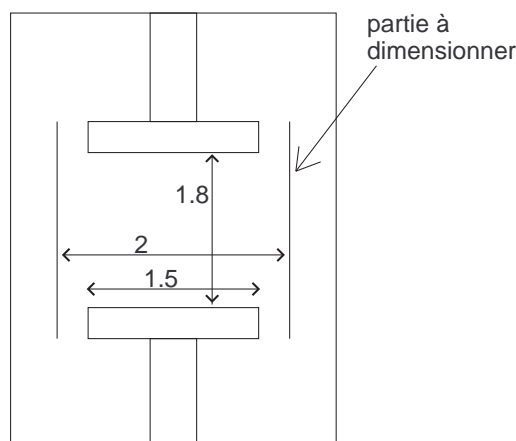


FIG. G.1: Schéma général de VKS 2/3. Les rapports d'aspects sont indiqués ainsi que la partie à dimensionner, en l'occurrence la chemise. La «couche» se situe entre la chemise et le cylindre extérieur.

Nous nous sommes donc intéressé au rapport $\delta = \frac{V_{max,couche}}{V_{max,ecoulement}}$, où $V_{max,couche}$ est la vitesse maximale mesurée dans la couche et $V_{max,ecoulement}$ la vitesse maximale dans l'écoulement. Les tests numériques ont montré que δ doit être inférieur à 10% pour conserver l'effet dynamo à des seuils atteignables dans VKS2 $\delta \lesssim 5\%$. Les calculs de thermique nous conduisent à prendre une valeur de δ supérieure à 5% afin d'assurer une convection forcée permettant d'évacuer la chaleur dans VKS2.

Nous estimons que $\delta = 5\%$ est un bon compromis. Nous allons donc, à travers les différents essais, nous efforcer de trouver un dimensionnement de la chemise isolant la couche et l'écoulement donnant un δ proche de cette valeur, tout en assurant un bon rapport Γ dans la couche. D'après nos travaux antérieurs, le nombre de Reynolds magnétique R_m maximal que l'on peut atteindre est de 57 dans la configuration choisie pour VKS2, pour un R_m^c de 43 lorsque $\delta = 0$. Dans ce chapitre, nous présentons les taux de croissance de l'énergie magnétique pour $R_m = 43$ et $R_m = 57$.

Les mesures de vitesse par LDV ont été effectuées pour une vitesse de rotation de $10Hz$, et sont présentées sous forme dimensionnelle, en $m.s^{-1}$. La vitesse caractéristique en bord de turbine est de $3.14m.s^{-1}$. Pour les simulations de dynamo cinématique, nous ajoutons le champ de vitesse des $TM73_2$ correctement remis à l'échelle dans la chemise. La vitesse maximale produite par des $TM73_2$ tournant à $10Hz$ en contrarotation dans VKS2/3 serait de $2.64m.s^{-1}$.

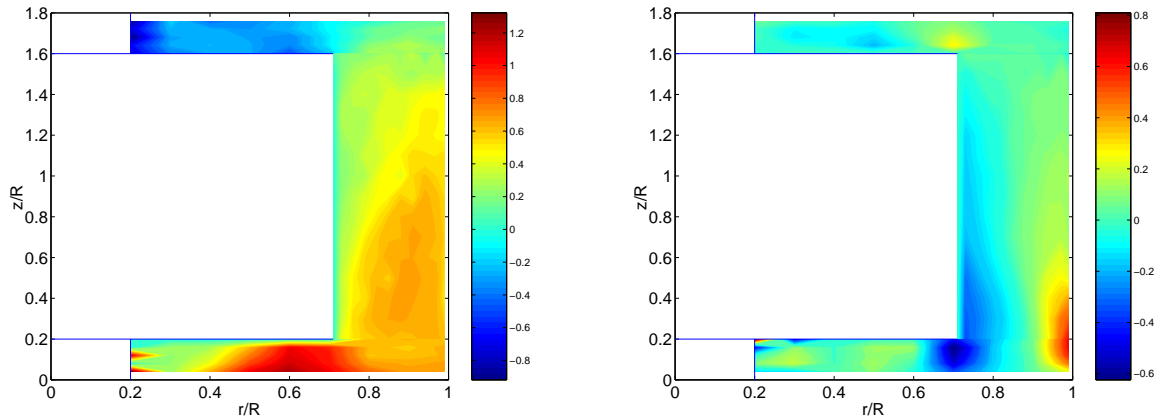
	VKS2	VKS2/3
rayon total (mm)	289	100
hauteur totale de la cuve (mm)	520	100
rayon écoulement R_c (mm)	206	70
distance entre turbines H (mm)	370	126
rapport d'aspect total de la cuve $\frac{H}{R_c}$	1.8	1.8
rapport d'aspect écoulement $\frac{H}{R_c}$	1.8	1.8
rayon turbines R (mm)	155	50
rapport d'aspect des turbines $\frac{R}{R_c}$	0.75	0.71

TAB. G.1: Dimensions de l'expérience VKS2 et du modèle en eau VKS2/3.

G.2 Les différentes configurations

G.2.1 Première configuration

Les premiers essais ont été effectués avec une chemise de hauteur $h = 140mm$, centrée au milieu de la cuve. La chemise affleure ainsi le niveau de l'arrière des turbines. Le champ de vitesse mesuré dans la couche dans cette configuration est présenté en figure G.2. L'intérieur de la chemise dans laquelle nous ne pouvons effectuer de mesures a été laissée vide. Les traits horizontaux indiquent l'arrière des turbines.

FIG. G.2: Vitesses toroïdale et axiale mesurées dans la couche, pour une chemise de hauteur $h = 140mm$. Les vitesses sont en $m.s^{-1}$. Les turbines tournent à $10Hz$.

C'est donc l'arrière des turbines qui entraîne le fluide dans la couche et va créer le champ de vitesse. Pour cette configuration, nous avons réalisé trois grilles de mesure LDV :

- au-dessus de la chemise.
- à la hauteur de la chemise.
- au-dessous de la chemise.

Les champ de vitesse obtenus à partir des mesures réalisées dans ces trois grilles ont ensuite été rassemblés par une méthode numérique.

On note une forte dissymétrie du champ de vitesse toroïdal due à une petite imperfection de montage : c'est la turbine du bas qui l'emporte et met en rotation le fluide dans la couche. Le cylindre est centré à $1mm$ près. Cette très légère dissymétrie du montage suffit à obtenir une rotation d'ensemble de toute la couche. On remarque également que les vitesses de rotation

sont élevées. Néanmoins, plus on se rapproche de la turbine du haut, plus V_θ diminue. Près des parois de la chemise, la vitesse axiale est dirigée vers la turbine du bas, et la recirculation s'effectue près de la cuve cylindrique externe. Il y a très peu de recirculation poloïdale. Les valeurs caractéristiques nous intéressant pour le problème de la dynamo sont :

$$\delta = 50\%$$

$$\Gamma_{couche} = 0.25$$

$$\Gamma_{total} = 0.50$$

Le taux de croissance calculé pour ce champ de vitesse est $\sigma = -3$ à $R_m = 57$. Cette configuration n'est pas retenue car il y a beaucoup trop de rotation dans la couche. De plus, l'extrême sensibilité à la dissymétrie expérimentale n'est pas maîtrisée.

G.2.2 Deuxième configuration

En second lieu, nous avons utilisé une chemise de hauteur $h = 160mm$, centré, munie d'un anneau d'épaisseur $2mm$, de diamètre extérieur $180mm$ et de diamètre intérieur $120mm$ à chacune de ses extrémités. Le but de cet anneau est de casser plus efficacement le champ de vitesse toroïdal dans la couche.

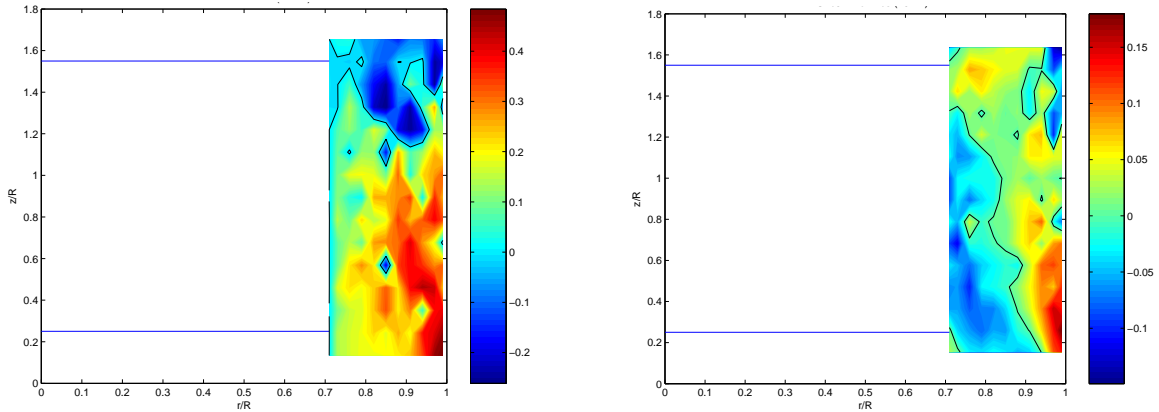


FIG. G.3: Vitesses toroïdale et axiale mesurées dans la couche, pour une chemise de hauteur $h = 160mm$ munie d'un anneau à ses extrémités. Les vitesses sont en $m.s^{-1}$. Les turbines tournent à $10Hz$.

Les résultats de mesures de vitesse sont présentés en figure G.3. Le champ de vitesse est un peu plus symétrique, on distingue une zone où V_θ s'annule (trait noir). La turbine du bas continue néanmoins de dominer l'écoulement dans la couche. La vitesse est réduite près de la chemise reste encore élevée près de la cuve.

Le champ de vitesse axial mesuré est assez désordonné. On distingue toutefois deux cellules de recirculation. Les vitesses sont plus importantes que dans la configuration précédente près des parois, mais globalement elles restent faibles.

Les valeurs caractéristiques nous intéressant pour le problème de la dynamo sont pour cette configuration :

$$\delta = 18\%$$

$$\Gamma_{couche} = 0.26$$

$$\Gamma_{total} = 0.63$$

Les taux de croissance calculés sont respectivement de $\sigma = -0.96$ pour $R_m = 57$ et $\sigma = -4.36$ pour $R_m = 43$.

Ces résultats sont loin de ceux escomptés : δ est encore trop important, et Γ_{couche} reste trop faible. Il y a fort peu de recirculation poloïdale dans la couche. Le taux de croissance est négatif pour le nombre de Reynolds maximal atteignable. L'entraînement par le dessous des turbines est toujours trop important et n'a pas été suffisamment ralenti.

G.2.3 Troisième configuration

Pour cette configuration, nous avons dissymétrisé volontairement l'écoulement moyen. Nous avons utilisé une chemise de hauteur $h = 172mm$, appliquée sur la plaque de plexiglas supérieure, et laissant donc un espace libre de $8mm$ entre le bas de la chemise et la plaque de plexiglas inférieure.

Le champ de vitesse toroïdal mesuré (figure G.4) présente les caractéristiques attendues. Il n'y a qu'une cellule en rotation globale dans la couche et une seule cellule de recirculation poloïdale, très visible, créée par un phénomène de cavité entraînée (voir figure G.5). La valeur maximale de V_θ est encore assez élevée.

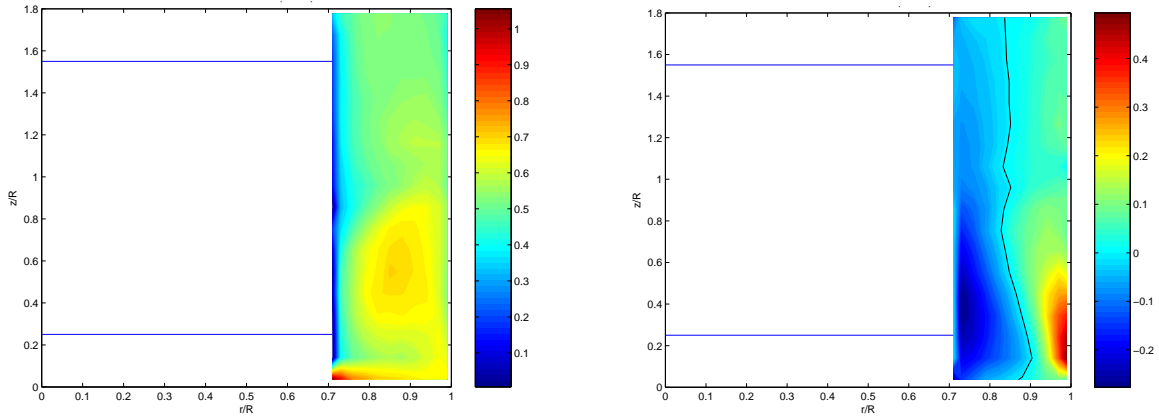


FIG. G.4: Vitesses toroïdale et axiale mesurées dans la couche, pour une chemise de hauteur $h = 172mm$, appliquée contre les bords de la cuve en haut. Les vitesses sont en $m.s^{-1}$. Les turbines tournent à $10Hz$.

Les valeurs caractéristiques nous intéressant pour le problème de la dynamo sont toujours aussi décevantes :

$$\delta = 28\%$$

$$\Gamma_{couche} = 0.17$$

$$\Gamma_{total} = 0.52$$

Quant au taux de croissance à $R_m = 57$, il est de $\sigma = -5.86$. Ceci confirme les tests numériques qui ont montré qu'une rotation uniforme dans la couche est très mauvaise.

Cette configuration n'est donc pas la bonne. Nous l'avons testée pour mieux comprendre les phénomènes générant le champ de vitesse dans la couche. A ce stade, on peut conclure que tenter de réduire la vitesse dans la couche par une augmentation de la hauteur de la chemise tient autant de la gageure que de l'utopie. La vitesse maximale dans la couche est du même ordre

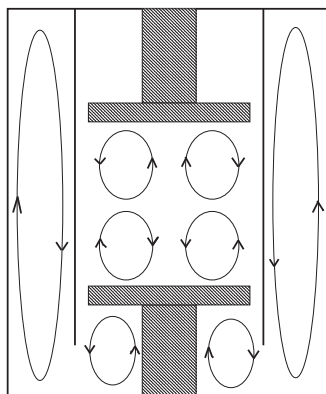


FIG. G.5: Schéma de la troisième configuration et phénomène de cavité entraînée : sous la turbine du bas, les deux boucles de vitesse poloïdale génèrent les grandes boucles dans la couche par ce mécanisme.

de grandeur quelque soit la hauteur de la chemise. Pour freiner l'entraînement, il faudrait laisser une distance entre la chemise et la plaque de plexiglas de l'ordre de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique, soit quelques dixième de millimètres dans notre cas. Ce n'est pas acceptable car c'est difficilement réalisable et nécessite trop de précision. La solution à cet épineux problème est la quatrième configuration, consistant à freiner de manière inertielle l'écoulement.

G.2.4 Quatrième configuration

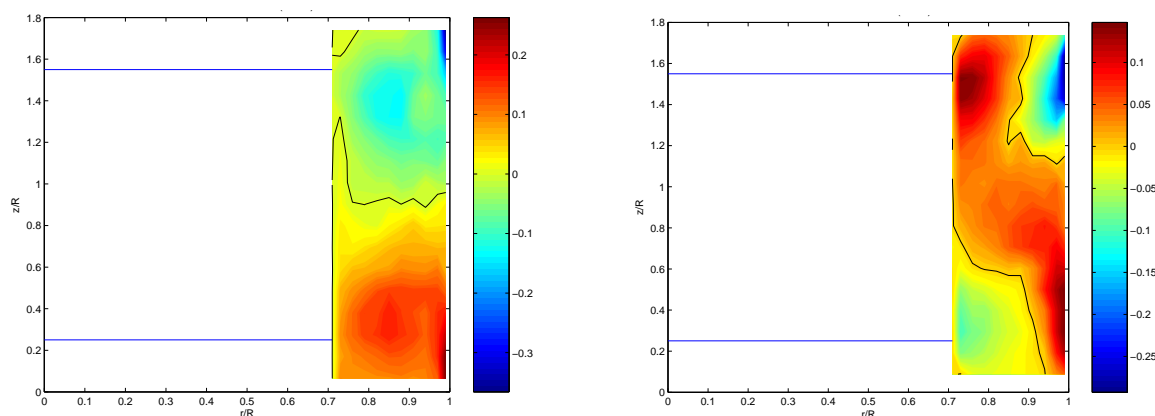


FIG. G.6: Vitesses toroïdale et axiale mesurées dans la couche, pour une chemise de hauteur $h = 180\text{mm}$ percée de 8 trous de $5\text{mm} \times 5\text{mm}$ à chaque extrémité. Les vitesses sont en m.s^{-1} . Les turbines tournent à 10Hz .

Nous avons mis en pratique une idée originale : faire des crénaux aux extrémités de la chemise de hauteur $h = 180\text{mm}$ appliquée sur les deux plaques de plexiglas. Nous avons ainsi découpé 8 trous carrés de $5\text{mm} \times 5\text{mm}$ aux deux extrémités de la chemise. L'eau ne pouvait dès lors sortir que par ces orifices pour venir perturber légèrement la couche.

Le champ de vitesse toroïdal est symétrique de manière acceptable (voir figure G.6). La zone séparant les deux cellules contrarotatives, indiquée par le trait noir, est à mi-distance des deux turbines. Les vitesses de rotation sont en outre plus faibles et d'un ordre de grandeur satisfaisant. Le champ de vitesse axial fait apparaître deux boucles de recirculation poloïdale dans la partie

supérieure et inférieure de la couche. C'est le but recherché par cette expérience.

Les valeurs caractéristiques nous intéressant pour le problème de la dynamo sont cette fois tout à fait acceptables : $\delta = 7\%$

$$\Gamma_{couche} = 0.5$$

$$\sigma = -0.16 \text{ à } R_m = 43$$

Le Γ_{couche} est élevé et proche de la valeur visée grâce aux belles boucles poloïdales obtenues avec cette configuration. Le δ optimal est pratiquement atteint. Enfin, le taux de croissance à $R_m = 43$ est presque nul. Cette dernière configuration est donc très satisfaisante et apporte une bonne solution au problème posé.

Les trois premières configurations étaient destinées à ralentir l'entraînement par le dessous des turbines. Cela n'a pas vraiment fonctionné. Ce système pour produire de la convection forcée près des bords sans tuer la dynamo est donc le meilleur. La chemise en cuivre de VKS2 est construite sur ce modèle.

Bibliographie

- Archontis, V., S. B. F. Dorch & A. Nordlund, “Numerical simulations of kinematic dynamo action”, *Astronomy and Astrophysics*, **397**, 393 (2003).
- Aumaître, S., *Etude des fluctuations de grandeurs globales dans des systèmes dissipatifs hors-équilibre*, Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de Lyon (1999).
- Avalos-Zuniga, R. & F. Plunian, “Influence of electromagnetic boundary conditions onto the onset of dynamo action in laboratory experiments”, *Phys. Rev. E*, **68**, 66.307 (2003).
- Backus, G. E., “A class of self-sustaining dissipative spherical dynamos”, *Ann. Phys.*, **4**, 372 (1958).
- Batchelor, G. K., “Note on a class of solutions of the navier-stokes equations representing steady rotationally-symmetric flow”, *Quart. Journ. Mech. and Applied Math.*, **4**, 29 (1951).
- Bayliss, R. A., C. B. Forest & P. Terry, “Magnetic field generation and saturation in a mechanically forced spherical dynamo”, Submitted to *Phys. Rev. Lett.* (2004).
- Bödewadt, U., “Die drehstromung über festem grunde”, *Z. Angew. Math. Mech.*, **20**, 241 (1940).
- Boronski, P. & L. Tuckerman, “(Magneto-)hydrodynamics in a finite cylinder”, APS Meeting Abstracts (2004a).
- Boronski, P. & L. Tuckerman, “Poloidal-Toroidal decomposition in cylindrical von Kármán flow”, http://fluid.ippt.gov.pl/ictam04/text/sessions/docs/FM6/10921/FM6_10921_new.pdf (2004b).
- Bottin, S., *Structures cohérentes et transition vers la turbulence par intermittence spatio-temporelle dans l'écoulement de Couette plan*, Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay (1998).
- Bourgoin, M., L. Marié, F. Pétrélis, C. Gasquet, A. Guigon, J.-B. Luciani, M. Moulin, F. Namer, J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier & J.-F. Pinton, “Mhd measurements in the von Kármán sodium experiment”, *Phys. Fluids*, **14**, 3046 (2002).
- Bourgoin, M., P. Odier, J.-F. Pinton & Y. Ricard, “An iterative study of time independent induction effects in magnetohydrodynamics”, *Phys. Fluids*, **16**, 2529 (2004a).
- Bourgoin, M., R. Volk, P. Frick, S. Khripchenko, Ph. Odier & J.-F. Pinton, “Induction mechanisms in von kármán swirling flows of liquid gallium”, *Magnetohydrodynamics*, **40**, 13 (2004b).
- Bourgoin, Michaël, *Etudes en magnétohydrodynamique, application à l'effet dynamo*, Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Lyon (2003).
-

-
- Brachet, M. E., D. I. Meiron, S. A. Orszag, B. G. Nickel, R. H. Morf & U. Frisch, "Small-scale structure of the Taylor-Green vortex", *Journal of Fluid Mech.*, **130**, 411 (1983).
- Buchhave, P., W. K. George & J. L. Lumley, "The measurement of turbulence with the laser-doppler anemometer", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **11**, 443 (1979).
- Bullard, E. C., "The stability of a homopolar dynamo", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **51**, 744 (1955).
- Bullard, E. C. & H. Gellman, "Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism", *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, **247**, 213 (1954).
- Bullard, E. C. & D. Gubbins, "Generation of magnetic fields by fluid motions of global scale", *Geophys. Astrophys. Fluids Dynamics*, **8**, 43 (1977).
- Busse, F., "Homogeneous dynamos in the planetary cores and in the laboratory", *Ann. Rev. Mech.*, **32**, 383 (2000).
- Cadot, O., Y. Couder, A. Daerr, S. Douady & A. Tsinober, "Energy injection in closed turbulent flows : Stirring through boundary layers versus inertial stirring", *Phys. Rev. E*, **56**, 427 (1997).
- Cadot, O., S. Douady & Y. Couder, "Characterization of the low-pressure filaments in a three-dimensional turbulent shear flow", *Phys. Fluids*, **7**, 630 (1995).
- Cadot, O., J.-H. Tison & D. Bonn, "Experimental observation of resonances in modulated turbulence", *Journal of Fluid Mech.*, **485**, 161 (2003).
- Castaing, B., Y. Gagne & E. J. Hopfinger, "Velocity probability density functions of high Reynolds number turbulence", *Physica D*, **46**, 177 (1990).
- Cattaneo, F., D. W. Hughes & E.-J. Kim, "Suppression of chaos in a simplified nonlinear dynamo model", *Phys. Rev. Letters*, **76**, 2057 (1996).
- Childress, S. & A. D. Gilbert, *Stretch, Twist, Fold : The fast dynamo* (Springer Verlag, 1995).
- Chossat, P., D. Armbruster & I. Oprea, eds., *Dynamo and Dynamics, a Mathematical Challenge, Cargèse (France) August 21-26, 2000* (Kluwer Academic Publishers, 2001).
- Cochran, W. G., "The flow due to a rotating disk", *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, **30**, 365 (1934).
- Cros, A., P. Le Gal, E. Floriani & R. Lima, "Du chaos vers la turbulence faible dans l'écoulement de batchelor", in "Quatrième colloque Chaos temporel et Chaos spatio-temporel. 15 et 16 décembre 2003, Rouen.", 119 (2003).
- Dannevik, W. P., V. Yakhot & S. A. Orszag, "Analytical theories of turbulence and the ϵ expansion", *Phys. Fluids*, **30**, 2021 (1987).
- Darroz, J.-S. & C. François, *Mécanique des fluides incompressibles* (Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées, Paris, France, 1998).
- Dauchot, O. & P. Manneville, "Local versus global concepts in hydrodynamic stability theory", *J. Phys. II France*, **7**, 371 (1997).
- Daviaud, F., J. Hegseth & P. Bergé, "Subcritical transition to turbulence in plane couette flow", *Phys. Rev. Letters*, **69**, 2511 (1992).
-

- Dijkstra, D. & G. J. F. van Heijst, “The flow between two finite rotating disks enclosed by a cylinder”, *Journal of Fluid Mech.*, **128**, 123 (1983).
- Dobler, W., P. Frick & R. Stepanov, “Screw dynamo in a time-dependent pipe flow”, *Phys. Rev. E*, **67**, 56.309 (2003).
- Douady, S., Y. Couder & M. E. Brachet, “Direct observation of the intermittency of intense vorticity filaments in turbulence”, *Phys. Rev. Letters*, **67**, 983 (1991).
- Dubrulle, B. & J. P. Laval, “La turbulence selon langevin-lagrange”, in “Images de la physique 2005”, 206–212 (CNRS, 2005). <http://www.spm.cnrs-dir.fr/actions/publications/idp/IdP2005/32Dubrulle.pdf>.
- Dudley, N. L. & R. W. James, “Time-dependent kinematic dynamos with stationary flows”, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, **425**, 407 (1989).
- Ekman, V. W., “On the influence of the earth’s rotation on ocean currents”, *Arkiv. Mat. Astr. Fys.*, **2**, 1 (1905).
- Escudier, M. P., “Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating endwall”, *Experiments in Fluids*, **2**, 189 (1984).
- Farge, M., G. Pellegrino & K. Schneider, “Coherent vortex extraction in 3d turbulent flows using orthogonal wavelets”, *Phys. Rev. Letters*, **87**, 54.501 (2001).
- Farge, M., K. Schneider & N. Kevlahan, “Non-gaussianity and coherent vortex simulation for two-dimensional turbulence using an adaptive orthogonal wavelet basis”, *Phys. Fluids*, **11**, 2187 (1999).
- Fauve, S., C. Laroche & B. Castaing, “Pressure fluctuations in swirling turbulent flows”, *J. Phys. II France*, **3**, 271 (1993).
- Fauve, S. & F. Pétrélis, “The dynamo effect”, in “Peyresq Lectures on Nonlinear Phenomena”, J.-A. Sepulchre, ed., volume 2 (World Scientific, Singapore, 2003).
- Finn, J. M. & E. Ott, “Chaotic flows and magnetic dynamos”, *Phys. Rev. Letters*, **60**, 760 (1988).
- Forest, C. B., R. O’Connell, R. Kendrick, E. Spence & M. D. Nornberg, “Hydrodynamic and numerical modeling of a spherical homogeneous dynamo experiment”, *magnetohydrodynamics*, **38**, 107 (2002).
- Frick, P., S. Denisov, S. Khripchenko, V. Noskov, D. Sokoloff, R. Stepanov & R. Volk, “Magnetic field induction in a toroidal screw flow of liquid gallium”, in “MHD COUETTE FLOWS : Experiments and Models”, volume 733, 58–67 (AIP, 2004).
- Frisch, U., *Turbulence - The legacy of A. N. Kolmogorov* (Cambridge University Press, New-York, 1995).
- Gailitis, A., O. Lielausis, S. Dement’ev, E. Platacis & A. Cifersons, “Detection of a flow induced magnetic field eigenmode in the riga dynamo facility”, *Phys. Rev. Letters*, **84**, 4365 (2000).
- Gailitis, A., O. Lielausis, E. Platacis, S. Dement’ev & A. Cifersons, “Magnetic field saturation in the riga dynamo experiment”, *Phys. Rev. Letters*, **86**, 3024 (2001).
-

-
- Gailitis, A., O. Lielausis, E. Platacis, G. Gerbeth & F. Stefani, “Colloquium : Laboratory experiments on hydromagnetic dynamos”, *Rev. Mod. Phys.*, **74**, 973 (2002).
- Gailitis, A., O. Lielausis, E. Platacis, G. Gerbeth & F. Stefani, “The riga dynamo experiment”, *Surveys in Geophysics*, **24**, 247 (2003).
- Garnier, N., A. Chiffaudel & F. Daviaud, “Nonlinear dynamics of waves and modulated waves in 1d thermocapillary flows. ii. convective/absolute transitions”, *Physica D*, **174**, 30 (2003a).
- Garnier, N., A. Chiffaudel, F. Daviaud & A. Prigent, “Nonlinear dynamics of waves and modulated waves in 1d thermocapillary flows. i. general presentation and periodic solutions”, *Physica D*, **174**, 1 (2003b).
- Gauthier, G., P. Gondret, F. Moisy & M. Rabaud, “Instabilities of the flow between co and counter-rotating disks”, *Journal of Fluid Mech.*, **473**, 1 (2002).
- Gilbert, A. D., “Dynamo theory”, <http://www.maths.ex.ac.uk/~adg/dynamo.ps.gz> (2003).
- Gillet, N., *Magnéto-convection dans une sphère en rotation rapide : approches numérique et expérimentale de la convection dans les noyaux planétaires*, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble (2004).
- Glatzmaier, G. A. & P. H. Roberts, “A three-dimensional self-consistent computer simulation of a geomagnetic field reversal”, *Nature*, **377**, 203 (1995).
- Goman, M. G., S. B. Zakharov & A. N. Khrabrov, “Aerodynamic hysteresis in steady detached flow over extended bodies”, *Sov. Phys. Dokl.*, **30**, 323 (1985).
- Harriott, G. M. & R. A. Brown, “Flow in a differentially rotated cylindrical drop at moderate Reynolds number”, *Journal of Fluid Mech.*, **144**, 403 (1984).
- Hersant, F., B. Dubrulle & J.-M. Huré, “Turbulence in circumstellar disks”, *Astronomy and Astrophysics*, **429**, 531 (2005).
- Hodgman, C. D., ed., *Handbook of chemistry and physics, thirtieth edition* (Chemical rubber publishing co., 1947).
- Hoyng, P., M. A. J. H. Ossendrijver & D. Schmitt, “The geodynamo as a bistable oscillator”, *Geophys. Astrophys. Fluids Dynamics*, **94**, 263 (2001).
- Husain, H. S., V. Shtern & F. Hussain, “Control of vortex breakdown by addition of near-axis swirl”, *Phys. Fluids*, **15**, 271 (2003).
- Jackson, J. D., *Électrodynamique classique, cours et exercices d'électromagnétisme*, troisième édition (Dunod, Paris, France, 2001). Traduit de l'américain par Christian Jeanmougin.
- Kaiser, R. & A. Tilgner, “Kinematic dynamos surrounded by a stationary conductor”, *Phys. Rev. E*, **60**, 2949 (1999).
- Kawabe, M., “Variations of current path, velocity, and volume transport of the kuroshio in relation with the large meander”, *J. Phys. Oceanogr.*, **25**, 3103 (1995).
- Knobloch, E., “Symmetry and instability in rotating hydrodynamic and magnetohydrodynamic flows”, *Phys. Fluids*, **8**, 1446 (1996).
-

- Kolmogorov, N., "Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence", *Proceedings of the Royal Society (London) Series A*, **434**, 15. Traduction de l'article original russe de 1941 (1991a).
- Kolmogorov, N., "The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number", *Proceedings of the Royal Society (London) Series A*, **434**, 9. Traduction de l'article original russe de 1941 (1991b).
- Krause, F. & K. H. Rädler, *Mean field MHD and dynamo theory* (Pergamon press, 1980).
- La Porta, A., G. A. Voth, A. M. Crawford, J. Alexander & E. Bodenschatz, "Fluid particle acceleration in fully developed turbulence", *Nature*, **409**, 1017 (2001).
- Labbé, R., J.-F. Pinton & S. Fauve, "Power fluctuations in turbulent swirling flows", *J. Phys II France*, **6**, 1099 (1996a).
- Labbé, R., J.-F. Pinton & S. Fauve, "Study of the von Kármán flow between coaxial corotating disks", *Phys. Fluids*, **8**, 914 (1996b).
- Laguës, M. & A. Lesne, *Invariances d'échelle. Des changements d'états à la turbulence*. (Belin, Paris, France, 2003).
- Larmor, J., "How could a rotating body such as the sun become a magnet?", *Rep. Brit. Assoc. Adv. Sci.*, 159 (1919).
- Lathrop, D. P., J. Fineberg & H. L. Swinney, "Transition to shear-driven turbulence in couette-taylor flow", *Phys. Rev. A*, **46**, 6390 (1992).
- Laval, J.-P., B. Dubrulle & S. Nazarenko, "Nonlocality and intermittency in three-dimensional turbulence", *Phys. Fluids*, **13**, 1995 (2001).
- Le Gal, P., "Complex demodulation applied to the transition to turbulence of the flow over a rotating disk", *Phys. Fluids*, **4** (11), 2523 (1992).
- Le Mouél, J.-L., "L'origine du champ magnétique terrestre", in "Traité de géophysique interne, Tome II, magnétisme et géodynamique", J. Coulomb & G. Jobert, eds., 161–200 (Masson, 1976).
- Legras, B. & M. Ghil, "Persistent anomalies, blocking and variations in atmospheric predictability", *J. Atmos. Sci.*, **42**, 433 (1985).
- Léorat, J., "Numerical simulations of cylindrical dynamos : Scope and method", *Prog. Ser. Am. Inst. Astronautics and Aeronautics*, **162**, 282 (1994).
- Leprovost, N., *Influence des petites échelles sur la dynamique à grande échelle en turbulence magnétohydrodynamique*, Thèse de doctorat, Université Paris VI (2004).
- Leprovost, N. & B. Dubrulle, "The turbulent dynamo as an instability in a noisy medium", *Euro. Phys. Journal B*, **44**, 395 (2005).
- Leprovost, N., B. Dubrulle & P.-H. Chavanis, "Thermodynamics of magnetohydrodynamic flows with axial symmetry", *Phys. Rev. E*, **71**, 36.311 (2005).
- Leprovost, N., L. Marié & B. Dubrulle, "A stochastic model of torque in von Kármán swirling flow", *Euro. Phys. Journal B*, **39**, 121 (2004).
-

-
- Lesieur, M., *Turbulence in Fluids*, second revised edition (Kluwer academic publishers, 1990).
- Love, J. J. & D. Gubbins, "Dynamoes driven by poloidal flow exist", *Geophys. Res. Letters*, **23**, 857 (1996).
- Lowes, F. J. & I. Wilkinson, "Geomagnetic dynamo : a laboratory model", *Nature*, **198**, 1158 (1963).
- Lowes, F. J. & I. Wilkinson, "Geomagnetic dynamo : an improved laboratory model", *Nature*, **219**, 717 (1968).
- Lowrie, W. & W. Alvarez, "One hundred million years of geomagnetic polarity history", *Geology*, **9**, 392 (1981).
- Mallick, K. & P. Marcq, "Scaling behavior of a nonlinear oscillator with additive noise, white and colored", *Euro. Phys. Journal B*, **31**, 553 (2003a).
- Mallick, K. & P. Marcq, "Stability analysis of a noise-induced hopf bifurcation", *Euro. Phys. Journal B*, **36**, 119 (2003b).
- Manneville, P., *Structures dissipatives Chaos et Turbulence* (Commisariat à l'Energie Atomique, 1991).
- Marié, L., & F. Daviaud, "Experimental measurement of the scale-by-scale momentum transport budget in a turbulent shear flow", *Phys. Fluids*, **16**, 457 (2004a).
- Marié, L., *Transport de moment cinétique et de champ magnétique par un écoulement tourbillonnaire turbulent : influence de la rotation*, Thèse de doctorat, Université Paris VII (2003).
- Marié, L., J. Burguete, F. Daviaud & J. Léorat, "Numerical study of homogeneous dynamo based on experimental von Kármán type flows", *Euro. Phys. Journal B*, **33**, 469 (2003).
- Marié, L., C. Normand & F. Daviaud, "Galerkin analysis of kinematic dynamos in von kármán geometry", Submitted to *Phys. Fluids* (2004b).
- Marié, L., F. Pétrélis, M. Bourgoin, J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier & J.-F. Pinton, "Open questions about homogeneous fluid dynamos : the vks experiment", *Magnetohydrodynamics*, **38**, 156–169 (2002).
- McLaughlin, D. K. & W. G. Tiederman, "Bias correcting for individual realization of laser anemometer measurements in turbulent flows", *Phys. Fluids*, **16**, 2082 (1973).
- Mellor, G. L., P. J. Chapple & V. K. Stokes, "On the flow between a rotating and a stationary disk", *Journal of Fluid Mech.*, **31**, 95 (1968).
- Moffatt, H.K., *Magnetic Field Generation in Electrically Conducting Fluids* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1978).
- Moisy, F., O. Doaré, T. Pasutto, O. Daube & M. Rabaud, "Experimental and numerical study of the shear layer instability between two counter-rotating disks", *Journal of Fluid Mech.*, **507**, 175 (2004).
- Moisy, F., T. Pasutto & M. Rabaud, "Instability patterns between counter-rotating disks", *Non-linear Processes in Geophysics*, **10**, 281 (2003).
-

- Moisy, F., P. Tabeling & H. Willaime, “Kolmogorov equation in a fully developed turbulence experiment”, *Phys. Rev. Letters*, **82**, 3994 (1999).
- Moisy, F., H. Willaime, J. S. Andersen & P. Tabeling, “Passive scalar intermittency in low temperature helium flows”, *Phys. Rev. Letters*, **86**, 4827 (2001).
- Monchaux, R., F. Ravelet, B. Dubrulle & F. Daviaud, “Characterization of steady states of turbulent axisymmetric flows”, En cours de rédaction (2005).
- Mordant, N., P. Metz, O. Michel & J.-F. Pinton, “Measurement of lagrangian velocity in fully developed turbulence”, *Phys. Rev. Letters*, **87**, 214.501 (2001).
- Müller, U., R. Stieglitz & S. Horanyi, “A two-scale hydromagnetic dynamo experiment”, *Journal of Fluid Mech.*, **498**, 31 (2004).
- Nguyen, N. D., J. P. Ribault & P. Florent, “Multiple solutions for flow between coaxial disks”, *Journal of Fluid Mech.*, **68**, 369 (1975).
- Nore, C., F. Moisy & L. Quartier, “Experimental observation of near-heteroclinic cycles in the von Kármán swirling flow”, *Phys. Fluids*, **17**, 064.103 (2005).
- Nore, C., M. Tartar, O. Daube & L. S. Tuckerman, “Survey of instability thresholds of flow between exactly counter-rotating disks”, *Journal of Fluid Mech.*, **511**, 45 (2004).
- Nore, C., L. S. Tuckerman, O. Daube & S. Xin, “The 1 :2 mode interaction in exactly counter-rotating von Kármán swirling flow”, *Journal of Fluid Mech.*, **477**, 51 (2003).
- Odier, P., J.-F. Pinton & S. Fauve, “Advection of a magnetic field by a turbulent swirling flow”, *Phys. Rev. E*, **58**, 7397 (1998).
- Parker, E. N., “Hydromagnetic dynamo models”, *Astrophys. J.*, **122**, 293 (1955).
- Pearson, C. E., “Numerical solutions for the time-dependent viscous flow between two rotating coaxial disks”, *Journal of Fluid Mech.*, **21**, 623 (1965).
- Petit, J. ., J. Jouzel, D. Raynaud, N. I. Barkov, J.-M. Barnola, I. Basile, M. Bender, J. Chappellaz, M. Davis, G. Delaygue, M. Delmotte, V. M. Kotlyakov, M. Legrand, V. Y. Lipenkov, C. Lorius, L. Pépin, C. Ritz, E. Saltzman & M. Stievenard, “Climate and atmospheric history of the past 420 000 years from the vostok ice core, antarctica”, *Nature*, **399**, 429 (1999).
- Pétrélis, F., *Effet dynamo : Etude des mécanismes d’instabilité et de saturation du champ magnétique*, Thèse de doctorat, Université Paris VI (2002).
- Pétrélis, F., M. Bourgoin, L. Marié, J. Burguete, A. Chiffaudel, F. Daviaud, S. Fauve, P. Odier & J.-F. Pinton, “Nonlinear magnetic induction by helical motion in a liquid sodium turbulent flow”, *Phys. Rev. Letters*, **90**, 174.501 (2003).
- Pétrélis, F. & S. Fauve, “Saturation of the magnetic field above the dynamo threshold”, *Euro. Phys. Journal B*, **22**, 273 (2001).
- Pinton, J.-F., F. Chillà & N. Mordant, “Intermittency in the closed flow between coaxial corotating disks”, *Eur. J. Mech. B Fluids*, **17**, 535 (1998).
- Pinton, J.-F. & P. C. W. Holdsworth, “Power fluctuations in a closed turbulent shear flow”, *Phys. Rev. E*, **60**, 2452 (1999).
-

- Pinton, J.-F. & R. Labbé, “Correction to the Taylor hypothesis in swirling flows”, *J. Phys. II France*, **4**, 1461 (1994).
- Plunian, F., P. Marty & A. Alemany, “Chaotic behaviour of the Rikitake dynamo with symmetric mechanical friction and azimuthal currents”, *Proc. Roy. Soc. Lond. A*, **454**, 1835 (1998).
- Plunian, F. & P. Massé, “Couplage magnétohydraulique : modélisation de la dynamo cinématique”, in “Electromagnétisme et éléments finis, tome 3”, 215–247 (Hermès, 2002). <http://www.legi.hmg.inpg.fr/~plunian/papiers/chap06.pdf>.
- Plunian, F. & K.-H. Rädler, “Subharmonic dynamo action in the Roberts flow”, *Geophys. Astrophys. Fluids Dynamics*, **96**, 115 (2002).
- Plunian, Franck, *Etude de l'Effet Dynamo dans le cœur du réacteur Phénix*, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble (1996).
- Ponomarenko, Yu. B., “Theory of the hydromagnetic generator”, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, **6**, 775 (1975).
- Ponty, Y., P. Minnini, A. Pouquet, H. Politano, D. Montgomery & J.-F. Pinton, “Dynamo instability : evolution of the threshold with the fluid’s magnetic Prandtl number”, Submitted to *Phys. Rev. Letters* (2005).
- Ponty, Y., H. Politano & J.-F. Pinton, “Simulation of induction at low magnetic Prandtl number”, *Phys. Rev. Letters*, **92**, 144.503 (2004).
- Prigent, A., G. Grégoire, H. Chaté, O. Dauchot & W. van Saarloos, “Large-scale finite-wavelength modulation within turbulent shear flows”, *Phys. Rev. Letters*, **89**, 14.501 (2002).
- Proctor, M. R. E., “An extension of the toroidal theorem”, *Geophys. Astrophys. Fluids Dynamics*, **98**, 235 (2004).
- Ravelet, F., *Étude expérimentale de l’écoulement tourbillonnaire de von Kármán et application à l’effet dynamo*, Rapport de stage de DEA, Université Paris VI (2002).
- Ravelet, F., A. Chiffaudel, F. Daviaud & J. Léorat, “Towards an experimental von Kármán dynamo : numerical studies for an optimized design”, Accepted in *Phys. Fluids*, <http://hal.ccsd.cnrs.fr/ccsd-00003337> (2005).
- Ravelet, F., A. Chiffaudel, F. Daviaud & L. Marié, “Collision de bifurcations globalement sous-critiques dans un écoulement de von Kármán fortement turbulent”, in “Quatrième colloque Chaos temporel et Chaos spatio-temporel. 15 et 16 décembre 2003, Rouen.”, 149 (2003).
- Ravelet, F., L. Marié, A. Chiffaudel & F. Daviaud, “Multistability and memory effect in a highly turbulent flow : Experimental evidence for a global bifurcation”, *Phys. Rev. Letters*, **93**, 164.501 (2004).
- Reighard, A. B. & M. R. Brown, “Turbulent conductivity measurements in a spherical liquid sodium flow”, *Phys. Rev. Letters*, **86**, 2794 (2001).
- Residori, S., R. Berthet, B. Roman & S. Fauve, “Noise induced bistability of parametric surface waves”, *Phys. Rev. Letters*, **88**, 24.502 (2002).
- Rieutord, M., *Une introduction à la dynamique des fluides* (Masson, Paris, France, 1997).
-

- Rikitake, T., "Oscillations of a system of disk dynamos", *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **54**, 89 (1958).
- Roberts, G. O., "Dynamo action of fluid motions with two-dimensional periodicity", *Phil. Trans. Roy. Soc. London A*, **271**, 411 (1972).
- Roberts, P. H. & A. M. Soward, "Dynamo theory", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **24**, 459 (1992).
- Rodriguez, G., *Technologie du sodium. Physico Chimie du sodium* (Ecole du sodium, Centre D'études nucléaires de Cadarache, 1996).
- Saffman, P. G., *Vortex Dynamics* (Cambridge University Press, 1992).
- Sarraf, C., L. Marié, H. Djeridi & J.-Y. Billard, "Caractérisation des effets d'épaisseur sur les propriétés hydrodynamiques de profils naca", in "Actes du XVIIème Congrès Français de Mécanique (CFM2005), Troyes (France), 29 août-2 Septembre 2005.", (2005).
- Schaeffer, N. & P. Cardin, "Quasi-geostrophic kinematic dynamos at low magnetic prandtl number", <http://arxiv.org/abs/physics/0410134> (2004).
- Schewe, G., "On the force fluctuations acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical up to transcritical reynolds numbers", *Journal of Fluid Mech.*, **133**, 265 (1983).
- Schouveiler, L., *Sur les instabilités des écoulements entre un disque fixe et un disque en rotation*, Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille III (1998).
- Schouveiler, L., P. Le Gal & M.-P. Chauve, "Instabilities of the flow between a rotating and a stationary disk", *Journal of Fluid Mech.*, **443**, 329 (2001).
- Shew, L. W., D. R. Sisan & D. P. Lathrop, "Mechanically forced and thermally driven flows in liquid sodium", *Magnetohydrodynamics*, **38**, 121 (2002).
- Shtern, V. & F. Hussain, "Hysteresis in swirling jets", *Journal of Fluid Mech.*, **309**, 1 (1996).
- Shtern, V. & F. Hussain, "Collapse, symmetry breaking, and hysteresis in swirling flows", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **31**, 537 (1999).
- Simand, C., *Etude de la turbulence inhomogène au voisinage d'un vortex intense*, Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Lyon (2002).
- Sørensen, J. B. & E. A. Christensen, "Direct numerical simulation of rotating fluid flow in a closed cylinder", *Phys. Fluids*, **7**, 764 (1995).
- Spohn, A., M. Mory & E. J. Hopfinger, "Experiments on vortex breakdown in a confined flow generated by a rotating disc", *Journal of Fluid Mech.*, **370**, 73 (1998).
- Sreenivasan, K. R., A. Bershadskii & J. J. Niemela, "Mean wind and its reversal in thermal convection", *Phys. Rev. E*, **65**, 56.306 (2002).
- Stefani, F., G. Gerbeth & A. Gailitis, "Velocity profile optimization for the riga dynamo experiment", in "Transfer Phenomena in Magnetohydrodynamic and Electroconducting Flows", Ph. Marty A. Alemany & J.-P. Thibault, eds., 31 (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands, 1999).
- Stewartson, K., "On the flow between two rotating coaxial disks", *Proc. Cambridge Philos. Soc.*, **49**, 333 (1953).
-

- Stieglitz, R. & U. Müller, “Experimental demonstration of a homogeneous two-scale dynamo”, *Phys. Fluids*, **13**, 561 (2001).
- Sweet, D., E. Ott, J. M. Finn, T. M. Antonsen & D. P. Lathrop, “Blowout bifurcations and the onset of magnetic activity in turbulent dynamos”, *Phys. Rev. E*, **63**, 66.211 (2001).
- Tabeling, P., G. Zocchi, F. Belin, J. Maurer & H. Willaime, “Probability density functions, skewness and flatness in large Reynolds number turbulence”, *Phys. Rev. E*, **53**, 1613 (1996).
- Tilgner, A., “Numerical simulation of the onset of dynamo action in an experimental two-scale dynamo”, *Phys. Fluids*, **14**, 4092 (2002).
- Tilgner, A. & F. H. Busse, “Simulation of the bifurcation diagram of the karlsruhe dynamo”, *magnetohydrodynamics*, **38**, 35 (2002).
- Titon, J.-H. & O. Cadot, “Direct measurements of the energy of intense vorticity filaments in turbulence”, *Phys. Rev. E*, **67**, 27.301 (2003a).
- Titon, J.-H. & O. Cadot, “The statistics of power injected in a closed turbulent flow : Constant torque forcing versus constant velocity forcing”, *Phys. Fluids*, **15**, 625 (2003b).
- Titon, J. H. & O. Cadot, “Rapport d’aspect et propriétés énergétiques de l’écoulement turbulent entre deux disques contrarotatifs”, in “Compte-rendus de la septième Rencontre du Non-Linéaire. Paris 2004”, Y. Pomeau & R. Ribotta, eds., 287 (2004).
- Titon, Jean Hugues Désiré Clarel, *Forçages, transfert d’énergie et structures cohérentes dans l’écoulement turbulent de von Kármán contrarotatif*, Thèse de doctorat, Université du havre (2002).
- van Dyke, M., *An Album of Fluid Motion* (The parabolic Press, 1982).
- Vautard, R. & B. Legras, “On the source of midlatitude low-frequency variability. part ii : Non-linear equilibration of weather regimes”, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 2845 (1988).
- Vautard, R., B. Legras & M. Déqué, “On the source of midlatitude low-frequency variability. part i : A statistical approach to persistence”, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 2811 (1988).
- von Kármán, T., “Über laminäre und turbulente Reibung”, *Z. Angew. Math. Mech.*, **1**, 233 (1921).
- Xu, M., F. Stefani & G. Gerbeth, “Integral equation approach to time-dependent kinematic dynamos in finite domains”, *Phys. Rev. E*, **70**, 56.305 (2004).
- Zandbergen, P. J. & D. Dijkstra, “von Kármán swirling flows”, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **19**, 465 (1987).
- Zocchi, G., P. Tabeling, J. Maurer & H. Willaime, “Measurement of the scaling of the dissipation at high Reynolds numbers”, *Phys. Rev. E*, **50**, 3693 (1994).
-

Bifurcations globales hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans un écoulement de von Kármán turbulent.

Nous étudions ici expérimentalement l'écoulement de von Kármán, produit dans un cylindre entre deux turbines coaxiales. Nous nous plaçons plus particulièrement en régime de turbulence pleinement développée, pour un écoulement contrarotatif forcé inertielllement. Nous étudions dans un premier temps la transition à la turbulence de cet écoulement fermé, depuis les régimes laminares. Nous insistons sur le rôle des grandes échelles lentement variables de la couche de mélange. Nous étudions alors la stabilité de l'écoulement moyen et mettons en évidence une bifurcation des grandes échelles en régime turbulent. Nous étudions statistiquement le rôle des fluctuations sur le déclenchement des transitions. Ces transitions peuvent également avoir une dynamique intermittente à temps long.

Dans un deuxième temps, nous étudions la possibilité d'un effet dynamo pour le champ de vitesse moyenné dans le temps. L'effet dynamo est une instabilité du champ magnétique dans un fluide conducteur en écoulement. Nous définissons ainsi la configuration de l'expérience VKS2, en sodium liquide, et discutons enfin les premiers résultats de l'expérience. Nous y retrouvons la trace des instationnarités des grandes échelles de l'écoulement.

Hydrodynamical and magnetohydrodynamical global bifurcations in a highly turbulent von Kármán flow.

We report experimental studies of the turbulent von Kármán flow, inertially stirred between counter-rotating impellers. We first study the flow and its transition from laminar to turbulent regime. We highlight the role of slowly varying large scales, due to the presence of an azimuthal mixing layer. The large scales of this flow can be unstable in turbulent regime. We study the statistics of the transitions between the different mean states.

The second part is dedicated to an experiment in liquid sodium, called VKS2. We optimize the time-averaged flow in order to allow kinematic dynamo action. We report the very first results of the experiment, and discuss the role of the large scales temporal instationarity.